UN MODELO SUPERSIMETRICO PARA EL ACOPLAMIENTO ELECTROMAGNETICO DE "ANYONS"

A.Foussats, E. Manavella, C.Repetto, O.P.Zandron y O.S.Zandron
Instituto de Física Rosario, Universidad Nacional de Rosario,
Bvd. 27 de Febrero 210 bis, 2000 Rosario, Argentina

En este trabajo, primeramente se construye un modelo supersimétrico clásico que permite describir la interacción de "anyons" con el campo electromagnético. Siguiendo el algoritmo de Dirac se estudia la estructura de vínculos del sistema acoplado. Una vez clasificados los vínculos, se realiza la cuantificación canónica. Posteriormente, utilizando el método de la integral de camino, se desarrolla la teoría perturbativa para el modelo de medida bajo consideración, se discute su diagramática y se dan las reglas de Feynman. Finalmente se analizan los grados de divergencia correspondientes a las correcciones a un-loop de los diagramas divergentes.

We construct a supersymmetric gauge model describing the electromagnetic interaction of anyons. This is done by means of the supersymmetric generalization of the U(1)×U(1) gauge theory. The model contains the statistical $U(1)$ gauge field endowed with a Chern-Simons mass term and the electromagnetic field, both with the corresponding superpartners, coupled to matter fields. This constrained system is analyzed from the Hamiltonian point of view and the canonical quantization is found. Later on, by using the path-integral method, the perturbative formalism is developed. Finally, defining suitable propagators and vertices the diagrammatic and the Feynman rules are given.

00.03.70 +k

INTRODUCCIÓN

Recientemente, hemos estudiado desde el punto de vista cuántico el modelo no relativista de medida U(1) × U(1) que describe la interacción electromagnética de "anyons"[1]. Utilizando el método de la integral de camino, hemos dado las reglas de Feynman y construído la diagramática de este modelo.

Como se conoce, en dimensión (2+1) es posible tener "anyons" cuando la inversión temporal y la invariancia de paridad son violadas. Los "anyons" son importantes tanto desde el punto de vista teórico como también fenomenológicamente. Hay muchos modelos y diferentes métodos para describir excitaciones entre "anyons"[2–13].

El modelo más ventajoso se construye acoplando mínimamente un sistema bosónico o fermiónico a un campo $U(1)$, llamado campo estadístico de medida. La dinámica de este tipo de modelos está gobernada por una acción de Chern-Simons (CS)[14].

Cuando se considera la interacción electromagnética entre "anyons", también existen diversas formas de llevarlo a cabo[15–20]. La interacción electromagnética entre "anyons", en el marco de la teoría cuántica de campos, se puede formular como una teoría de medida del grupo U(1) × U(1), acoplada con un campo de materia (bosónica o fermiónica) mediante una corriente conservada. Para reproducir resultados provenientes de la mecánica cuántica, la manera más simple y elegante es acoplar un campo de materia anticonmutante (o conmutante) a dos campos de medida $U(1)$. Uno de estos campos es el electromagnético, y el otro es el campo estadístico que se introduce mediante la acción de CS.

Otro punto de vista interesante es considerar los modelos de "anyons" desde el punto de vista de la supersimetría[21]. A partir de modelos standard para "anyons" en término del campo estadístico de CS $U(1)$, es posible construir un modelo supersimétrico minimal que contiene espín y estadística fraccional. El primer resultado es que la supersimetría conecta campos de espín S con campos de espín $S+\frac{1}{2}$. Así, cuando se explora el contenido de partículas y las interacciones del modelo, aparece naturalmente una interacción "anyon"-"anyon" requerida por supersimetría. Por lo tanto, en estos modelos, el tipo de interacción y las especies de "anyons" deben interactuar de manera de preservar la supersimetría.

Siguiendo esta línea, en este trabajo se generaliza el modelo de medida del grupo U(1) × U(1) y se construye un modelo cuántico supersimétrico, el cual nos describe naturalmente le interacción electromagnética de "anyons".

