

TEORÍAS DE CHERN-SIMONS EN 3D CON LAGRANGIANOS EN ALTAS DERIVADAS ACOPLADAS A FERMIONES

A. Foussats, E. Manavella, C. E. Repetto, O. P. Zandron

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario,
Avenida Pellegrini, 250, (2000) Rosario.

Instituto de Física de Rosario (I.F.I.R.), CONICET, Universidad Nacional de Rosario,
Avenida 27 de Febrero 210 bis, (2000) Rosario.

Se construye el acoplamiento de teorías de Chern-Simons en dimensión (2+1) con un campo fermiónico. Las teorías de Chern-Simons están descritas por un Lagrangiano singular el cual contiene derivadas de alto orden. Se cuantifica el sistema usando el método de la integral de camino. Esto se lleva a cabo extendiendo el formalismo de Faddeev-Senjanovic. Se construye además la diagramática del sistema acoplado utilizando la expresión del propagador para el campo bosónico, hallado en este modelo con altas derivadas. Se desarrolla el formalismo BRST y se propone el Hamiltoniano invariante de medida.

The coupling of Chern-Simons theories in (2+1) dimensions with the fermionic field is constructed. The Chern-Simons theories are given by a singular Lagrangian containing higher order derivative terms. The system is quantized by using the pathintegral method. This is done by extending the Faddeev-Senjanovic formalism. The diagramatic and the Feynman rules of the system are also given. Finally, the BRST generator and the invariant gauge fixed Hamiltonian are proposed.

I. INTRODUCCIÓN

Las teorías cuánticas de Chern-Simons (*Ch-S*) en dimensión (2+1) se están estudiando desde hace tiempo y con creciente interés en los últimos años ¹⁻⁵.

Por otro lado, también se dio importancia al estudio de teorías de medida descritas por Lagrangianos singulares con términos en altas derivadas en los campos ⁶⁻¹⁰, el cual constituye un problema de interés actual en teoría cuántica de campos. Estas teorías son de interés, pues cuando se las cuantifica, la presencia de términos en altas derivadas generan problemas. El interés se debe también a su posible aplicación a superconductividad a alta T_c .

Otro ejemplo de teorías en altas derivadas lo constituye la supergravedad conforme en dimensión (2+1), la cual está descrita por un término de *Ch-S* ¹¹.

En un trabajo reciente ¹², hemos tratado el acoplamiento de teorías de *Ch-S* Abelianas y no Abelianas con campos fermiónicos, en dimensión (2+1). Para describir este sistema dinámico partimos de un Lagrangiano singular de alto orden en derivadas. Se construyó el formalismo clásico partiendo de una densidad Lagrangiana dada por:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{top} + \mathcal{L}_h + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_{int} \quad (1.1)$$

donde \mathcal{L}_{top} es la densidad Lagrangiana electromagnética con un término topológico de masa; es decir, un término de Chern-Simons (Abeliano) de la forma:

$$\mathcal{L}_{top} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{\kappa}{4\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho} \partial_\mu A_\nu A_\rho \quad (1.2)$$

La parte \mathcal{L}_h que contiene altas derivadas es:

$$\mathcal{L}_h = -\frac{c^2}{4\pi} \partial_\rho F_{\mu\nu} \partial^\rho F^{\mu\nu}, \quad (1.3)$$

y la parte del Lagrangiano fermiónico \mathcal{L}_f y de interacción \mathcal{L}_{int} son respectivamente:

$$\mathcal{L}_f = i \left(\frac{a+1}{2} \right) \bar{\Psi} \gamma^\mu \partial_\mu \Psi + i \left(\frac{a-1}{2} \right) \partial_\mu \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi - m \bar{\Psi} \Psi \quad (1.4)$$

$$\mathcal{L}_{int} = e \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi A_\mu \quad (1.5)$$

El tensor intensidad de campo en términos del potencial es el usual $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ ($\mu, \nu = 0, 1, 2$); c es una constante de acoplamiento dimensional y κ es la masa topológica del campo de medida. La convención que utilizamos en el trabajo es $\epsilon^{012} = \epsilon^{12} = 1$, la métrica de Minkowski $\mathcal{G}_{\mu\nu}$ es $\mathcal{G}_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1)$ y las matrices γ de Dirac $\gamma^0 = \sigma^3$, $\gamma^1 = i\sigma^1$ y $\gamma^2 = i\sigma^2$ (siendo las matrices σ las matrices de Pauli).

