

Determinación de los campos en una guía reentrante dirigida a la excitación de láseres gaseosos por microondas

G.D. SANTIAGO*, G.J. FOCESATTO#, C.F. MOSQUERA Y C.A. RAFFO

FACULTAD DE INGENIERIA, UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
PASEO COLON 850 (1063), BS.AS, ARGENTINA
#CONICET
e-mail: willy@udceilap.edu.ar

Se presenta el cálculo de los campos dentro de una guía de microondas del tipo "ridge" destinada a la operación de un láser de CO₂ el cual será excitado por un magnetrón continuo de 600 W. El cálculo, basado en un método variacional se desarrolla a partir de una modificación del método de Galerkin. Se obtienen las longitudes de onda de corte para los modos más bajos, y se determina el campo máximo en función de la potencia transmitida en la guía. Asimismo se comparan los resultados anteriores con guías de geometría rectangular o cilíndrica.

We present computed values of fields for a ridge type microwave waveguide. This guide will be used in a microwave pumped CO₂ laser. Pumping will be achieved by means of a CW 600 W magnetron. Fields were computed using a modified Galerkin's variational method. We present cutoff wavelengths for the lowest order modes, and we determine maximum field as function of transmitted power through the waveguide. We compare these results with those known for rectangular and cylindrical waveguides.

Introducción.

La excitación de láseres de CO₂ por medio de radiofrecuencias provee una serie interesante de ventajas sobre las descargas de corriente continua; algunas de las cuales son:

- 1) Ausencia de electrodos en contacto con el medio.
- 2) Menor descomposición de la mezcla.
- 3) Menor campo de ruptura.
- 4) Mejor eficiencia por la ausencia de resistores de balasto.

Mientras los modelos comerciales recurren a la excitación por una descarga de RF en el rango de 10-20 MHz, el uso de microondas aparece como una alternativa de interés dado que los magnetrones continuos de la banda de 2.45 GHz son en este momento una fuente económica con potencias de hasta 1KW.

Asimismo dicha frecuencia de operación permite diseñar un dispositivo totalmente metálico sin necesidad de recurrir a pasantes cerámicos para la aislación de la señal de RF.

Se han desarrollado láseres excitados por microondas¹⁻⁴ utilizando guías cilíndricas y rectangulares modificadas.

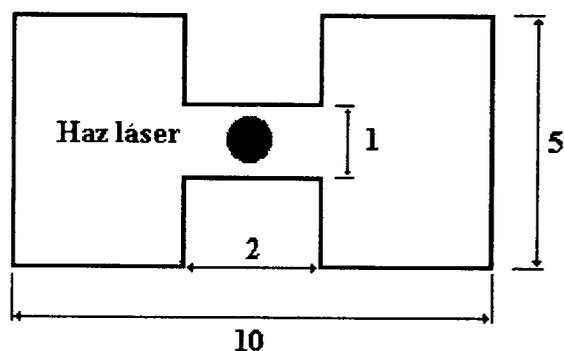


Figura 1. Sección transversal de la guía utilizada

En este trabajo presentamos el cálculo de los campos en una guía reentrante la que se utiliza en un prototipo actualmente en desarrollo. La figura 1 muestra la sección transversal de la guía considerada, así como la región de descarga. Se observa que la zona de excitación se ubica próxima a la pared de la guía. Esto

presenta la ventaja de permitir una buena evacuación difusiva del calor generado en la descarga evitando la necesidad de recurrir a una rápida circulación del medio activo ⁴. Asimismo se mostrará que a igualdad de potencia transmitida campo eléctrico resulta superior para el mismo modo que en guías rectangulares y cilíndricas.

Método de cálculo

Para la determinación de los campos es necesario recurrir a métodos numéricos dada la sección de la guía considerada. Se utiliza un método variacional en lugar de uno de diferencias finitas ya que el primero tiene la ventaja de generar como solución una matriz de menor orden. Además, al trabajar con una combinación lineal de funciones conocidas, posteriores transformaciones que involucren diferenciación o integración son más fáciles de resolver.