I. ACCION SUPERSIMETRICA CLASICA

En modelos puros de "anyons" (ver p.e Ref.[14]), es posible considerar un espinor- $\frac{1}{2}$ de Dirac ψ cargado o un campo escalar complejo φ acoplado de manera estandar al campo estadístico de medida $U(1)$ que llamamos A_μ. El campo de medida A_μ se incluye como un término masivo de CS, es decir:

$$\mathcal{L}_f = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi + \frac{1}{2\sigma}\varepsilon^{\mu\nu\rho}A_\mu\partial_\nu A_\rho \,, \qquad (2.1)$$

$$\mathcal{L}_b = D_\mu\varphi^* D^\mu\varphi - m^2\varphi^*\varphi + \frac{1}{2\sigma}\varepsilon^{\mu\nu\rho}A_\mu\partial_\nu A_\rho \,. \qquad (2.2)$$

donde $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$ es la derivada covariante de medida; y σ es el parámetro estadístico.

Se sabe que el Lagrangiano (2.1) describe una teoría de partículas con espín $S = \frac{e^2}{4\pi}\sigma + \frac{1}{2}$ que obedece la estadística fraccional $\frac{e^2}{2\pi}\sigma + 1$; y el Lagrangiano (2.2) describe una teoría de partículas con espín $S = \frac{e^2}{4\pi}\sigma$ que obedece la estadística fraccional $\frac{e^2}{2\pi}\sigma$. En ambos casos esto ocurre para valores arbitrarios de σ; mientras que para $\sigma = \pm 2\pi$ ocurre la transmutación de Bose-Fermi y el valor del espín queda bien definido.

En las ecuaciones (2.1) y (2.2) el término de Maxwell $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(A)F^{\mu\nu}(A)$ puede o no estar presente. El término de CS rompe tanto la invariancia de paridad como la de inversión temporal y es el término que hace posible que estos Lagrangianos describan teorías de campo para partículas con estadística fraccional.

Por otro lado, partiendo de un punto de vista general donde se tienen en cuenta requerimientos generales de invariancia de medida, se puede mostrar[1] que la dinámica de "anyons" interactuando con el campo electromagnético involucra dos campos de medida que desde el comienzo pueden ser tratados en un mismo pié de igualdad. La densidad Lagrangiana más general para un modelo de medida U(1)×U(1) es de la forma: $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{gauge}(A_1\,,\,A_2) + q_i J_\mu A_i^\mu + \mathcal{L}_{matter}$, donde $A_i^\mu (i = 1,2)$ son dos campos de medida $U(1)$, J_μ la corriente conservada y q_i las cargas. En este contexto para recuperar la interacción electromagnética standard solamente es necesario un campo estadístico el cual puede ser distinguido sin ambiguedad del otro campo de medida, es decir del campo electromagnético.

En razón de obtener el valor correcto del acoplamiento magnético dependiente del spin para una partícula cargada de spin 1/2, y el requerimiento de obtener el valor $\mu_{em} = \pm\frac{e}{2m}$ ($s = \pm 1/2$) para el momento electromagnético hace que el acoplamiento de ambos campos de medida $U(1)$ quede completamente determinado. De esta manera, la parte de la densidad Lagrangiana que contiene los dos campos de medida está dada por:

$$\mathcal{L}_{em} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(B)F^{\mu\nu}(B) - \frac{1}{8\pi}\frac{e}{m}F_{\mu\nu}(A)F^{\mu\nu}(B)\,. \tag{2.3}$$

donde B_μ es el campo electromagnético.

Nuestro propósito es construir la generalización supersimétrica de este modelo. Para ello es necesario supersimetrizar el término de CS en (2.1), (2.2) y el Lagrangiano (2.3).

Por lo tanto, introducimos algunas definiciones en el superespacio de coordenadas (x^μ , θ), donde θ es un espinor de Majorana de dos componentes (ver p.e Ref.[22]). Para describir la supersimetría que involucra los campos de materia utilizaremos supercampos escalares complejos $\Phi(x^\mu,\theta)$ and $\Phi^*(x^\mu,\theta)$. Un supercampo escalar complejo tiene componentes:

$$\Phi(x^\mu,\theta) = \varphi(x^\mu) + \theta^\alpha\psi_\alpha(x^\mu) - \theta^2 F(x^\mu) \tag{2.4}$$

donde $\varphi(x^\mu)$ es un campo escalar complejo, $\psi_\alpha(x^\mu)$ es un espinor de Majorana y $F(x^\mu)$ es un campo escalar auxiliar.

