

# MEMORIA ASISTIDA POR RUIDO EN UN CONJUNTO DE SISTEMAS EXCITABLES

## NOISE ASSISTED MEMORY IN AN EXCITABLE SYSTEMS SET

A. Villagra<sup>13</sup>, V. Salinas<sup>13</sup>, J. Codnia<sup>12</sup>

1 Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento  
J.M. Gutierrez 1150 - (CP1613) - Buenos Aires - Argentina

2 Departamento de Investigaciones en Láseres y Aplicaciones DEILAP (CITEDEF)

Juan Bautista de La Salle 4397 - (B1603ALO) – Villa Martelli – Prov. Buenos Aires – Argentina

3 Beca Doctoral ANPCyT, Proyectos de Formación de Doctorados en Áreas Tecnológicas Prioritarias- PFDT  
Programa de Recursos Humanos - PRH

e-mail: vsalinas@ungs.edu.ar, avillagr@ungs.edu.ar, jcodnia@ungs.edu.ar

Recibido 30/03/2012; aprobado 20/12/2012

En este trabajo se presenta el estudio numérico de una memoria de anillo formada por unidades excitables. Estas unidades se simularon con multivibradores monoestables retriggerables con entrada del tipo schmitt trigger. El acoplamiento entre las unidades se modeló unidireccionalmente, con atenuación, retardo y ruido aditivo no correlacionado. Esta memoria se caracterizó, en primer lugar, en condición sub-umbral con excitación periódica observándose el fenómeno de resonancia estocástica. Luego se trabajó con excitación no periódica tanto en condición supra-umbral como sub-umbral.

**Palabras clave:** resonancia estocástica, dispositivos de memoria, ruido gaussiano, sistemas excitables.

In this paper we present a numerical study of a ring memory composed of excitable units. Each unit was simulated using a retriggerable monostable multivibrator with a schmitt trigger input. The coupling between units was modeled unidirectionally, with attenuation, delay and uncorrelated additive noise. In first place, this memory was characterized in sub-threshold regime with periodic excitation, noting the stochastic resonance phenomenon. In second place, we work with non periodic excitation in both regimes: supra-threshold and sub-threshold.

**Key Words:** Stochastic Resonance, Memory Devices, Gaussian Noise, Excitable Systems.

### I. INTRODUCCIÓN

El fenómeno de Resonancia Estocástica (RS) ha sido estudiado en diversas disciplinas observándose la optimización de la respuesta de un sistema frente a una señal débil al adicionarle una cierta cantidad de ruido<sup>(1)(2)</sup>. Algunos ejemplos son el análisis del comportamiento de una cadena de osciladores biestables<sup>(3)</sup> y la transmisión sináptica entre neuronas<sup>(4)</sup>. En estos casos, se trabaja con un sistema no lineal caracterizado por tener un umbral de activación, ruido y una señal externa sincrónica. Muchos de estos análisis se realizaron utilizando un conjunto de osciladores biestables acoplados<sup>(5)</sup>. La transmisión de información asistida por ruido también se ha estudiado en forma experimental utilizando dispositivos Schmitt triggers<sup>(6)(7)</sup> (ST) conectados en forma de anillo, donde se almacena un código binario en un dispositivo de memoria<sup>(8)(9)</sup>, en algunos casos compuesto por uno o varios ST<sup>(10)</sup>.

El objetivo de este trabajo es simular una memoria de anillo emulando ciertas características de los sistemas biológicos como son la excitabilidad y el ruido cooperativo. En esta línea se presenta un estudio numérico de una memoria formada por un conjunto de

unidades excitables operando en un régimen sub-umbral. Estas unidades están representadas por Multivibradores monoestables retriggerables con entradas del tipo ST, dispuestos en forma de anillo, en los que se almacenaron 8 bits de información. El acoplamiento entre las unidades es unidireccional, con atenuación y ruido aditivo. Debido a la posible implementación experimental de la memoria, el sistema se modela como si estuviese constituido por dispositivos electrónicos.

### II. MODELO

La Figura 1 muestra un esquema del sistema que se simuló. A la izquierda se esquematiza el anillo formado por  $N$  unidades excitables y, a la derecha, el detalle de dos de dichas unidades y su acoplamiento.