Los impulsos canónicos conjugados de las variables de campo dinámicas independientes $A_\mu, B_\mu = \dot{A}_\mu, \Psi_{(\alpha)}$ y $\bar{\Psi}_{(\alpha)}$ se definen mediante la transformación de Ostrogradski ¹³ y ellos son respectivamente $P^\mu, Q^\mu, \bar{\Pi}^\alpha$ y Π^α ¹². Las expresiones resultantes son:

$$P^0 = -\frac{c^2}{\pi} \partial_0 \partial_i F^{0i} \quad (1.6a)$$

$$p^i = F^{oi} + \frac{\kappa}{4\pi} \epsilon^{ij} A_j + \frac{c^2}{\pi} (\nabla^2 F^{oi} + \partial_o \partial_j F^{ji}) - \partial_o Q^i \quad (1.6b)$$

$$Q^0 = 0 \quad (1.6c)$$

$$Q^i = -\frac{c^2}{\pi} \partial_o F^{oi} \quad (1.6d)$$

$$\Pi_{(\alpha)} = i \left[\frac{a-1}{2} \right] \gamma_o \Psi_{(\alpha)} \quad (1.6e)$$

$$\bar{\Pi}_{(\alpha)} = -i \left[\frac{a+1}{2} \right] \bar{\Psi}_{(\alpha)} \gamma_o, \quad (1.6f)$$

donde los índices latinos $i, j = 1, 2$.

Los corchetes de Poisson entre pares de variables canónicas conjugadas son los usuales (ver Ref. 12). A partir de las ecuaciones (1.6), vemos que los vínculos primarios son:

$$\phi_1 = Q^0(x) \approx 0 \quad (1.7a)$$

$$\Omega_{(\alpha)}(x) = \Pi_{(\alpha)}(x) - i \left[\frac{a-1}{2} \right] \gamma_o \Psi_{(\alpha)} \quad (1.7b)$$

$$\bar{\Omega}_{(\alpha)}(x) = \bar{\Pi}_{(\alpha)}(x) + i \left[\frac{a+1}{2} \right] \gamma_o \bar{\Psi}_{(\alpha)}, \quad (1.7c)$$

el Hamiltoniano clásico \mathcal{H}_{can} se escribe:

$$\mathcal{H}_{\text{can}} = B_\mu P^\mu + \dot{B}_\mu Q^\mu + \dot{\bar{\Psi}}_{(\alpha)} \Pi^{(\alpha)} + \dot{\bar{\Pi}}^{(\alpha)} \dot{\Psi}_{(\alpha)} - \mathcal{L} \quad (1.8)$$

El Hamiltoniano extendido $H_E = \int d^2x \mathcal{H}_E$ que genera las evoluciones temporales queda definido en términos de \mathcal{H}_E dado por:

$$\mathcal{H}_E = \mathcal{H}_{\text{can}} + \delta \phi^0 + \bar{\lambda}_{(\alpha)} \phi^{(\alpha)} + \bar{\phi}^{(\alpha)} \lambda_{(\alpha)} \quad (1.9)$$

donde δ es un multiplicador de Lagrange bosónico y $\bar{\lambda}_{(\alpha)}, \lambda_{(\alpha)}$ son los multiplicadores de Lagrange fermiónicos.

Siguiendo el algoritmo de Dirac¹⁴, se plantea la consistencia sobre los vínculos primarios y se

hallan los vínculos secundarios. A partir de este conjunto se hallan los vínculos de primera clase y se lleva a cabo la cuantificación canónica del sistema.

