

# Análisis de un Sistema Multiestático Doppler para Recuperar el Campo de Velocidad del Aire

## Analysis of a Doppler Multistatic System to Retrieve the Wind Field

Caranti, G. y Comes, R.

Facultad de Matematica Astronomia y Fisica, Universidad Nacional de Córdoba  
Medina Allende s/n. Ciudad Universitaria. 5000 Córdoba, Argentina  
Recibido 30/03/2012; aprobado 10/12/2012  
comes@famaf.unc.edu.ar

### Resumen

La inminente instalación de un Sistema Nacional de Radares Meteorológicos Doppler polarimétricos (SINARAME) que se agregarán a los ya existentes en el país, plantea la oportunidad de incorporar receptores pasivos de menor costo que sincronizados con un radar principal permitan obtener tres componentes independientes de la velocidad de la precipitación en un punto específico de una celda de tormenta en forma simultánea. Es importante distinguir este campo de velocidades que corresponde a las partículas de precipitación del campo de vientos que las impulsa. Con este conocimiento puede deducirse el campo de vientos de la celda por medio de un procedimiento de integración, y de aquí es posible obtener la velocidad (terminal) de las partículas de precipitación con respecto al aire, la cual caracteriza su tamaño. La rapidez de adquisición de los datos y la sencillez del sistema de ecuaciones que se obtiene, permiten vislumbrar aplicaciones en tiempo casi real conocido como *nowcasting*.

Palabras clave: Meteorología, Hidrología, Radar, Doppler, Multiestático.

In addition to the radars already existing in Argentina, the National System of Polarimetric Doppler Weather Radars (SINARAME) will promptly be implemented. A significant improvement on the performance of each radar can be accomplished by the use of passive receivers synchronized with it, which allows three independent components of the precipitation velocity to be obtained at a definite point within a storm cell. Then, the wind field is calculated by means of an integration procedure. From these two fields, the particles terminal speed related to the size of the precipitation particles is inferred. On the other hand, the wind field is a very important input in *nowcasting*.

Keywords: meteorology, hydrology, radar, Doppler, multistatic

## 1. Introducción.

Desde el mismo advenimiento de la técnica Doppler en la Meteorología de Radar, diferentes investigadores han buscado obtener el campo de velocidad de movimiento de las partículas de precipitación en el mayor detalle posible. Un objetivo central en esta búsqueda lo ha constituido el deseo de obtener la estructura tridimensional del mencionado campo de velocidad[1]. Para esto, es necesario contar con tres componentes independientes de la velocidad Doppler, para lo cual se requiere, a su vez de tres Radares Doppler apuntando sus haces de micro-ondas simultáneamente al mismo volumen de observación desde tres direcciones diferentes. Lograr un barrido de una celda convectiva con estas características es imposible. La mejor aproximación a esta técnica de observación es la de realizar barridos coordinados desde dichos Radares, de manera de que todos, por ejemplo, comiencen su barrido desde el tope de la celda y lo concluyan en su base[2]. Sin embargo, las posibilidades que ofrece la moderna tecnología electrónica de alto grado de integración hacen posible pensar en un siste-

ma compuesto por un Radar Doppler propiamente dicho y dos antenas receptoras pasivas de características similares, que desde posiciones fijas reciban desde diferentes direcciones el eco de un mismo volumen de partículas de precipitación excitadas por el pulso transmitido por el Radar Doppler principal

## 2. Conceptos Básicos.

Un sistema multiestático de radar se compone de un radar principal fijo y de un número de receptores pasivos también fijos. El radar principal tiene capacidad de transmitir en forma repetitiva trenes de micro-ondas y de recibir el eco que devuelve un cuerpo que los intercepte, mientras que las antenas pasivas sólo pueden recibir desde sus posiciones el mismo eco que devuelve el cuerpo interceptor al radar principal.

En la Figura 1 se esquematiza la operación de un sistema multiestático simple integrado por un radar principal ubicado en la posición  $O$  y por dos antenas receptoras pa-

sivas que se encuentran en las posiciones marcadas como 1 y 2 operando sobre una celda convectiva en la que se desarrolla una tormenta. En un momento dado de la operación el radar transmite un tren de micro-ondas que al cabo de un tiempo alcanza las partículas de precipitación de la celda convectiva bajo observación que se encuentran en la posición  $r_0$ . Estas partículas reaccionan a su vez emitiendo ondas en todas las direcciones en general. Particularmente se transmitirán trenes de ondas en dirección a los receptores pasivos 1 y 2, los cuales están situados en las posiciones  $r_1' = R_1 - r_0$  y  $r_2' = R_2 - r_0$ , respectivamente, con respecto a la precipitación ubicada en  $P$ . Igualmente se transmitirá un tren de ondas en la dirección opuesta a aquella de la cual provenían devolviendo un eco al radar principal en  $O$ .