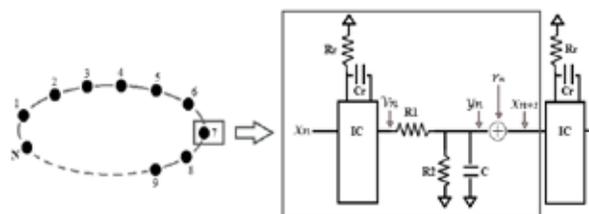


Figura 1. Diagrama de cada unidad del sistema.

Cada sistema excitable se simuló utilizando un multivibrador monoestable retriggerable (IC) con entrada del tipo schmitt trigger. El tiempo refractario de la unidad excitable se definió con la red RrCr, típico de los circuitos monoestables. La atenuación se tuvo en cuenta con el divisor resistivo formado por R1 y R2 y el retardo con la capacidad C y la red resistiva. Finalmente el ruido se adicionó en el nodo del capacitor C mediante un sumador. En el tiempo  $t$ , la salida de la  $n$ -ésima unidad excitable,  $v_n(t)$ , está definida por el valor a la entrada,  $x_n(t)$ , respecto de los umbrales superior e inferior, y por el valor de su estado en un instante anterior,  $v_n(t-\delta t)$ . La función que define cualquiera de las unidades excitables (ST) es:

$$v(t) = \begin{cases} 1 & v(t-\delta t) = 0 \text{ y } x(t) > u_2 \\ 0 & v(t-\delta t) = 1 \text{ y } x(t) < u_1 \\ v(t-\delta t) & \text{otro caso} \end{cases} \quad (1)$$

siendo  $u_1$  y  $u_2$  los umbrales inferior y superior, respectivamente. La entrada de la siguiente unidad excitable ( $x_{n+1}$ ) es la salida del ST luego de ser atenuada y retardada y adicionarle ruido. Con estas definiciones, el sistema dinámico se modeló de la siguiente manera:

$$x_{n+1}(t) = y_n(t) + r_n(t) \quad (2)$$

siendo  $r(t)$  ruido gaussiano con desviación estándar  $\sigma$  y valor medio nulo, y

$$\frac{dy_n}{dt} + \alpha y_n = \beta v_n \quad (3)$$

con

$$\alpha = \frac{R1+R2}{R1R2C} \quad \gamma = \frac{R1}{R1+R2} \quad \beta = \alpha\gamma$$

siendo  $\tau = \alpha^{-1}$ , el tiempo de retardo y  $\gamma$ , el factor de atenuación.

En todas las simulaciones, las tensiones se normalizaron con la tensión de salida del monoestable. A su vez, se mantuvieron fijos los siguientes parámetros: factor de atenuación  $\gamma = 0,25$ , tiempo refractario  $T_{ref} = 1$  s y tiempo de retardo  $\tau = 0,25$  s. En las simulaciones sub-umbral se definieron los umbrales superior e inferior de las unidades ST en  $u_1 = 0,07$  y  $u_2 = 0,27$ , respectivamente.

### III. RESULTADOS

En primer lugar se excitó al sistema aplicando a la primera unidad ( $x_1(t)$ ) una señal senoidal con amplitud 0,2 y frecuencia 0,1 Hz, variando la intensidad de ruido entre 0,02 y 0,07.

La Figura 2 muestra la salida de una de las unidades excitables para tres valores de intensidad de ruido: (a) 0,03; (b) 0,0425 y (c) 0,05. También se muestra, a modo de referencia, la señal de excitación periódica. Como puede verse en la figura, para bajos valores de ruido (a) el sistema pierde pulsos. A su vez, a grandes valores de ruido (c) el sistema dispara erráticamente perdiéndose así la periodicidad de la excitación. La condición (b) corresponde a una cantidad de ruido óptima para la cual el sistema ni pierde ni agrega pulsos.

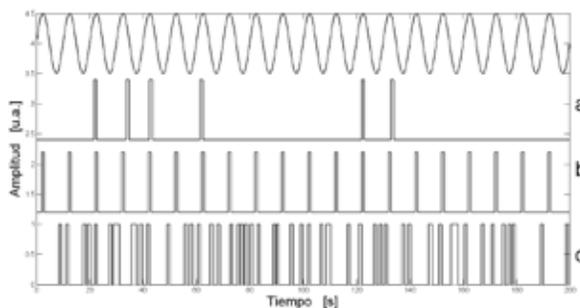


Figura 2. Series temporales a la salida de la unidad 3 con intensidades de ruido (a) 0,03, (b) 0,0425 y (c) 0,05.