Para describir la supersimetría que involucra los dos campos de medida $U(1)$, usamos supercampos espinoriales. A través de los supercampos espinorales se introducen las conexiones de medida A_μ o B_μ y sus correspondientes "superpartners". Un supercampo espinorial en componentes y en la medida de Wess-Zumino se escribe:

$$V_\alpha(x^\mu,\theta) = -i(\gamma^\mu\theta)_\alpha A_\mu - 2\theta^2\lambda_\alpha\,, \tag{2.5}$$

Por supuesto, se debe definir otro supercampo espinorial para tener en cuenta la conexión de medida B_μ y su correspondiente "superpartner" χ_α.

De esta manera, en la medida de Wess-Zumino, para generalizar la teoría de medida U(1)×U(1) es necesario introducir el gaugino λ "superpartner" del bosón de medida A_μ; y el fotino χ "superpartner" del bosón de medida B_μ.

En el superespacio, se define la derivada supercovariante $D_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + i(\gamma^\mu\theta)_\alpha\partial_\mu$. Una transformación de medida queda dada por $V_\alpha \to V_\alpha + D_\alpha\Lambda$ y $\Phi \to exp(ie\Lambda)\,\Phi$, donde $\Lambda(x^\mu,\theta)$ es cualquier función real en el superespacio.

Asimismo, se define la derivada supercovariante covariante de medida, asociada al grupo U(1)×U(1). Por lo tanto, cuando la interacción electromagnética está presente, dicha derivada contiene una doble superconexión y se escribe:

$$\nabla_\alpha = D_\alpha - ie\left[V_\alpha(A,\lambda) + V_\alpha(B,\chi)\right]\,. \tag{2.6}$$

Otro objeto geométrico necesario para la generalización supersimétrica es el supercampo espinorial intensidad de campo dado por:

$$W_\alpha = \frac{1}{2}D^\beta D_\alpha V_\beta\,. \tag{2.7}$$

Este campo hace posible la generalización supersimétrica de dos tipos de términos: el término de CS y los dos términos en la ecuación (2.3).

Con estas definiciones estamos en condiciones de construir la acción supersimétrica del modelo y asumimos que viene dada por:

$$\begin{aligned} S = {} & \frac{1}{2}\int d^3x\, d^2\theta\, (\bar\nabla^\alpha\Phi^*)(\nabla_\alpha\Phi) - \int d^3x\, d^2\theta\, m\,\Phi^*\Phi \\ & + \frac{1}{4\sigma}\int d^3x\, d^2\theta\, \bar V^\alpha(A,\lambda)\, W_\alpha(A,\lambda) \\ & - \frac{1}{4}\int d^3x\, d^2\theta\, \bar W^\alpha(B,\chi)\, W_\alpha(B,\chi) \\ & - \frac{1}{16\pi}\frac{e}{m}\int d^3x\, d^2\theta\, \left[\bar W^\alpha(B,\chi)\, W_\alpha(A,\lambda) \right. \\ & \left. + \bar W^\alpha(A,\lambda)\, W_\alpha(B,\chi)\right]\,. \end{aligned} \tag{2.8}$$

El haber usado solamente los supercampos Φ, V_α, W_α y la superderivada ∇_α, todos objetos definidos en el superespacio, garantiza la supersimetría de la acción (2.8). La invariancia de medida U(1)×U(1) del modelo está asegurada por construcción.

Realizando en (2.8) la integración sobre las coordenadas θ, se obtiene la densidad Lagrangiana total:

$$\mathcal{L}_{total} = \mathcal{L}_{an} + \mathcal{L}_{em} \; . \tag{2.9}$$

En la ecuación (2.9) los Lagrangianos $\mathcal{L}_{an}$ y $\mathcal{L}_{em}$, en componentes y en la medida de Wess-Zumino, se escriben respectivamente:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{an} &= D_\mu\varphi^* D^\mu\varphi - m^2\varphi^*\varphi + i\bar{\psi}(\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ &+ ie\left(\bar{\psi}\lambda\varphi - \bar{\lambda}\psi\varphi^*\right) + ie\left(\bar{\psi}\chi\varphi - \bar{\chi}\psi\varphi^*\right) \\ &+ \frac{1}{2\sigma}\varepsilon^{\mu\nu\rho}A_\mu\partial_\nu A_\rho - \frac{1}{2\sigma}\bar{\lambda}\lambda \, ,\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{em} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(B)F^{\mu\nu}(B) - \frac{e}{8\pi m}F_{\mu\nu}(A)F^{\mu\nu}(B) \\ &+ \frac{i}{2}\bar{\chi}\gamma^\mu\partial_\mu\chi + \frac{ie}{8\pi m}\left(\bar{\chi}\gamma^\mu\partial_\mu\lambda + \bar{\lambda}\gamma^\mu\partial_\mu\chi\right) \, ,\end{aligned} \tag{2.11}$$

donde: $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu - ieB_\mu$.

La densidad Lagrangiana (2.9) describe la interacción de un campo φ de espín $S = \frac{e^2}{4\pi}\sigma$ y un campo ψ de espín $S = \frac{e^2}{4\pi}\sigma + \frac{1}{2}$ (y sus conjugados), ambos a su vez interactuando con el campo electromagnético.

La forma particular de los acoplamientos entre los campos de materia φ y ψ es una propiedad de la supersimetría del Lagrangiano (2.10). Además, cuando $e \to 0$ los términos de interacción desaparecen mientras que la supersimetría permanece. Cuando se elimina también la supersimetría el modelo se reduce a un sistema puro de "anyons", manteniéndose el espín y la estadística fraccional (ver p.e. Refs[12,15]).

A partir de (2.10) es posible ver también cómo la supersimetría naturalmente produce una interacción "anyon"-"anyon" mediante el acoplamientode los dos fotinos λ y χ "superpartners" de los campos bosónicos de medida. El término de masa $\frac{1}{2\sigma}\bar{\lambda}\lambda$ para el fotino, "superpartner" del término de CS también está presente, cumpliendo el rol de término de masa invariante de medida para el campo de medida A_μ. Por lo tanto, todos estos hechos son consecuencia directa de los requerimientos de supersimetría del modelo.

Finalmente, es de hacer notar que cuando la interacción electromagnética está presente, el campo estadístico A_μ, como así también los dos fotinos se vuelven campos dinámicos. Por lo tanto, ninguno de los fotinos puede ser integrado como ocurre en teorías puras de "anyons".

En la próxima sección analizamos la estructura de vínculos del sistema y las condiciones de fijado de medida para llevar a cabo la cuantificación y desarrollar el método perturbativo.

II. ESTRUCTURA DE VINCULOS, CUANTIFICACION Y METODO PERTURBATIVO

La estructura de vínculos de este sistema acoplado se analiza en el marco del formalismo de Dirac para los sistemas Hamiltonianos. Los pasos a seguir son:
a) construir el espacio de las fases y hallar los momentos canónicos conjugados de las variables de campo,
b) clasificar los vínculos y escribir el Hamiltoniano extendido.

Es posible mostrar que la densidad Hamiltoniana total está dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_T &= \mathcal{H}_{can} + b_A P_A^0 + b_B P_B^0 + \bar{f}_\psi \Pi_\psi + \left(\bar{\Pi}_\psi + i\bar{\psi}\gamma^0\right) f_\psi \\ &+ \bar{f}_\lambda \Pi_\lambda + \left(\bar{\Pi}_\lambda + \frac{ie}{8\pi m}\bar{\chi}\gamma^0\right) f_\lambda + \bar{f}_\chi \Pi_\chi \\ &+ \left[\bar{\Pi}_\chi + \frac{i}{2}\left(\bar{\chi} + \frac{e}{4\pi m}\bar{\lambda}\right)\gamma^0\right] f_\chi \, ,\end{aligned} \tag{3.1}$$