Todas estas ondas en general llegarán a sus respectivos receptores en tiempos distintos y además presentarán variaciones en sus atributos fundamentales: amplitud, frecuencia y estado de polarización. Estas modificaciones de las propiedades características de la onda original provienen de la interacción de ésta con las partículas de precipitación sobre las que incide y por consiguiente constituyen una valiosa herramienta de la cual se puede extraer información sobre el estado físico de los hidrometeoros que forman una celda convectiva.

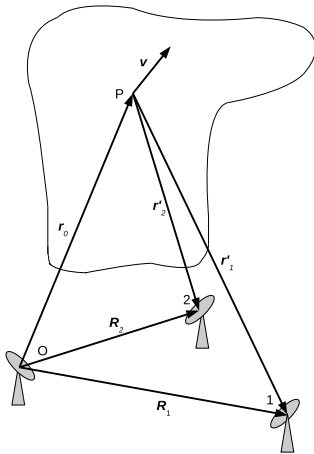


Figura 1: Sistema de radar meteorológico Doppler multiestático compuesto de un radar principal y dos receptores pasivos en operación de observación de una celda convectiva.

En este trabajo estamos particularmente interesados en la variación de la frecuencia conocida como “corrimiento Doppler” producido por la componente del movimiento de las partículas de precipitación en la dirección del haz que se dirige a cada una de las antenas. Cada uno de estos corrimientos Doppler viene expresado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Delta f_1' &= -f(v_r + v_{r1}')/c, \\ \Delta f_2' &= -f(v_r + v_{r2}')/c, \\ \Delta f &= -2f v_r/c, \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $\Delta f_1'$ ,  $\Delta f_2'$ ,  $\Delta f$ , son los corrimientos Doppler medidos simultáneamente por los receptores pasivos 1 y 2 y por el

receptor del radar principal en  $O$  respectivamente y donde  $v_{r1}'$ ,  $v_{r2}'$ ,  $v_r$ , representan las componentes de la velocidad de las partículas en las direcciones de los respectivos haces de ondas en el instante de la medición; en este contexto  $c$  representa la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas y  $f$  es la frecuencia transmitida por el radar principal en  $O$ . A partir de la medición de estos corrimientos de la frecuencia Doppler se pueden determinar las tres componentes independientes de la velocidad de las partículas resolviendo este sistema lineal de ecuaciones:

$$\begin{aligned} v_r &= -\left(\frac{\Delta f}{2f}\right) c, \\ v_{r1}' &= -\left(\frac{\Delta f}{2f} - \frac{\Delta f_1'}{f}\right) c, \\ v_{r2}' &= -\left(\frac{\Delta f}{2f} - \frac{\Delta f_2'}{f}\right) c \end{aligned} \quad (2)$$

Además, el radar principal mide  $r_0 = |r_0|$  a partir del tiempo de viaje de ida y vuelta de la onda transmitida y luego recibida además de la dirección del vector  $r_0$ . Para esto último se utiliza el sistema de coordenadas comúnmente usado en meteorología, el cual se muestra en la Figura 2 donde se ve que consta de un plano  $xy$  horizontal, con el eje  $x$  orientado hacia el Este, el eje  $y$  hacia el Norte y el eje  $z$  verticalmente hacia arriba. En este sistema el servomecanismo del radar principal determina la orientación de  $r_0$  a partir de la medición del azimut  $\alpha$  y de la elevación  $\epsilon$ , de modo que las componentes cartesianas de  $r_0$  quedan perfectamente determinadas:

$$\begin{aligned} r_0 &= x_0 i + y_0 j + z_0 k = \\ &= r_0 [\cos \epsilon (\sin \alpha i + \cos \alpha j) + \sin \epsilon k] \end{aligned} \quad (3)$$

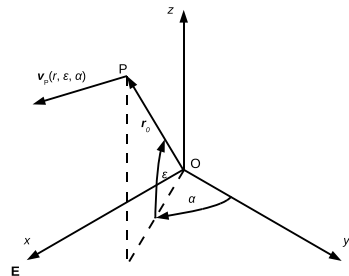


Figura 2: Sistema de coordenadas cartesianas usada en aplicaciones meteorológicas.