La Figura 3 muestra el espectro de frecuencias para la condición (b), observándose la frecuencia fundamental en 0,1 Hz y sus respectivos armónicos. El mínimo en la potencia espectral en 1 Hz está asociado al ancho temporal de los pulsos dado por el tiempo refractario de 1 s.

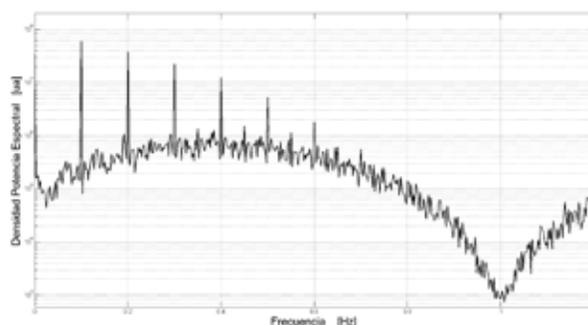


Figura 3. Espectro de frecuencias para  $\sigma = 0,425$ .

Como estimador de la eficiencia del sistema frente a una excitación periódica se utilizó la relación señal a ruido (SNR) determinada, a través de los espectros de frecuencia, como el cociente entre el valor de pico y la línea de base de la densidad de potencia espectral en un entrono de 0,1 Hz. Con motivo de obtener una buena estimación de la SNR, se realizaron varias simulaciones para cada valor del nivel de ruido y se promediaron los espectros de frecuencia. La Figura 4 muestra el espectro de resonancia estocástica<sup>(11)</sup> observándose un máximo para  $\sigma = 0,0425$ .

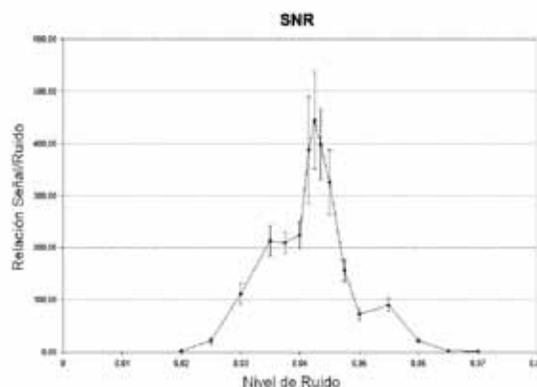


Figura 4. SNR vs. intensidad de ruido.

En segundo lugar, habiendo definido el ámbito de intensidades de ruido, se simuló el almacenamiento de un byte en la memoria de anillo. En particular se utilizó el byte (11000100). Los bits a almacenar en la memoria se consideraron como situación de disparo de la unidad excitable para el bit “1” y situación de no disparo para el bit “0”. Para ello se trabajó en el régimen supra umbral ( $u_2 < 0,25$ ) y se definió el estado inicial de las unidades excitables de forma tal que sea representativo del byte a almacenar. Dado que se trabajó con un anillo de 32 unidades y un byte de 8 bits las unidades se dispusieron en 8 grupos de 4 unidades cada una, cargándose inicialmente el estado (1000) si el bit era un 1 y el (0000) si el bit era un cero. Este esquema permitió que los bits “1” inicialmente estuvieran separados espacialmente.

La Figura 5 muestra la secuencia temporal de  $x_1(t)$ , esto es, la entrada de la primera unidad. En la misma se ven dos pulsos seguidos (primeros dos bits) luego, el tiempo equivalente de 3 ceros, un pulso, dos ceros y luego se repite el patrón, asociado al byte almacenado. La Figura 6 muestra la distancia temporal entre cada pulso de la serie, normalizada al tiempo entre dos bits consecutivos. Como se observa en la figura (y como era de esperar) existen sólo tres valores de distancia, 1, 4 y 3, la distancia entre unos del byte.