donde

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{can} &= \left(\frac{4\pi m}{e}\right)\left(\frac{2\pi m}{e}P_A^i - P_B^i\right)P_{iA} \\ &+ \frac{1}{2\sigma}\left(\frac{4\pi m}{e}\right)\left(\frac{4\pi m}{e}P_A^j - P_B^j\right)\varepsilon_{ij}A^i \\ &+ \frac{1}{8\sigma^2}\left(\frac{4\pi m}{e}\right)^2 A_j A^j + \partial_i A^0 P_A^i + \partial_i B^0 P_B^i \\ &- \frac{1}{2\sigma}\varepsilon^{ij}\partial_i A_j A^0 + \frac{e}{8\pi m}F_{ij}(A)F^{ij}(B) \\ &+ \frac{1}{4}F_{ij}(B)F^{ij}(B) + P_\varphi^* P_\varphi - e\bar{\psi}\left(A^0 + B^0\right)\gamma^0\psi \\ &+ ie\left(A^0 + B^0\right)\left(\varphi P_\varphi^* - \varphi^* P_\varphi\right) \\ &- i\bar{\psi}\left(\gamma^i D_i - m\right)\psi - \left(D^i\varphi\right)^*\left(D_i\varphi\right) + m^2\varphi^*\varphi \\ &- \frac{i}{2}\bar{\chi}\gamma^i\partial_i\chi - \frac{ie}{8\pi m}\left(\bar{\chi}\gamma^i\partial_i\lambda + \bar{\lambda}\gamma^i\partial_i\chi\right) + \frac{1}{2\sigma}\bar{\lambda}\lambda \\ &- ie\left(\bar{\psi}\lambda\varphi - \bar{\lambda}\psi\varphi^*\right) - ie\left(\bar{\psi}\chi\varphi - \bar{\chi}\psi\varphi^*\right) \, .\end{aligned} \tag{3.2}$$

En cuanto al sistema de vínculos se muestra que:
i) Existen cuatro vínculos bosónicos de primera clase

$$\Sigma_1 = P_A^0 \approx 0 \, , \tag{3.3a}$$

$$\Sigma_2 = P_B^0 \approx 0 \, , \tag{3.3b}$$

$$\Sigma_3 = e\left(\partial_i P_A^i + \frac{1}{2\sigma}\varepsilon^{ij}\partial_i A_j\right) - e\partial_i P_B^i \approx 0 \, , \tag{3.3c}$$

$$\Sigma_4 = -\frac{i}{e}\partial_i P_B^i + \varphi^* P_\varphi - \varphi P_\varphi^* + \bar{\psi}\Pi_\psi + \bar{\Pi}_\psi\psi \approx 0 \, . \tag{3.3d}$$

ii) Existen seis vínculos fermiónicos de segunda clase, que llamamos Ω_a $(a = 1, 2.., 6)$.

Continuando este camino, se puede llevar a cabo la cuantificación canónica donde el Hamiltoniano cuántico queda definido por la siguiente funcional:

$$H_T^* = \int d^2x \; \left(\mathcal{H}_{can} + a\Sigma_1 + b\Sigma_2 + c\Sigma_3 + d\Sigma_4\right) \, . \tag{3.4}$$

donde a, b, c y d son parámetros indeterminados asociados a los vínculos de primera clase correspondientes a todas las simetrías de medida del modelo.

Como tenemos cuatro vínculos de primera clase, debemos imponer cuatro condiciones subsidiarias (condiciones de fijado de medida), en razón de restringir el sistema al verdadero espacio de las fases. Dichas condiciones de fijado de medida $F_i \approx 0$ además de ser compatibles con las ecuaciones de movimiento, deben satisfacer los siguientes requerimientos: para todos los vínculos de primera clase $\Sigma_i \approx 0$, $det[F_i, \Sigma_j]_D \neq 0$ and $[F_i, F_j]_{PB} = 0$. Estos requerimientos no determinan unívocamente las condiciones de fijado de medida, en consecuencia podemos elegir expresiones simples como las siguientes:

$$F_1 = \partial_i A^i \approx 0 \, , \tag{3.5a}$$

$$F_2 = \partial_i B^i \approx 0 \, , \tag{3.5b}$$

$$\begin{aligned} F_3 = \nabla^2 \left(B_0 + \frac{e}{4\pi m} A_0\right) + e\bar{\psi}\gamma^0\psi \\ + ie\left(\varphi^* P_\varphi - P^*_\varphi \varphi\right) \approx 0 \, , \end{aligned} \tag{3.5c}$$

$$\begin{aligned} F_4 = \nabla^2 B_0 + \frac{4\pi m}{e}\left[\frac{1}{\sigma}\varepsilon^{ij}\partial_i A_j + e\bar{\psi}\gamma^0\psi \right. \\ \left. + ie\left(\varphi^* P_\varphi - P^*_\varphi \varphi\right)\right] \approx 0 \, . \end{aligned} \tag{3.5d}$$