Conociendo además las coordenadas cartesianas de los receptores pasivos 1 y 2:

$$R_1 = X_1 i + Y_1 j + Z_1 k, \quad R_2 = X_2 i + Y_2 j + Z_2 k, \quad (4)$$

es posible plantear un sistema lineal de ecuaciones en las componentes cartesianas de la velocidad Doppler  $v_p = v_x i + v_y j + v_z k$  de las partículas:

$$\begin{aligned} v_p \cdot r_0 &= r_0 v_r, \\ v_p \cdot R_1 &= r_0 v_r + r_1' v_{r1}', \\ v_p \cdot R_2 &= r_0 v_r + r_2' v_{r2}' \end{aligned} \quad (5)$$

Los segundos miembros de estas ecuaciones se pueden obtener a partir de las mediciones del sistema multiestático

y los primeros miembros son combinaciones lineales de las componentes cartesianas de  $v_P$  con las componentes de  $r_0, R_1, R_2$  como coeficientes. Ubicando el radar principal y los receptores pasivos 1 y 2 de manera que no queden alineados, estos tres vectores resultan ser linealmente independientes lo que significa que el determinante principal de este sistema lineal de ecuaciones sea no singular y que la solución  $v_P$  del mismo exista y sea única.

### 3. Método de Obtención del Campo de Vientos

El conocimiento del campo de velocidad Doppler permite en principio obtener el campo de vientos internos de una celda de tormenta a partir de la suposición de que la componente horizontal de la velocidad Doppler es igual a la componente horizontal del viento, lo que equivale a admitir que en promedio las partículas de precipitación siguen al viento en su componente de movimiento horizontal. La componente vertical del campo de vientos puede obtenerse por integración de la ecuación de continuidad. Pero para implementar este procedimiento es necesario integrar la ecuación de continuidad en un elemento de volumen cartesiano. Como las componentes cartesianas de  $v_P$  se resuelven sobre la grilla de puntos del radar principal, los cuales conforman un sistema de puntos sobre una grilla en coordenadas esféricas, es necesario interpolarlas a una grilla cartesiana. Como cualquier punto de esta grilla cartesiana, como el indicado como  $P$  en la Figura 3, generalmente se encuentra en el interior de una celda de la grilla polar esférica, se puede lograr una interpolación dentro de una buena aproximación asignándole a  $P$  las mediciones del punto más próximo a él de la grilla polar esférica, en este ejemplo particular, las mediciones del punto 8 de esta última red. Si el punto  $P$  de la grilla cartesiana estuviera justamente sobre la superficie límite entre dos celdas contiguas de la grilla polar esférica, todavía en este caso se puede usar este algoritmo de interpolación que designaremos como *interpolación al punto más próximo*.

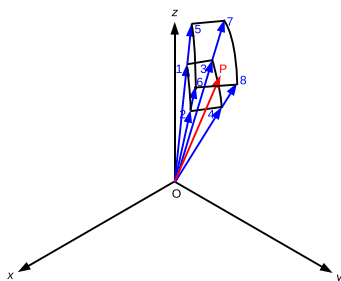


Figura 3: Interpolación al punto más próximo de una grilla en coordenadas esféricas para asignar un valor a un punto de una red cartesiana.

Con el campo de viento horizontal interpolado a una red cartesiana de puntos de grilla se puede integrar la ecuación

de continuidad bajo las suposiciones ya explicadas y además suponiendo que la densidad del aire sólo es función de la coordenada  $z$  y que no depende del tiempo. Si las componentes cartesianas del campo de viento se expresan como  $ui + vj + wk$ , la ecuación de continuidad adopta la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial z} [\rho(z) w(x, y, z; t)] = -\rho(z) \left[ \frac{\partial}{\partial x} u(x, y, z; t) + \frac{\partial}{\partial y} v(x, y, z; t) \right] \quad (6)$$

Al integrar esta ecuación sobre una celda cartesiana de lados  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ , con centro en el punto  $x_0 i + y_0 j + z_0 k$ , se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & \rho \left( z_0 + \frac{\Delta z}{2} \right) \bar{w} \left( z_0 + \frac{\Delta z}{2}; t \right) - \\ & - \rho \left( z_0 - \frac{\Delta z}{2} \right) \bar{w} \left( z_0 - \frac{\Delta z}{2}; t \right) = \\ & = \int_{z_0 - \Delta z/2}^{z_0 + \Delta z/2} \rho(z) \bar{C}_h(z; t) dz \end{aligned} \quad (7)$$