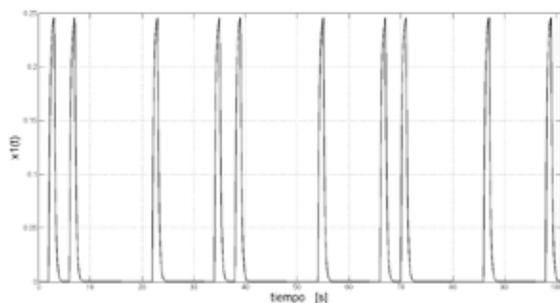


Figura 5. Serie temporal.

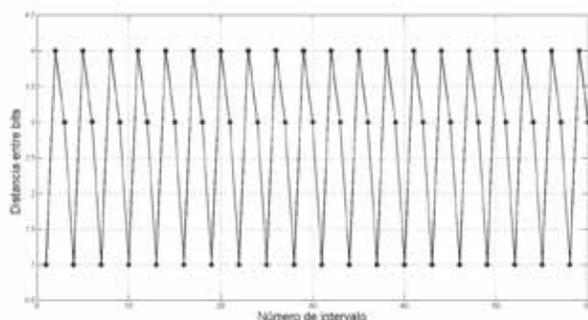


Figura 6. Distancia entre bits.

En tercer lugar, habiendo determinado el número de celdas, el retardo entre bits y el tiempo total del ciclo, se simuló el almacenamiento de un byte (11000100 al igual que antes) en la memoria de anillo en el régimen sub-umbral. Se definió al umbral superior en  $u_2 = 0,27$  superior al factor de atenuación (0,25).

La Figura 7 muestra la secuencia temporal de  $x_1(t)$  donde se observa el mismo patrón que la Figura 5 pero con cierta cantidad de ruido. Al igual que la Figura 6, la Figura 8 muestra la distancia temporal entre cada pulso

de la serie, normalizada al tiempo entre dos bits consecutivos. Nuevamente existen esencialmente tres valores (1, 4 y 3), pero fluctúan alrededor de su valor medio.

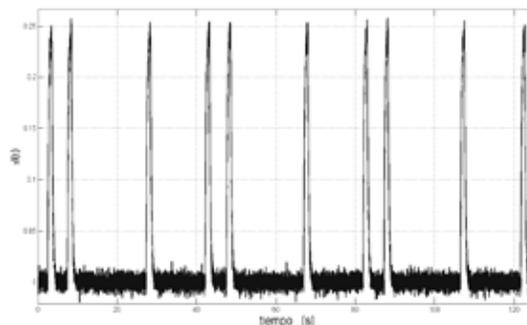


Figura 7. Serie temporal.

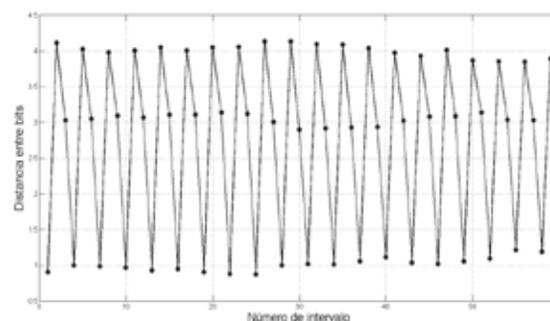


Figura 8. Distancia entre bits.

#### IV. DISCUSION

A partir del circuito mostrado en la Figura 1 se ve que al disparar el monoestable, el capacitor se comienza a cargar y puede alcanzar el valor máximo de 0,25 dado por el coeficiente de atenuación. Este valor máximo se consigue si el tiempo refractario es mayor que el tiempo de carga del capacitor. En la condición supra-umbral ( $u_2 < 0,25$ ) y, en ausencia de ruido, la unidad siguiente disparará cuando la tensión sobre el capacitor sobrepase el umbral. Esto introduce un retardo entre los disparos de dos unidades consecutivas. En la condición sub-umbral, la unidad siguiente sólo puede disparar con la adición de ruido. La intensidad de ruido óptima será mayor al aumentar la diferencia entre el valor del umbral y el valor máximo de carga del capacitor. Esto indica que, si bien para distintos valores de umbral (o de atenuación) se presentará el fenómeno de resonancia estocástica con su consiguiente nivel de ruido óptimo, la eficiencia de almacenamiento cambia.