Para campos inferiores al de ruptura, dentro de la guía vale la ecuación escalar simple de Helmholtz ⁵:

$$\nabla^2 \psi + \kappa^2 \psi = 0 \quad (1)$$

Con las condiciones de contorno sobre el perímetro Γ :

$$\begin{aligned} E_z(\Gamma) = \psi(\Gamma) = 0 & \quad \text{Modo TM} \\ \frac{\partial H_z(\Gamma)}{\partial n} = \frac{\partial \psi(\Gamma)}{\partial n} = 0 & \quad \text{Modo TE} \end{aligned} \quad (2)$$

La (1) es una ecuación del tipo:

$$L(g) + \lambda g = 0 \quad (3)$$

donde L es un operador lineal y λ el autovalor a determinar. Para resolver la ecuación anterior, el método de Galerkin -tradicionalmente utilizado- elige un conjunto de funciones de prueba $\{\phi_n\}$ y construye la solución aproximada:

$$G = \sum_{n=1}^N b_n \phi_n \approx g \quad (4)$$

Las funciones de prueba deben satisfacer todas las condiciones de contorno del problema, además de conformar un conjunto completo e independiente. A partir del funcional ⁶:

$$J(G) = \int_R G [L(G) + \lambda G] dV \quad (5)$$

Los coeficientes b_n de la (4) cumplen:

$$\sum_{n=1}^N b_n \int_R \phi_m [L(\phi_n) + \lambda \phi_n] dS = 0 \quad (6)$$

La obtención de funciones de prueba que satisfagan las condiciones de contorno es una de las dificultades que presenta el método de Galerkin; particularmente en el problema del modo TE ya que exige soluciones de derivada normal nula. A fin de facilitar la resolución utilizaremos funciones que individualmente no satisfagan la condición de contorno denotada por $B(g) = 0$, pero que sean de fácil generación y evaluación. Por lo tanto la solución del problema implica minimizar el funcional (5), con la condición adicional:

$$B(G) = \sum_{n=1}^N b_n B(\phi_n) = 0 \quad (7)$$

Para ello introducimos un multiplicador de Lagrange μ y un nuevo funcional $I(G)$:

$$I(G) = J(G) + \mu B(G) \quad (8)$$

Buscamos el mínimo de $I(G)$ anulando sus derivadas respecto a b_j y al multiplicador μ .

$$\frac{\partial I}{\partial b_j} = \sum_{j=1}^N b_j \int_R \phi_j [L(\phi_j) + \lambda \phi_j] dV + \mu B(\phi_j) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial I}{\partial \mu} = B(G) = \sum_{j=1}^N b_j B(\phi_j) = 0 \quad (10)$$

Así es posible formar una matriz con las ecuaciones anteriores que se puede sintetizar en la forma:

$$\begin{bmatrix} \lambda P + Q & c \\ c & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b \\ \mu \end{pmatrix} = 0 \quad (11)$$

donde

$$P = (p_{ij}) = \langle \phi_i | \phi_j \rangle$$

$$Q = (q_{ij}) = \langle \phi_i | L(\phi_j) \rangle$$

$$c = (c_i) = B(\phi_i)$$

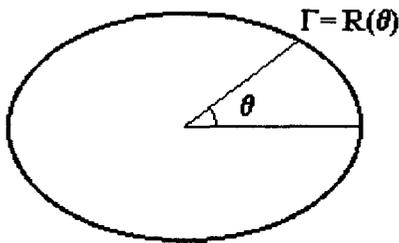


Figura 2. Sistema de coordenadas polares utilizado

La figura 2 muestra el sistema de coordenadas polares utilizado para generar las funciones de prueba. El contorno Γ de la guía está dado por la función $R(\theta)$

Para este caso las funciones de prueba ensayadas fueron del tipo $\psi_{mn} = r^m \cos(n\theta)$, las que generan soluciones de simetría par; el reemplazo por $\sin(n\theta)$ en la parte angular brinda las soluciones impares. Por lo tanto una aproximación para G será de la forma:

$$G = b_0 + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N b_{mn} r^m \cos(n\theta)$$