Aquí  $\bar{w}$  representa el valor medio de  $w$  sobre la cara horizontal del elemento cartesiano al nivel indicado por su argumento y  $\bar{C}_h(z; t)$  es el valor medio de la convergencia horizontal del aire al nivel  $z$  y en el instante  $t$ , la cual viene dada por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \bar{C}_h(z; t) = & -\frac{1}{\Delta y} \int_{y_0 - \Delta y/2}^{y_0 + \Delta y/2} \frac{[u(x_0 + \Delta x/2, y, z; t) - u(x_0 - \Delta x/2, y, z; t)]}{\Delta x} dy - \\ & - \frac{1}{\Delta x} \int_{x_0 - \Delta x/2}^{x_0 + \Delta x/2} \frac{[u(x, y_0 + \Delta y/2, z; t) - u(x, y_0 - \Delta y/2, z; t)]}{\Delta y} dx \end{aligned} \quad (8)$$

Esta magnitud puede aproximarse razonablemente a partir de las componentes cartesianas de  $v_P$  como sigue:

$$\bar{C}_h(x_0, y_0, z_0; t) \approx -\frac{[v_x(x_0 + \Delta x/2, y_0, z_0; t) - v_x(x_0 - \Delta x/2, y_0, z_0; t)]}{\Delta x} - \frac{[v_y(x_0, y_0 + \Delta y/2, z_0; t) - v_y(x_0, y_0 - \Delta y/2, z_0; t)]}{\Delta y} \quad (9)$$

Con esta aproximación la ecuación de continuidad adopta la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \rho \left( z_0 + \frac{\Delta z}{2} \right) \bar{w} \left( z_0 + \frac{\Delta z}{2}; t \right) - \\ & - \rho \left( z_0 - \frac{\Delta z}{2} \right) \bar{w} \left( z_0 - \frac{\Delta z}{2}; t \right) \approx \\ & \approx \bar{\rho}(z_0) \bar{C}_h(x_0, y_0, z_0; t) \Delta z \end{aligned} \quad (10)$$

donde:

$$\bar{\rho}(z_0) = \frac{1}{\Delta z} \int_{z_0 - \Delta z/2}^{z_0 + \Delta z/2} \rho(z) dz \quad (11)$$

es el valor medio de la densidad del aire en la celda cartesiana. De aquí inmediatamente se obtiene el valor medio de la componente vertical del viento sobre la cara inferior de la celda a partir de su valor sobre la cara superior del de la densidad del aire y del de la convergencia horizontal:

$$\begin{aligned} \bar{w} \left( z_0 - \frac{\Delta z}{2}; t \right) & \approx \\ & \approx \frac{\rho \left( z_0 + \frac{\Delta z}{2}; t \right)}{\rho \left( z_0 - \frac{\Delta z}{2}; t \right)} \bar{w} \left( z_0 + \frac{\Delta z}{2}; t \right) - \\ & - \frac{\bar{\rho}(z_0)}{\rho \left( z_0 - \frac{\Delta z}{2}; t \right)} \bar{C}_h(x_0, y_0, z_0; t) \end{aligned} \quad (12)$$

Si se parte de un valor de  $\bar{w}$  en la parte superior de una celda convectiva como condición de contorno, puede obtenerse el valor de esta magnitud un elemento de grilla más abajo con la ecuación. Notar que si esta condición de contorno se conoce con un error, éste se irá amortiguando a medida que se baja en la grilla con este algoritmo, ya que el factor de  $\bar{w}$  en el miembro derecho es menor que uno.

## 4. Datos Experimentales y Velocidad Terminal

La Figura 4 muestra un comparación de los resultados de integrar la ecuación de continuidad usando tres diferentes condiciones de contorno para la componente vertical del campo de vientos de una pequeña tormenta ocurrida el 3 de agosto de 1984 en las montañas Magdalena del Esta-

do de New Mexico en los Estados Unidos. Estos tres casos se han etiquetado como WIND0, WIND1 y WINDZ y corresponden a suponer alternativamente que la condición de contorno para  $\bar{w}$  en el tope de la celda es igual a cero, a 1 m/s o a un valor que depende del factor de reflectividad observado en el tope de la celda. Los gráficos han sido tomados 39 minutos después de la observación del primer eco de radar justo antes del comienzo de un rápido crecimiento observado en los datos del factor de reflectividad.