En las simulaciones se obtuvo que el rendimiento de la memoria asistida por ruido depende crucialmente del nivel de ruido relativo al valor del umbral. Se vió que si el ruido es menor que el óptimo, se pierden disparos por lo que a largo plazo la memoria quedará en “0” todo el tiempo. Si el ruido es mayor que el óptimo ocurren disparos espúreos no correlacionados con los bits “1” a almacenar por lo que a largo plazo la memoria se llena de unos. En la condición de óptimo, si bien no se borran ni se crean bits, las posiciones relativas de los bits

fluctúan alrededor de su valor medio, como se ve en la Figura 8. La fluctuación depende del ruido y si es lo suficientemente grande como para juntar dos bits se vio que colapsan en uno sólo por lo que ese bit se pierde y la distancia relativa de los demás cambia por lo que el byte se modifica.

De la discusión anterior se deduce que para que la memoria funcione correctamente debe existir, por un lado, alta probabilidad de disparo de la unidad  $n$  cuando la unidad  $n-1$  está disparada, durante el tiempo refractario. A su vez, baja probabilidad de disparo de la unidad  $n$  cuando la  $n-1$  no esta disparada (“0”), durante todo el tiempo que dure el estado de “0”.

## V. CONCLUSIONES

En este trabajo se simuló numéricamente un anillo de sistemas excitables acoplados unidireccionalmente, con atenuación y retardo, con la finalidad de funcionar como una memoria asistida por ruido.

En primer lugar, se relevó la respuesta del sistema frente a una excitación periódica con ruido aditivo observándose el característico fenómeno de resonancia estocástica. Esto permitió determinar el intervalo de intensidades de ruido óptimo para un dado factor de atenuación y valor del umbral.

Luego, en el régimen supra-umbral, se almacenó por tiempo indefinido un byte (11000100) observándose que la distancia temporal relativa entre bits no varía. Si bien este resultado era de esperarse, esta condición de operación nos permitió caracterizar algunos parámetros del modelo, como ser, el retardo entre bits y el tiempo total del ciclo.

Finalmente, en el régimen sub-umbral y agregando una intensidad de ruido cercana a la de la resonancia estocástica, se pudo almacenar el mismo byte. Para intensidades de ruido inferiores o superiores al del óptimo, el sistema perdía o agregaba bits, respectivamente, lo que impedía un almacenamiento confiable. A su vez, en la condición cercana a la de resonancia, se observó el colapso de dos bits en uno con la correspondiente pérdida de información. Esto se pudo evitar sobredimensionando el sistema, aumentando el número de unidades excitables separando así más los “unos”.

Actualmente se está trabajando en un modelo que prediga el número de vueltas en función del nivel de ruido, del valor del umbral, de el número de unidades excitables y de los tiempos de retardo y refractario. Esto permitirá determinar una condición de óptimo para un tiempo de almacenamiento dado.

## Referencias

- 1- T. Wellens, V. Shatokhin and A. Buchleitner. Reports on Progress in Physics. 67 (2004) 45-105.
- 2- K. Wiesenfeld, F. Jaramillo. International Journal of Bifurcation and Chaos 8, 3 (1998) 538-548.
- 3- B. McNamara, K. Wiesenfeld. Physics Letters A. 39 (1989) 4854.
- 4- R. Perazzo, L. Romanelli and R. Deza, Physics Review E 61(4) (2000) 3287-3290.
- 5- S.A. Ibañez, A. Fendrik, P.I. Fierens, R.P.J. Perazzo and D.F. Grosz. Fluctuations and Noise Letters. 8 3-4 (2008) 315-321.
- 6- M.F. Carusela, J.Codnia, L.Romanelli. Physica A. 330 (2003) 415-420.

- 7- G.A. Patterson, A.F. Goya, P.I. Fierens, S.A. Ibañez, D.F. Grosz. Physics Review A. 389 (2010) 1965-1970.
- 8- T. Aida and P. Davis. IEEE Journal Of Quantum Electronics 28, 3 (1992).
- 9- B. Mensour and A. Longtin. Physics Letters A. 205 (1995) 18-24.
- 10- S.A. Ibañez, P.I. Fierens, G.A. Patterson, R.P.J. Perazzo and D.F. Grosz. arXiv:0911.0878v1 (2009).
- 11- L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, F. Marchesoni. Review Modern Physics 70 (1998) 203-287.