Finalmente el sistema Hamiltoniano para esta teoría en altas derivadas queda descrito por el siguiente Hamiltoniano total:

$$H_T = \int d^2x (\mathcal{H}_{\text{can}} + \beta^a \Phi_a), \quad (1.10)$$

donde β^a ($a = 1, 2, 3$) son tres parámetros arbitrarios, y donde Φ_a son los siguientes tres vínculos de primera clase:

$$\Phi_1(x) = Q^0(x) \approx 0 \quad (1.11a)$$

$$\Phi_2(x) = -P^0(x) + \partial_i Q^i(x) \approx 0 \quad (1.11b)$$

$$\Phi_3(x) = -ie (\bar{\Psi}_{(\alpha)}(x) \Pi^{(\alpha)}(x) + \bar{\Pi}^{(\alpha)}(x) \Psi_{(\alpha)}(x)) - \frac{\kappa}{4\pi} \partial_i A_j(x) \epsilon^{ij} - \partial_i P^i(x) \approx 0, \quad (1.11c)$$

y ellos corresponden a las simetrías de medida del sistema. Los conmutadores (o anticonmutadores) a tiempos iguales resultan:

$$[A_\mu(x), P^\nu(y)]_D = -\frac{i}{\hbar} \delta_\mu^\nu \delta(x-y) \quad (1.12a)$$

$$[B_\mu(x), Q^\nu(y)]_D = -\frac{i}{\hbar} \delta_\mu^\nu \delta(x-y) \quad (1.12b)$$

$$\left\{ \Psi_{(\alpha)}^{(x)}, \bar{\Psi}_{(\beta)}^{(y)} \right\}_D = \frac{i}{\hbar} (\gamma_o)_{(\alpha)(\beta)} \delta(x-y) \quad (1.12c)$$

Estos son los resultados fundamentales obtenidos en Ref.12.

II. EL MÉTODO DE LA INTEGRAL DE CAMINO PARA LA CUANTIFICACIÓN DIAGRAMÁTICA DEL MODELO

La cuantificación usando el método de la integral de camino se realiza extendiendo el formalismo de Faddeev-Senjanovic¹⁴.

La función de partición para teorías con altas derivadas que nosotros proponemos es:

$$Z = \int DA_\mu DP^\mu DB_\nu DQ^\nu D\bar{\Psi}_{(\alpha)} D\Pi^{(\alpha)} D\Psi_{(\beta)} D\bar{\Pi}^{(\beta)}$$

$$\delta(\Phi_1)\delta(\Phi_2)\delta(\Phi_3)\delta(f_1)\delta(f_2)\delta(f_3)\det[\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, f_1, f_2, f_3] \delta(\Omega_{(\alpha)})\delta(\Omega_{(\beta)}) \det[\Omega_{(\alpha)}, \Omega_{(\beta)}] \exp i \left[\int d^3x (B_\mu P^\mu + B_\nu Q^\nu + \bar{\psi} \Pi + \bar{\Pi} \psi) - H_E \right] \quad (2.1)$$

Las cantidades f_1, f_2 y f_3 son las condiciones de fijado de medida. Un conjunto conveniente de condiciones consistentes con las ecuaciones de movimiento son:

$$f_1 = \partial_i A^i = 0, \quad (2.2a)$$

$$f_2 = B_0 = 0 \quad (2.2b)$$

$$f_3 = \frac{\kappa}{2\pi} \nabla^2 A_0 + e \varepsilon_{ik} \partial^k (\bar{\psi} \gamma_i \psi) + \square \left[1 - \frac{e^2}{\pi} \square \right] \partial_k A_i \varepsilon^{ik} = 0, \quad (2.2c)$$

las cuales satisfacen la condición $\det [f_a, \Phi_b]_D \neq 0$ para todos los vínculos Φ_b de primera clase dados en (1.11). Llevando a cabo explícitamente el cálculo de los determinantes y de las integrales de camino sobre los campos $B_0, P^\mu, Q^\mu, \Pi^{(\alpha)}$ y $\bar{\Pi}^{(\alpha)}$ que aparecen en la ecuación (2.1), llegamos a:

$$Z = \int DA_\mu DB_i D\bar{\psi}_{(\alpha)} D\psi_{(\beta)} \delta(f_1)\delta(f_3) \exp i \left[\int d^3x \mathcal{L}_{\text{eff}} \right] \quad (2.3)$$