Ahora vamos a construir el método perturbativo y la diagramática definiendo adecuados propagadores y vértices. Esto lo haremos en el marco del formalismo de la integral de camino de acuerdo con el procedimiento de Faddeev-Senjanovic. Asumimos que la función de partición se escribe:

$$\begin{aligned} Z = \int \prod \mathcal{D}(B.F)\, \mathcal{D}(B.M)\, \mathcal{D}(\bar{F}.F)\mathcal{D}(F.M)\, \mathcal{D}(F.F) \\ \mathcal{D}(F.\bar{M})\, \delta(\Sigma_i)\delta(F_i)\, det[\Sigma_i, F_j]_D \\ \delta(\bar{\Omega}_a)\, \delta(\Omega_a)\, det[\bar{\Omega}_a, \Omega_b] \\ exp\, i\left[\int d^3x\, \left(\dot{A}_\mu P^\mu_A + \dot{B}_\mu P^\mu_B + \dot{\varphi} P_\varphi + \dot{\varphi}^* P^*_\varphi \right.\right. \\ \left. + \dot{\bar{\psi}}\Pi_\psi + \dot{\psi}\bar{\Pi}_\psi + \dot{\bar{\lambda}}\Pi_\lambda + \dot{\lambda}\bar{\Pi}_\lambda + \dot{\bar{\chi}}\Pi_\chi + \dot{\chi}\bar{\Pi}_\chi\right) \\ \left. - H_T\right] \, , \end{aligned} \tag{3.6}$$

donde la densidad Hamiltoniana H_T ya fue definida en (3.1). Hemos llamado:
$(B.F) = Campos\ bosónicos$,
$(B.M) = Momentos\ bosónicos$,
$(F.F) = Campos\ fermiónicos$ and
$(F.M) = Momentos\ fermiónicos$.

Es posible mostrar que los factores $det\,[\Sigma_i, F_j]_D$ y $det[\bar{\Omega}_a, \Omega_b]$ que aparecen en la ecuación (3.6), no dependen de las variables de campo y por lo tanto se incluyen en el factor de normalización de la integral de camino.

Trabajando con la ecuación (3.6) se llega a la siguiente expresión para la función de partición

$$\begin{aligned} Z = \int \mathcal{D}A_\mu\, \mathcal{D}B_\mu\, \mathcal{D}\varphi\, \mathcal{D}\varphi^*\, \mathcal{D}\bar{\psi}\, \mathcal{D}\psi\, \mathcal{D}\bar{\lambda}\, \mathcal{D}\lambda\, \mathcal{D}\bar{\chi}\, \mathcal{D}\chi \\ \delta\left(\partial_i A^i\right)\delta\left(\partial_i B^i\right) exp\, i\left[\int d^3x\, \mathcal{L}_{eff}\right] \, , \end{aligned} \tag{3.7}$$

donde $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ es el Lagrangiano original escrito en (2.9).

Finalmente, usando el artificio de Faddeev-Popov para pasar a una medida covariante general $\partial_\mu A^\mu = c_A(x)$ y $\partial_\mu B^\mu = c_B(x)$, la forma final de la función de partición es:

$$\begin{aligned} Z = \int \mathcal{D}A_\mu\, \mathcal{D}B_\mu\, \mathcal{D}\varphi\, \mathcal{D}\varphi^*\, \mathcal{D}\bar{\psi}\, \mathcal{D}\psi\, \mathcal{D}\bar{\lambda}\, \mathcal{D}\lambda\, \mathcal{D}\bar{\chi}\, \mathcal{D}\chi \\ exp\, i\left[\int d^3x\, \mathcal{L}^*\right] \, . \end{aligned} \tag{3.8}$$