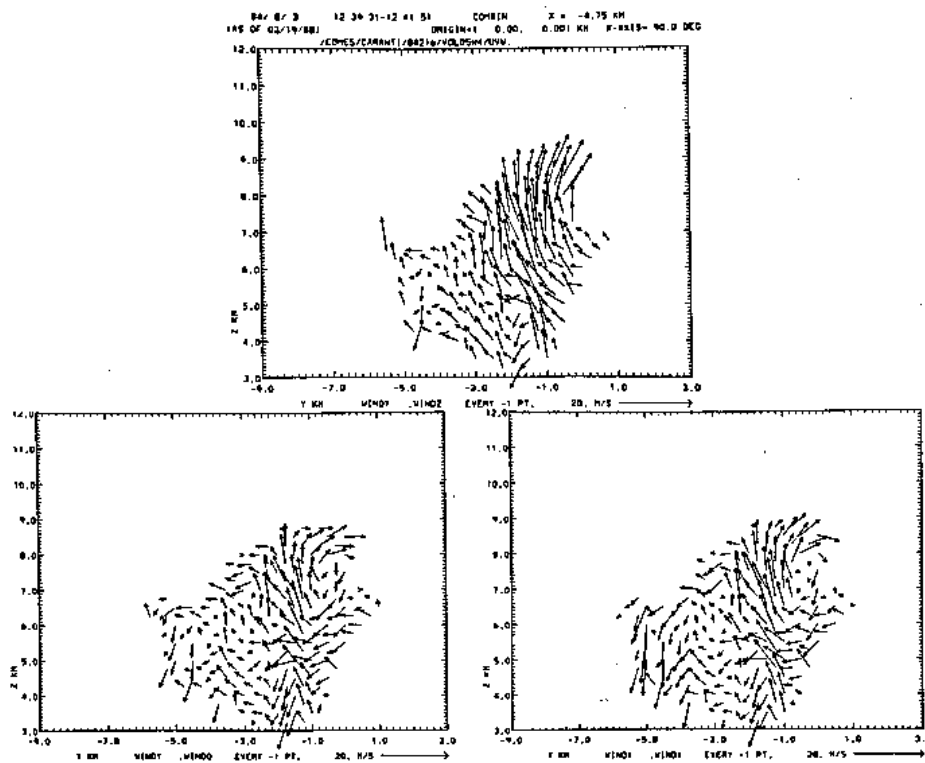


Figura 4: Comparación del campo de vientos obtenido por integración de la ecuación de continuidad usando tres diferentes condiciones de contorno.

El gráfico de WIND0 (izquierda abajo) muestra un movimiento del aire más bien hacia lo alto en la parte superior del eco, pero un movimiento desorganizado en los niveles bajos. Hay una térmica ascendente moderada a los 6 km de altitud que es forzada por la condición de contorno a cambiar hacia un viento horizontal sobre el tope independientemente de la altura del eco al tope. Como consecuencia de la ecuación de continuidad se espera que un movimiento ascendente del aire aumente su velocidad con la altura a medida que el aire se expande. Precisamente este no es el caso para esta condición de contorno; en su lugar se observa una clara desaceleración vertical hacia el tope.

El gráfico de WIND1 (abajo a la derecha) presenta mejor continuidad en la estructura de la térmica ascendente con características mejor definidas. Se ve ahí que el aire se está moviendo hacia lo alto, consistente con el rápido crecimiento de la tormenta. El flujo sobre el lado sur de la tormenta sigue presentando una organización pobre, lo que es compatible con el desarrollo de un torreta débil sobre este lado de la tormenta. El flujo en la parte inferior de la

térmica principal también se ve desorganizado.

Los valores de WINDZ (arriba) dan una imagen mucho más organizada del movimiento del aire, siendo mucho más uniforme su ascenso. Esta clase de flujo puede explicar el fuerte crecimiento generalizado de la celda que se registró a partir del eco del factor de reflectividad en esta etapa.