donde la densidad Lagrangiana efectiva \mathcal{L}_{eff} está dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}} = & -\frac{1}{4} F_{ij} F^{ij} - \frac{1}{2} (B_i - \partial_i A_0)(B_i - \partial_i A_0) - \frac{c^2}{2\pi} B_i \dot{B}^i \\ & - \frac{c^2}{4\pi} \partial_i F_{jk} \partial^i F^{jk} + \frac{\kappa}{4\pi} B_i A_j \varepsilon^{ij} - \frac{c^2}{4\pi} G_{ij} G^{ij} \\ & + \frac{c^2}{2\pi} B_j \nabla^2 B^j - \frac{c^2}{\pi} \nabla^2 B_j \partial^j A_0 - \frac{c^2}{2\pi} (\nabla^2 A_0)^2 \\ & - \frac{\kappa}{4\pi} \partial_i A_0 A_j \varepsilon^{ij} + \frac{\kappa}{4\pi} (\partial_i A_j) A_0 \varepsilon^{ij} + i \left(\frac{a+1}{2} \right) \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi \\ & + i \left(\frac{a-1}{2} \right) (\partial_\mu \bar{\psi}) \gamma^\mu \psi - m \bar{\psi} \psi + e \bar{\psi} \gamma_\mu \psi A^\mu. \quad (2.4) \end{aligned}$$

donde $G_{ij} = \partial_i B_j - \partial_j B_i$ y $\nabla^2 = \partial_i \partial^i$.

A partir de la densidad Lagrangiana efectiva (2.4),

vemos que el problema cuántico queda definido en términos de una integral de camino en la cual tenemos cuatro campos independientes. En consecuencia, a partir de ella definida en términos de los campos independientes $A_\mu, B_i, \bar{\psi}_{(\alpha)}$ y $\psi_{(\alpha)}$ es posible aplicar técnicas diagramáticas¹⁵, y definir las reglas de Feynman, propagadores y vértices.

La ecuación (2.3) puede escribirse alternativamente como:

$$Z = \int DA_\mu DB_i D\bar{\psi}_{(\alpha)} D\psi_{(\beta)} D\Lambda_1 D\Lambda_3 \exp i \left[\int d^3x \mathcal{L}^* \right] \quad (2.5)$$

$$\text{donde } \mathcal{L}^* = \mathcal{L}_{\text{eff}} - \Lambda_1 f_1 - \Lambda_3 f_3 \quad (2.6)$$

y Λ_1, Λ_3 son multiplicadores de Lagrange.

Como fue llevado a cabo en otro contexto¹⁶, en este caso es posible definir una cantidad bosónica X_Σ de la forma:

$$X_\Sigma = \left(A_\mu, c B_i, c \Lambda_1, \frac{1}{c} \Lambda_3 \right) \quad (2.7)$$

donde el índice compuesto Σ toma los valores 0, 1, ..., 6. La densidad Lagrangiana efectiva (2.6) escrita en términos de esta cantidad, permite escribir la siguiente acción efectiva:

$$S^* = S^*(X_\Sigma) + S^*(\psi) + S^*_{\text{int}}(X_\Sigma, \psi), \quad (2.8)$$

donde teniendo en cuenta la ecuación (2.4), vemos que:

$$S^*(\psi) = \int d^3x \mathcal{L}_f \quad (2.9)$$

$$S^*(X_\Sigma, \psi) = \int d^3x [e \bar{\psi} \Gamma_\Sigma X^\Sigma \psi] \quad (2.10)$$

$$S^*(X_\Sigma) = \int d^3x \left[\frac{1}{2} X_\Sigma (D^{\Sigma\Lambda})^{-1} X_\Lambda \right] \quad (2.11)$$

Las componentes de $\Gamma_\Sigma \equiv (\Gamma_{A_0}, \Gamma_{A_i}, \Gamma_{B_i}, \Gamma_{\Lambda_1}, \Gamma_{\Lambda_3})$ están dadas por:

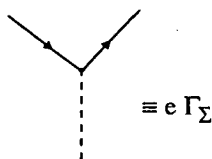
$$(\Gamma_{A_0} = \gamma_0, \Gamma_{A_i} = \gamma_i, \Gamma_{B_i} = 0, \Gamma_{\Lambda_1} = 0, \Gamma_{\Lambda_3} = \gamma^i \varepsilon_{ik} \partial^k)$$

La matriz $7 \times 7 (D^{-1})^{\Sigma\Lambda}$, es la inversa del propagador $D_{\Sigma\Lambda}$ del objeto bosónico X_{Σ} . Se prueba que ella es no degenerada y por lo tanto invertible, lo cual nos permite calcular el propagador $D_{\Sigma\Lambda}$ del campo bosónico X_{Σ} . Los elementos de matriz del propagador fueron calculados explícitamente utilizando el *REDUCE 3.2* y dado que no es posible escribirlos en forma matricial compacta, no los reproducimos en el trabajo.