El funcional $\mathcal{L}^*$ está dado por:

$$\mathcal{L}^* = \mathcal{L}_{eff} + \mathcal{L}_{fix} \, , \tag{3.9}$$

donde

$$\mathcal{L}_{fix} = \frac{\lambda_A}{2}\left(\partial^\mu A_\mu\right)^2 + \frac{\lambda_B}{2}\left(\partial^\mu B_\mu\right)^2 \, . \tag{3.10}$$

En este modelo supersimétrico la llave de la interacción entre los dos campos de medida $U(1)$, o entre sus correspondientes "superpartners" aparecen en (2.11). Estos términos bilineales en los campos, pero lineales en cada uno de ellos, deben contribuir a propagadores. La única posibilidad es construir propagadores mixtos, uno bosónico asociado a un campo extendido $X_\Lambda \equiv (A_\mu, B_\mu)$ y otro fermiónico asociado a un campo extendido $\Xi \equiv (\lambda, \chi)$.

Una vez escrita la acción en término de estas cantidades, es posible separarla en partes; unas definen los propagadores y otras definen los vértices:

$$\begin{aligned} S^* = S^*\left(X_\Lambda\right) + S^*\left(\Xi\right) + S^*\left(\bar{\psi}, \psi\right) + S^*\left(\varphi^*, \varphi\right) \\ + S^*_{int}\left(X_\Lambda, \Xi, \varphi^*, \varphi, \bar{\psi}, \psi\right) \, . \end{aligned} \tag{3.11}$$

Hemos llamado:

$$S^*\left(X_\Lambda\right) = \int d^3x\left[\frac{1}{2} X_\Lambda \left(D^{-1}\right)^{\Lambda\Sigma} X_\Sigma\right] \, , \tag{3.12a}$$

$$S^*\left(\Xi\right) = \int d^3x\left[\bar{\Xi}\, K^{-1}\, \Xi\right] \, , \tag{3.12b}$$

$$S^*\left(\bar{\psi}, \psi\right) = \int d^3x\left[\bar{\psi}\, G^{-1}\, \psi\right] \, , \tag{3.12c}$$

$$S^*\left(\varphi^*, \varphi\right) = \int d^3x\left[\varphi^* P^{-1} \varphi\right] \, , \tag{3.12d}$$

$$\begin{aligned} S^*int(X_\Lambda, \Xi, \varphi^*, \varphi, \bar{\psi}, \psi) = \\ \int d^3x\left[e^2\, \varphi^*\left(X_\Sigma\, V^{\Sigma\Lambda}\, X_\Lambda\right)\varphi\right] \\ + \int d^3x\, ie\left[\bar{\psi}\, I\, \Xi\varphi - \bar{\Xi}\, I\, \psi\varphi^*\right] \\ + \int d^3x\left[e\, \bar{\psi}\Gamma^\Sigma\psi\, X_\Sigma\right] \\ + \int d^3x\left[2ie\, \varphi^*\left(X_\Sigma\, \partial^\Sigma\varphi\right]\right. \, . \end{aligned} \tag{3.12e}$$

En la ecuación (3.13a) la matriz 6×6 $\left(D^{-1}\right)$ es la matriz inversa del propagador asociado al campo auxiliar X_Λ, es Hermitiana y no degenerada. Luego, el propagador $D_{\Lambda\Sigma}(k)$ en el espacio de momentos se puede evaluar y se escribe:

$$D_{\Lambda\Sigma}(k) = \begin{pmatrix} M_{\mu\nu} & L_{\mu\nu} \\ L_{\mu\nu} & N_{\mu\nu} \end{pmatrix} . \tag{3.13}$$

En la ecuación (3.12b) K^{-1} es la inversa del propagador asociado al campo auxiliar fermiónico Ξ. El correspondiente propagador en el espacio de momentos viene dado por:

$$K(q) = \frac{\frac{1}{4\sigma} + \left(\frac{e}{8\pi m}\right)^2 \gamma.q}{\left(\frac{1}{4\sigma}\right)^2 - \left(\frac{e}{8\pi m}\right)^4 q^2} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{e}{8\pi m} \\ \frac{e}{8\pi m} & -\frac{1}{2\sigma}\frac{\gamma.q}{q^2} \end{pmatrix} . \tag{3.14}$$

Finalmente, en las ecuaciones (3.12c,d) P^{-1} y G^{-1} son respectivamente las inversas de los propagadores de los campos de materia (anyonic fields).

