

# Parametrizaciones de fenómenos microfísicos para ser incluidos en modelos de nube del tipo 'bulk'

S. MASUELLI, C. M. SCAVUZZO, y G. M. CARANTI

FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba.  
Medina Allende y Haya de la Torre- 5000 Córdoba

*e-mail:masuelli@roble.fis.uncor.edu*

En modelos numéricos de nube a menudo es necesario representar los fenómenos microfísicos mediante parametrizaciones que sin describir la física del proceso arrojan resultados satisfactorios. En este trabajo se presenta una parametrización de la eficiencia de colisión entre gotas de lluvia y de nube como función de los radios de las partículas y de la densidad del aire. La misma se realizó en una forma realista y susceptible de ser integrada con distribuciones de tamaños del tipo:  $N(r) = N_0 r^b e^{-ar}$ , las cuales representan razonablemente bien las distribuciones de partículas en nubes y de precipitación.

Por otra parte también se presenta una parametrización de la velocidad terminal de las gotas de lluvia, siguiendo las premisas antes mencionadas. Para la velocidad terminal y la eficiencia colisión se partió de las expresiones teóricas para esferas lisas.

In numerical modelling, in order to be economical, it is necessary to represent microphysical phenomena by parameterizations that, without describing the detailed physics, give satisfactory result. In this work, we present two such parameterizations. The collision efficiency between cloud droplets and raindrops is parameterized as a function of the particles radii and the air density. This was done realistically allowing its integration with distributions of the form:  $N(r) = N_0 r^b e^{-ar}$  which are representative of the actual particles distributions. The terminal velocity of raindrops is also parameterized. Both parameterization are based on theoretical expressions developed for smooth spheres.

## Introducción

En modelos numéricos de nube de tipo 'bulk' las distribuciones de partículas más usualmente usadas son distribuciones del tipo funciones exponenciales por potencias del radio <sup>[1] [2]</sup>. Las distribuciones tipo Marshall-Palmer entran en esta categoría. Las cantidades asociadas a los distintos procesos microfísicos a menudo no son integrables con estas distribuciones y por lo tanto se recurre a parametrizaciones cuyas expresiones son lo suficientemente simples como para ser integradas.

La eficiencia de colisión  $E_f$  es definida como:

$E_f = y_c^2 / (R + r)^2$ , donde  $y_c$  es el parámetro de impacto crítico,  $R$  es el radio de la gota blanco y  $r$  es el radio de la gota incidente. Esta cantidad asume una forma muy complicada como función del radio de las partículas colectora y colectada, y de la densidad del aire. Sin embargo, en muchos trabajos este inconveniente se resuelve adjudicándole un valor constante según la categoría de las partículas intervinientes, por ejemplo 0,8 para la eficiencia de colisión gotas de nube y gotas de lluvia <sup>[1]</sup>.

Otra cantidad muy usada es la velocidad terminal  $v_T$  de las partículas de precipitación. Es común encontrarla, en función del radio de la gota, en la siguiente forma:  $v_T(R) = c R^\alpha$  donde  $c$  y  $\alpha$  son constantes, sin tomar en cuenta como varía con la densidad del aire  $\rho_a$ .

La velocidad terminal de las partículas de precipitación y la eficiencia de colisión intervienen en procesos como ser la acreción o el intercambio de cantidades asociadas a las partículas ( carga eléctrica, sustancias químicas, etc.), los cuales pueden ser muy sensibles a variaciones de estos dos parámetros.

## Desarrollo

Para la velocidad terminal y la eficiencia colisión se partió de las expresiones teóricas para esferas lisas <sup>[3] [4]</sup>. Los ajustes se realizaron dentro de los rangos de validez de estas expresiones:  $40\mu\text{m} \leq R \leq 600\mu\text{m}$  y  $1\mu\text{m} \leq r \leq \min(R / 10, 40\mu\text{m})$ , respectivamente para los radios de las gotas de lluvia y gotas de nube.

Las parametrizaciones obtenidas fueron las siguientes (todas las cantidades en MKS):

$$v_T(R) = a + b R^c \quad (1)$$

$$\text{con } \begin{cases} a = -0,517 - 0,330 \exp(-0,964 \rho_a) \\ b = 1150 + 14300 \exp(-3,35 \rho_a) \\ c = 0,707 + 0,306 \exp(-1,62 \rho_a) \end{cases}$$

La ecuación (1) corresponde a la velocidad terminal de una gota de lluvia.