Estamos así en condiciones de escribir las reglas de Feynman, propagadores y vértices del modelo. Asociamos al propagador del campo bosónico X_{Σ} una línea:

$$\bullet \text{-----} \bullet \equiv D^{\Sigma\Lambda},$$

además, indicamos con una línea llena el propagador del campo fermiónico ψ , y el vértice es:



Como es usual, debemos también tener en cuenta un signo menos por cada lazo fermiónico cerrado y otro signo menos en diagramas relacionados por un intercambio de líneas fermiónicas, internas o externas.

Finalmente, es fácil mostrar que realizando el límite $c = 0$ en el modelo, el conjunto de vínculos se modifica. Los vínculos fermiónicos no cambian. El vínculo bosónico (1.6a) desaparece como tal, quedando en este caso $P^0 = 0$ como único vínculo bosónico primario. La consistencia sobre este vínculo genera un único vínculo secundario. Con ellos es posible hallar los dos vínculos de primera clase correspondientes a la electrodinámica con término de *Ch-S*. Tenemos así las dos condiciones usuales de fijado de gauge $f_1 = \partial_i A^i = 0$ y $f_2 = A_0 = 0$. La función de partición (2.1), una vez integrada en A_0 y utilizando la $\delta(f_2)$, se reduce a la siguiente integral de camino:

$$Z = \int DA_i D\bar{\psi} D\psi \delta(f_1) \exp i [S_{\text{eff}}]. \quad (2.12)$$

donde ahora S_{eff} es la acción efectiva de la electrodinámica con término topológico de Chern-Simons.

III. EL FORMALISMO BRST

Para construir el formalismo *BRST* para el sistema Hamiltoniano vinculado bajo consideración, seguiremos los lineamientos y definiciones dadas en Refs.¹⁸⁻²². Como vimos, nuestro sistema Hamiltoniano consiste en los tres vínculos de primera clase dados en (1.11), los corchetes de Dirac (1.12) y el Hamiltoniano dado en la ecuación (1.10) el cual escribimos así:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \lambda^a \Phi_a \quad (3.1)$$

donde hemos llamado \mathcal{H}_0 a la cantidad:

$$\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_{\text{can}} + B_0 \Phi_2 \quad (3.2)$$

Estas cantidades verifican:

$$[\Phi_a, \Phi_b]_D = C_{ab}^c \Phi_c \equiv 0 \quad (3.3a)$$

$$[H_0, \Phi_a]_D = V_a^b \Phi_b, \quad (3.3b)$$

donde $H_0 = \int d^2x \mathcal{H}_0$.

Hacemos notar que, en general,²⁰ en una teoría usual de *Ch-S* los coeficientes v_a^b resultan todos nulos, con una adecuada elección del Hamiltoniano \mathcal{H}_0 . En nuestro caso, debido a la presencia de términos con altas derivadas no existe ninguna elección de un Hamiltoniano \mathcal{H}_0 que nos permita eliminar todas las componentes de v_a^b . Utilizando para \mathcal{H}_0 la expresión (3.2) resulta $v_2^3 = -1$ (siendo las demás componentes todas nulas).

De aquí en adelante utilizaremos la notación $[,]$ sin el subíndice "D".

En lo que sigue es conveniente tratar a los multiplicadores de Lagrange λ^a en el mismo pie de igualdad que a las variables dinámicas, y asociarles igual número de momentos ρ_a , tal que:

$$[\lambda^a, \rho_b] = \delta_b^a \quad (3.4)$$

Para no cambiar el contenido dinámico de la teoría, clásicamente los momentos están obligados a ser nulos. Los vínculos $\pi_a = 0$ generan las transformaciones de gauge $\lambda^a \rightarrow \lambda^a + u^a$ de los multiplicadores, las cuales ponen de manifiesto su arbitrariedad.