La solución G deberá tender a cero en el contorno si se trata de determinar modos TM o bien su derivada normal deberá anularse si se trata de modos TE. Con un número finito de términos, la aproximación en el borde puede no ser idénticamente nula, por lo que a fin de disminuir el error conviene considerar a G o a

su derivada normal como una serie de Fourier, en la que cada coeficiente C_p deberá anularse:

$$C_p = \int_0^{2\pi} G(\theta) \cos(p\theta) d\theta \quad \text{ó}$$

$$C_p = \int_0^{2\pi} \nabla(G(\theta)) \cdot \bar{n} \cos(p\theta) d\theta$$

si se define:

$$B_{mn,p} = \int_0^{2\pi} R(\theta)^m \cos(n\theta) \cos(p\theta) d\theta \quad \text{ó}$$

$$B_{mn,p} = \int_0^{2\pi} \nabla(R(\theta)^m \cos(n\theta)) \cdot \bar{n} \cos(p\theta) d\theta$$

Entonces la condición de contorno resulta:

$$C_p = \sum_m \sum_n b_{mn} B_{mn,p} = 0 \quad p = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

con lo que se obtiene el sistema expandido:

$$\begin{bmatrix} \lambda p_{mn,m'n'} + q_{mn,m'n'} \dots B_{mn,1} \dots B_{mn,N} \\ B_{mn,1} \\ \vdots \\ B_{mn,N} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b \\ \mu \end{pmatrix} = 0$$

La matriz anterior representa un problema de autovalores generalizados, de cuya solución se obtienen las longitudes de onda de corte y los coeficientes de expansión.

Resultados

La figura 1 muestra la guía sobre la que se desarrollaron los cálculos.

En la zona central se marca la región de excitación. Se eligió un gap de 1cm el cual permite el paso del haz de un laser de CO₂ y asimismo provee un camino corto para la evacuación del calor generado en la descarga.

La siguiente tabla muestra las longitudes de onda de corte más bajas obtenidas a partir de los autovalores calculados. Los cálculos se

efectuaron para modos TE ya que el campo eléctrico en la zona central es superior para igual potencia transportada.

Tabla I: Longitudes de onda de corte

Modo	Long. de onda de corte (cm)
TE ₁₀	36.8
TE ₁₁	9.5
TE ₂₁	6.2

La figura 3 muestra dos distribuciones transversales de campo obtenidas como

$$E_t = \frac{j\omega\mu_0}{k^2} \bar{u}_z \times \nabla H_z \quad (13)$$

V/cm para mezclas típicas de CO₂:N₂:He en el rango de hasta 20 Torr.

siendo la potencia transportada en la guía:

$$P = \frac{\eta(f/f_c)^2 \sqrt{1-(f_c/f)^2}}{2} \int_R H_z^2 dS \quad (14)$$

Combinando las dos ecs. anteriores se llega a: $P(W) \approx 0.02 * E_{m\acute{a}x}(V/cm)^2$; donde la potencia se mide en Watts y el campo en V/cm. Trabajos previos⁸ sugieren operar con campos de excitación en el orden de 100 V/cm para mezclas típicas de CO₂:N₂:He en el rango de hasta 20 Torr; reemplazando en la (16) este valor de campo de ruptura se encuentra que son necesarios aproximadamente 200 W de potencia.

Se puede comparar esta relación potencia vs campo máximo para guías de geometría rectangular operando en la misma relación de frecuencia de excitación a frecuencia de corte. Para el modo TE₁₀ en una guía rectangular de ancho a y altura b se obtiene⁹:

$$P = \frac{a b E_{m\acute{a}x}^2}{\eta(\lambda_0 / \lambda_g)}$$

En la misma condición de operación resulta: $P(W) \approx 0.42 E_{m\acute{a}x}(V/cm)^2$

Para la guía circular tomamos el modo TE₁₁ por tener una distribución de campo "semejante" a las anteriores.