La ecuación (3.12e) es la parte de la acción que tiene en cuenta los vértices del modelo. Hay un vértice de cuatro patas representado por la matriz:

$$V^{\Sigma\Lambda} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \tag{3.15}$$

Los otros vértices tienen tres patas y se pueden escribir fácilmente definiendo $I = (1,1)$, $\Gamma^\Sigma = (\gamma^\mu\ ,\ \gamma^\nu)$ y $\partial^\Sigma = (\partial^\mu\ ,\ \partial^\nu)$.

Utilizando las correspondientes reglas de Feynman y la diagramática aquí definida, es posible construir el formalismo perturbativo.

Se puede concluir que el modelo de medida que hemos construido pertenece a la clase de teorías super-renormalizables puesto que tiene un número finito de diagramas divergentes.

[1] J. L. Cortes, J. Gamboa and L. Velazquez, Int. J. of Modern Physics A 9, 953 (1994).

[2] Foussats A., Manavella E., Repetto C., Zandron O.P. and Zandron O.S., Int. Journal of Modern Physics A 11 921 (1996).

[3] F. A. Berezin and M. S. Marinov, Ann. Phys. (NY) 104, 336 (1977).

[4] G. Goldin, R. Menikoff and D. Sharp, J. Math. Phys. 21, 650 (1980); 22, 1664 (1981).

[5] F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. 49, 957 (1982).

[6] F. Wilczek and A. Zee, Phys. Rev. Lett. 51, 2250 (1983).

[7] For a recent review, see F. Wilczek, "Fractional statistics and anyon superconductivity" (World Scientific Publishing, Singapore, 1991).

[8] R. B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. 50, 1395 (1983). See also articles in: S. S. Chern, C. W. Chu and C. S. Ting, eds., "Physics and Mathematics of anyons" (World Scientific Publishing, Singapore, 1991).

[9] Y. S. Wu and A. Zee, Phys. Lett. 147B, 325 (1984).

[10] M. J. Bowick, D. Karabali and L. C. R. Wijewardhana, Nucl. Phys. B271, 417 (1986).

[11] I. Dzyaloshinskii, A. Polyakov and P. Wiegmann, Phys. Lett. A 127, 112 (1988).

[12] A. M. Polyakov, Modern Phys. Lett. A 3, 325 (1988)

[13] M. S. Plyushchay, Int. J. of Modern Physics A 7, 7045 (1992).

[14] C. R. Hagen, Ann. Phys. (NY) 157 342 (1984); Phys. Rev. D31, 848 (1985); D31, 2135 (1985). D. Arovas, J. Schrieffer, F. Wilczek and A. Zee, Nucl. Phys. B251, 117 (1985). See a review see also R. Jackiw, in: "Physics, geometry and topology", ed. H. C. Lee (Plenum, New York, 1990).

[15] I. I. Kogan , Phys. Lett. B262, 83 (1991); I. I. Kogan and G. W. Semenoff, Nucl. Phys. B368, 718 (1992).

[16] J. Stern, Phys. Lett. B 265, 119 (1991).

[17] A. Cabo, M. Chaichian, R. Gonzalez Felipe, A. Perez Martinez and H. Perez Rojas, Phys. Lett. A 166, 153 (1992).

[18] J. L. Cortes, J. Gamboa and L. Velazquez, Phys. Lett. B 286, 105 (1992).

[19] C. Chou, V. P. Nair and A. P. Polychronakos, Phys. Lett. B 304, 105 (1993).

[20] M. Chaichian, R. Gonzalez Felipe and D. L. Martinez, Phys. Rev. Lett. 71, 3405 (1993).

[21] Z. Hlousek and D. Spector, Nucl. Phys. B 344, 763 (1990).

[22] M. T. Grisaru, "A Superspace Primer " Supersymmetry and Supergravity'82 p. 54, Eds. S. Ferrara, J.G. Taylor P. van Nieuwenhuizen (World Scientific Publishing 1982). S.J. Gates, M. T. Grisaru, M. Rocek and W. Siegel, "Superspace, or one thousand and one lessons in supersymmetry" (Benjamin/Cummings, Merlo Park,1983).