Consecuentemente, nuestras variables dinámicas pasan a ser ahora:

$$A_\Sigma \equiv (A_\mu, B_\mu, \bar{\psi}, \psi, \lambda_a) \quad (3.5)$$

Los correspondientes impulsos canónicos conjugados son:

$$P^\Sigma \equiv (P^\mu, Q^\mu, \Pi, \bar{\Pi}, \rho^a) \quad (3.6)$$

y el nuevo conjunto de vínculos está dado ahora por:

$$G_A = (\Phi_a, \rho_b), \quad a, b = 1, 2, 3 \quad \text{y} \quad A = 1, \dots, 6 \quad (3.7)$$

Por lo tanto las ecuaciones (3.3) se escriben:

$$[G_A, G_B] = 0 \quad (3.8a)$$

$$[H_0, G_A] = V_A^B G_B, \quad \text{con} \quad V_2^3 = -1. \quad (3.8b)$$

Introduciendo el conjunto de fantasmas fermiónicos (espinores de Majorana) η_A y su canónico conjugado π^A , el Hamiltoniano invariante *BRST* se escribe:

$$H_\chi = H_0 + \pi_B V_A^B \eta^A + [\chi, Q] \quad (3.9)$$

donde $\chi = \pi_B \omega^B$ es el fijado de medida y el conjunto $\{\omega^B\}$ es:

$$\omega^B = (\lambda^a, f^b). \quad (3.10)$$

Puesto que los vínculos (3.7) se dividen en dos subconjuntos, de aquí se desprende la necesidad de introducir fantasmas y antifantasmas, de manera tal que:

$$\eta_A \equiv (\eta_a, \pi_a), \quad \pi^A \equiv (\bar{\pi}^a, \bar{\eta}^a), \quad (3.11)$$

verificándose: $[\eta_a, \bar{\pi}^b]_+ = \delta_a^b$, $[\pi_a, \bar{\eta}^b]_+ = \delta_a^b$.

Por ser esta una teoría Abeliiana, la expresión para

la carga *BRST* se reduce a:

$$Q = \eta_A G^A. \quad (3.12)$$

Realizando una integración en el último término de la ecuación (3.9), es posible escribir la siguiente densidad Hamiltoniana:

$$\mathcal{H}_\chi = \mathcal{H}_0 + \lambda^a \Phi_a + f^a \rho_a + \bar{\pi}^a \pi_a - \bar{\pi}^3 \eta_2 + \bar{\eta}^a [f_a, \Phi^b] \eta_b \quad (3.13)$$

El Lagrangiano \mathcal{L}^{BRST} será entonces:

$$\mathcal{L}^{BRST} = B_\mu P^\mu + B_\nu Q^\nu + \bar{\psi} \Pi + \bar{\Pi} \psi + \lambda^a \rho_a + \bar{\eta}^a \pi_a + \bar{\pi}^a \dot{\eta}_a - \mathcal{H}_\chi \quad (3.14)$$

En el formalismo *BRST*, cuando existen vínculos de primera y segunda clase, la función de partición se escribe como la siguiente integral de camino:

$$Z = \int DA_\Sigma DP^\Sigma D\bar{\eta}_a D\eta_a D\bar{\pi}^a D\pi^a D\delta(\phi^\alpha) \delta(\bar{\phi}_\alpha) \exp i \left[\int d^3x \mathcal{L}^{BRST} \right] \quad (3.15)$$

Hacemos notar que las variables P^μ , no aparecen explícitamente en la expresión (3.14) para \mathcal{L}^{BRST} , por lo tanto la integral de camino sobre esta variable será absorbida en la normalización. Lo mismo ocurre con la componente de campo B_0 y la de momento Q_0 , ya que el Hamiltoniano \mathcal{H}_0 dado en (3.2) fue elegido de tal manera que nos permitió eliminar a B_0 como variable dinámica y por lo tanto también a su momento canónico conjugado Q_0 .

Las integrales sobre las variables $\bar{\pi}^a, \pi^a$ y Q^i son Gaussianas y pueden ser evaluadas exactamente. Las integrales sobre los momentos $\bar{\Pi}^{(\alpha)}$ y $\Pi_{(\alpha)}$ se realizan fácilmente utilizando las dos δ de Dirac en (3.15).