Finalmente, una vez que se conoce el campo de vientos y el campo de velocidad Doppler, es posible evaluar la velocidad terminal de las partículas de precipitación la cual sólo es función del tamaño de los hidrometeoros observados. Esto es posible, ya que la relación entre los dos campos de velocidades mencionados es la siguiente:

$$v_x i + v_y j + v_z k = \bar{u} i + \bar{v} j + \bar{w} k - \bar{v}_T k \quad (13)$$

donde  $\bar{v}_T$  es la velocidad terminal media de las partículas de precipitación. Por consiguiente:

$$\bar{v}_T = \bar{w} - \bar{v}_z \quad (14)$$

Finalmente, la Figura 5 muestra las velocidades terminales obtenidas a partir de WIND0, WIND1 y WINDZ,

ubicadas en el mismo orden que sus correspondientes en la figura anterior. Claramente se ve que en los dos primeros casos aparece un considerable número de puntos de la grilla cartesiana con valores negativos de la velocidad terminal, lo cual revela lo inadecuado de las condiciones de

contorno que las originaron. Claramente se concluye que la única condición de contorno aceptable es la que se basa en el valor del factor de reflectividad sobre el tope de la celda de tormenta.

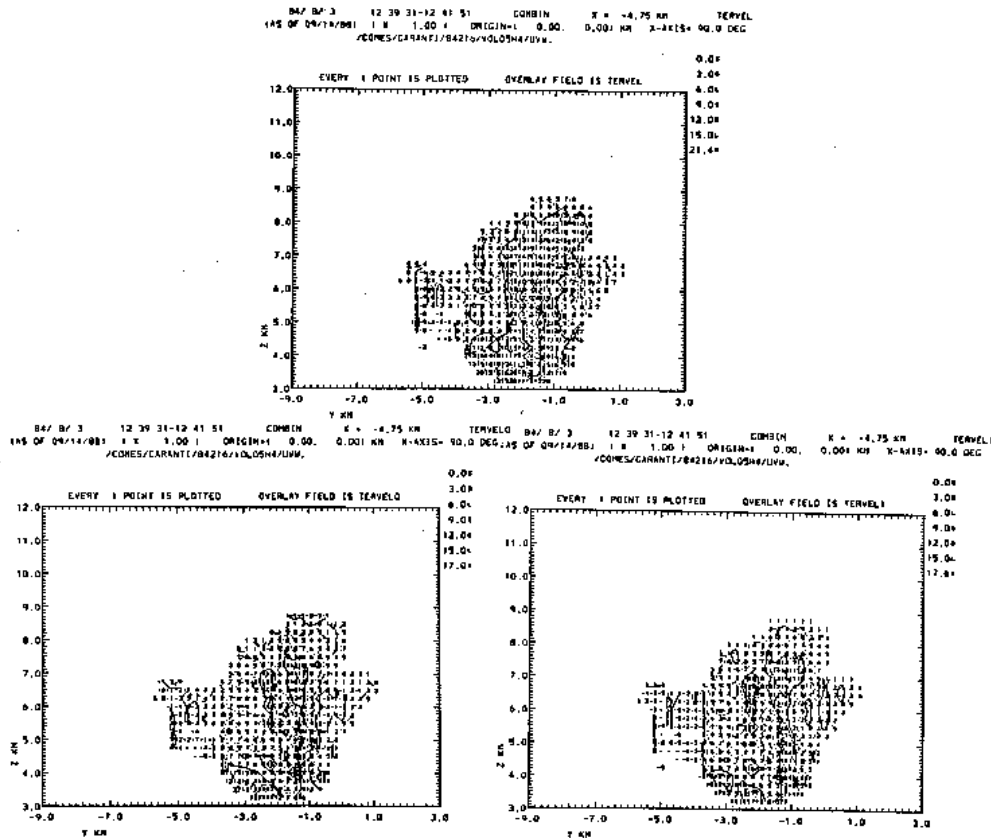


Figura 5: Comparación del campo de velocidad terminal media de las partículas de precipitación obtenidas con las tres condiciones de contorno de la figura anterior.

Finalmente, volviendo a algo mencionado al comienzo, queda abierta la posibilidad de estimar en forma alternativa la cantidad de agua que existe en un momento dado en una celda en desarrollo en base a las otras propiedades intrínsecas de las ondas electromagnéticas que no se han considerado en este trabajo.

## Referencias

- [1] R. Lhermitte and M. Gilet: Acquisition and Processing of Three Doppler Radar Data. Proc. XVII Conf. Radar Met. Amer. Met. Soc. 1-6. 1976.C.
- [2] López Carrillo and D. J. Raymond: Retrieval of Three-Dimensional Wind Fields from Doppler Radar Data Using an Efficient Two-Step Approach. Atmos. Meas. Tech., 4, 2717-2733, 2011.