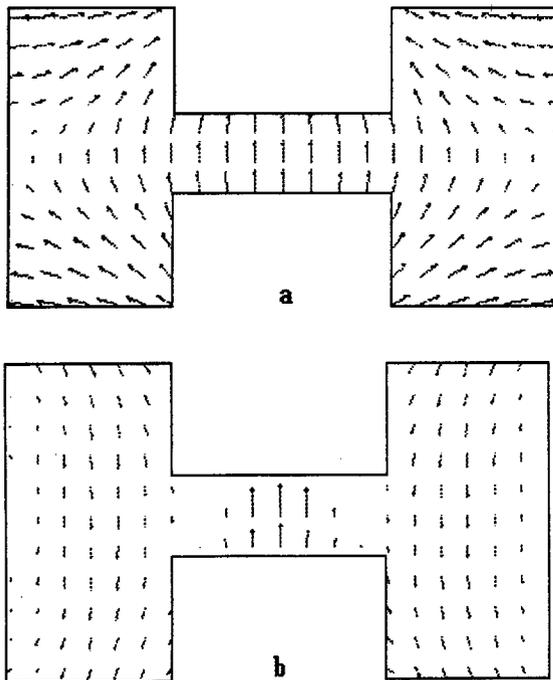


Figura 3. Líneas de campo eléctrico para: a) primer modo; b) segundo modo

Finalmente, para el modo más bajo se estimó la potencia de RF necesaria para llegar al campo de ruptura. Trabajos previos³ sugieren operar con campos de excitación en el orden de 100

$$P = \frac{3a^2 E_{máx}^2}{2\eta(\lambda_0/\lambda_g)}$$

Con iguales supuestos se encuentra para la guía cilíndrica: $P(W) \approx 0.44 E_{máx}(V/cm)^2$

Comparando los tres resultados se observa que a igual potencia transmitida, el campo en la guía reentrante es aproximadamente cuatro veces superior. Esto significa que con menor potencia es posible llegar al campo de ruptura.

Estos cálculos se efectuaron para la guía vacía; al considerar el plasma de descarga las variaciones en la densidad electrónica del medio introducen cambios en la permitividad que hacen que los modos ya no sean TE ó TM puros⁹. La frecuencia de los modos cambiará conforme evoluciona la densidad del plasma. Estos cambios reconocen dos límites dados para densidad electrónica nula e infinita. Para esta guía en particular podemos decir que este cambio será menor que en las de tipo rectangular o cilíndrica puesto que esta variación es inversamente proporcional a la selectividad de modos de la guía¹⁰.

Conclusiones

Las modificaciones introducidas al método numérico de Galerkin facilitan el cálculo de distribuciones de campo en guías con geometrías cualesquiera, permitiendo la rápida evaluación mediante el uso de funciones simples.

El uso propuesto de la de la guía reentrante presenta además ventaja tales como mayor campo eléctrico en la zona de descarga comparado con otras geometrías y factibilidad de efectuar múltiples pasos de amplificación.

Referencias

1. K.G. Handy and J.E. Brandelik, *J. Appl. Phys.*, **49**, 3753, 1978
2. J. Nishimae and K. Yoshizawa, *SPIE*, **1225**, 340, 1990
3. B. Freisinger et al., *SPIE*, **276**, 29, 1990
4. Tetsuya Ikeda et al., *JQE*, **30**, 2657, 1994
5. S. Ramo, "Field and Waves", 416, 1978
6. Morse y Feshbasch, "Methods of Theoretical Physics", parte II, sección 9.4.
7. N. Marcuvitz, "Waveguide Handbook", Mc Graw-Hill, 1951, p 399.
8. R. Wester, S. Seiwert, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **24**, 1371, 1991
9. N. Marcuvitz, "Waveguide Handbook", Mc Graw-Hill, 1951, cap. 2.
10. J.L. Schohet and C. Moskowitz, *J. Appl. Phys.*, **36**, 1756, 1965