La ecuación (2) corresponde a la eficiencia de colisión entre gotas de nube y gotas de lluvia, la cual depende principalmente del radio de la partícula colectada.

$$E_f = \begin{cases} 1 - \exp(-k(r - m)) & r > m \\ 0 & r \leq m \end{cases} \quad (2)$$

$$m = m_1 + m_2 \exp(m_3 \rho_a)$$

$$\begin{cases} m_1 = 4,45 \cdot 10^{-6} + 7,68 \cdot 10^{-3} R - 13,0 R^2 \\ m_2 = 4,09 \cdot 10^{-6} + 6,65 \cdot 10^{-3} R - 10,8 R^2 \\ m_3 = -1,71 + 6080 R - 7,76 \cdot 10^6 R^2 \end{cases}$$

$$k = k_1 + k_2 \exp(l_3 \rho_a)$$

$$\begin{cases} k_1 = 1,42 \cdot 10^5 + 1,38 \cdot 10^8 R - 1,71 \cdot 10^{11} R^2 \\ k_2 = 2,34 \cdot 10^5 + 1,50 \cdot 10^9 R - 1,42 \cdot 10^{12} R^2 \\ k_3 = -1,78 - 4220 R - 5,16 \cdot 10^6 R^2 \end{cases}$$

Las cantidades anteriores corresponden a unidades en MKS

En las figuras 1 y 2 se muestran las curvas teóricas (en línea llena) y nuestro ajuste (en línea cortada), correspondientes a la velocidad terminal y la eficiencia de colisión, para  $\rho_a = 0,8 \text{ kg/m}^3$ .

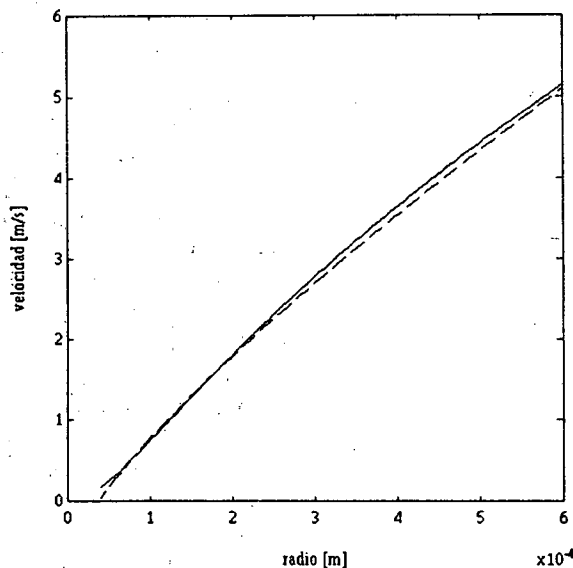


Figura 1: Velocidad terminal versus radio de las gotas de lluvia. La línea llena corresponde a la curva teórica mientras que la línea cortada corresponde a nuestra parametrización.

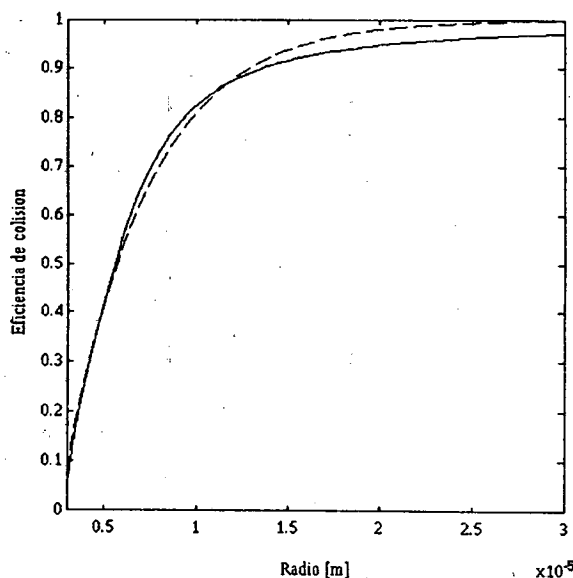


Figura 2 Eficiencia de colisión versus radio de las gotas de nube La línea llena corresponde a la curva teórica mientras que la línea cortada corresponde a nuestra parametrización.

Finalmente, efectuamos una comparación entre las acreciones de gotas de nube por gotas de lluvia, según lo que se obtiene de la expresión teórica integrada numéricamente, la que se obtiene según proponen Wang y Chang <sup>(1)</sup> ( $Ef=0,8$ ), de aquí en más WC, y la que resulta

de nuestras parametrizaciones integrada analíticamente, para dos situaciones posibles dentro de una nube convectiva. El primer caso corresponde a una situación en la parte baja de la nube:  $Q=4 \text{ g/kg}$ ,  $q=1 \text{ g/kg}$ ,  $\rho_a=1\text{kg/m}^3$ , y el segundo caso a una situación en la parte

media alta de la nube:  $Q=0,8$  g/kg,  $q=0,8$  g/kg,  $\rho_a=0,6$  kg/m<sup>3</sup>; donde  $Q$  es la razón de mezcla para las gotas de precipitación y  $q$  es la razón de mezcla para las gotas de nube. En todos los casos hemos usado para la velocidad terminal de las gotas de lluvia nuestra expresión y considerado cero la velocidad terminal de las gotas de nube.

Por lo tanto:

$$\left. \frac{dq}{dt} \right|_{II} = \int_0^{\infty} dR \int_0^{\infty} dr N(R) n(r) E_f v_T S \rho_a m \quad (3)$$

$$\text{con } \begin{cases} S = 4 \pi (R^2 + r^2) \\ m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \end{cases}$$

$$N(R) = 2 \cdot 10^{15} R^2 \exp(-\Lambda R)$$

$$\Lambda = \left( \frac{4 \pi \rho 2 \cdot 10^{15} \Gamma(6)}{3 Q} \right)$$

$$n(r) = 1,45 \cdot 10^{24} r^2 \exp(-\lambda r)$$

$$\lambda = \left( \frac{4 \pi \rho 1,45 \cdot 10^{24} \Gamma(6)}{3 q} \right)$$

donde  $N(R)$  es el número de gotas de lluvia por kilo de aire,  $n(r)$  es el número de gotas de nube por kilo de aire, y  $\rho = 10^6$  g / m<sup>3</sup> es la densidad del agua líquida.

Usando nuestras parametrizaciones tenemos:

$$\left. \frac{dq}{dt} \right|_{II} = \frac{(4 \pi)^2}{3} \rho_a \rho 2 \cdot 10^{15} 1,45 \cdot 10^{24} [A + B] \quad (4)$$

$$A = \Gamma(6, m) \left( \frac{1}{\lambda^6} - \frac{e^{-m}}{(\lambda + 1)^6} \right) \left( a \frac{\Gamma(5)}{\Lambda^5} + b \frac{\Gamma(5+c)}{\Lambda^{5+c}} \right)$$

$$B = \Gamma(8, m) \left( \frac{1}{\lambda^8} - \frac{e^{-m}}{(\lambda + 1)^8} \right) \left( a \frac{\Gamma(3)}{\Lambda^3} + b \frac{\Gamma(3+c)}{\Lambda^{3+c}} \right)$$

donde:

$$\Gamma(r, x) = \int_x^{\infty} du u^{r-1} \exp(-u)$$

$$\Gamma(r) = \int_0^{\infty} du u^{r-1} \exp(-u)$$

Los resultados obtenidos se muestran en el siguiente cuadro:

Cuadro 1: Tasa de colección de gotitas por gotas (mks)

CASOS	TEORICA	WC	ESTE TRABAJO
Primer caso	0,0821	0,0714	0,0844
Segundo caso	0,114	0,0094	0,0111

## Conclusiones

Se han obtenido parametrizaciones para la velocidad terminal de gotas de precipitación y para la eficiencia de colisión entre gotas de nube y de precipitación, con la debida dependencia de las cantidades físicas (radios de las partículas y densidad del aire), lo suficientemente sencillas como para ser integrables analíticamente y por ende útiles en modelos de nubes.

Por otra parte, se ha mostrado que nuestras parametrizaciones permiten calcular la acreción de gotas de nube por gotas de precipitación con mayor precisión que la obtenida por los modelos más sofisticados actuales. Nuestro cálculo conduce a discrepancias de alrededor del 3% de l valor teórico mientras que el cálculo de Wang y Chang lleva a discrepancias del orden del 13 % para situaciones típicas y relevantes en una nube convectiva (ver cuadro 1).

## Referencias

- 1 - Wang, C., and J. S. Chang, 1993: "A three dimensional numerical model of cloud dynamics, microphysics, and chemistry. 1. Concepts and formulation". J. Geophys. Res, **98**, 14827-14844.
- 2 - Cautenet, S. and B. Lefeuvre, 1994: "Constrasting behavior of a gas and aerosol scavenging in convective rain: a numerical and experimental study in the african equatorial forest". J. Geophys. Res., **99**, 13013-13024.
- 3 - Abraham, F. F., 1970: "Functional of drag coefficient of sphere and Reynolds number". J. Geophys. Res, **79**, 3098-3100.
- 4 - Beard, K. V., and Grover, S. N., 1974: Numerical colision efficiency of small raindrops colliding with micron size particles". J. Atmos. Sci., **31**, 543-550.