La función de partición (3.14) resulta finalmente:

$$Z = \int DA_\mu DB_i D\bar{\psi} D\psi D\lambda D\rho D\bar{\eta}^a D\eta^a$$

$$\exp i \left[\int d^3x \mathcal{L}^* \right] \quad (3.16)$$

donde,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^* = & \mathcal{L}_{\text{eff}} - \lambda^a \Phi_a + (\lambda^a - f^a) \rho_a - \bar{\eta}^a [f_a, \Phi^b] \eta_b \\ & - [\bar{\eta}^a \dot{\eta}_a + \frac{1}{4} \bar{\eta}^2 \eta_2 - \frac{1}{2} (\bar{\eta}^3 \eta_2 + \bar{\eta}^2 \eta_3)] \end{aligned} \quad (3.17)$$

donde hemos llamado \mathcal{L}_{eff} a la densidad Lagrangiana que define, la acción (2.4).

Si pasamos ahora a un gauge no canónico relativista.²⁰⁻²², podemos recuperar los resultados de Faddeev. Para ello realizamos los siguientes reemplazos:

$$f_a \rightarrow \frac{1}{\epsilon} f'_a, \quad \rho_a \rightarrow \epsilon \rho'_a, \quad \bar{\eta}^a \rightarrow \epsilon \bar{\eta}'^a$$

donde los dos últimos representan un cambio de escala en las correspondientes variables de integración. El parámetro ϵ se hará luego tender a cero, lo cual es posible en virtud del teorema de Fradkin-Vilkovisky, el cual establece que la amplitud de transición no depende de ϵ . Después de hacer $\epsilon \rightarrow 0$ la función de partición resulta:

$$\begin{aligned} Z = & \int DA_\mu DB_i D\bar{\psi} D\psi D\lambda^a D\rho'_a D\bar{\eta}'^a D\eta^a \\ & \exp i \left[\int d^3x (\mathcal{L}_{\text{eff}} - \lambda^a \Phi_a - f^a \rho'_a - \bar{\eta}'^a [f'_a, \Phi^b] \eta_b) \right] \end{aligned} \quad (3.18)$$

la cual una vez integrada en λ^a , ρ'_a , $\bar{\eta}'^a$ y η_a resulta:

$$\begin{aligned} Z = & \int DA_\mu DB_i D\bar{\psi} D\psi \delta(\Phi_a) \delta(f^a) \det [f^a, \Phi^b] \\ & \cdot \exp i \left[\int d^3x \mathcal{L}_{\text{eff}} \right] \end{aligned} \quad (3.19)$$

IV. CONCLUSIÓN

Utilizando el método de la integral de camino, es posible definir una función de partición para este

modelo con altas derivadas. Es además factible, en este contexto, construir la diagramática definiendo un adecuado objeto bosónico al cual se le asoció un propagador. De esta manera, la diagramática del modelo queda definida por un propagador bosónico, el propagador fermiónico usual y un vértice de tres patas, en analogía con la electrodinámica cuántica usual.

El formalismo *BRST*, se llevó a cabo extendiendo los ya conocidos para teorías de Yang-Mills y de *Ch-S*. Existe una importante diferencia respecto de estas últimas. En las teorías usuales, siempre es posible la elección de un Hamiltoniano \mathcal{H}_0 tal que todas las componentes de V_A^B se anulan. En nuestro caso esto no es posible, precisamente debido a la presencia de términos con altas derivadas en el modelo. Cuando se pasa del formalismo *BRST* desarrollado en este trabajo al formalismo no canónico relativista, se recupera la ecuación (2.1) que es la expresión para la función de partición propuesta por nosotros extendiendo el método de Faddeev-Senjanovic.

Desde el punto de vista de teoría de campos, en teorías con altas derivadas, hay aún dos problemas interesantes a discutir. Ellos son el de la unitariedad y el de la renormalización. Es de esperar que para ciertos regímenes sea posible, como ocurre en las teorías de *Ch-S* usuales, excluir del formalismo los estados fantasmas de norma negativa. Respecto de la renormalización, precisamente términos en altas derivadas se agregan a este tipo de teorías para mejorar la regularización de divergencias ultravioletas²⁴. De todas maneras ambas cosas deben ser probadas y en estos temas estamos trabajando actualmente.

REFERENCIAS

1. Deser S., Jackiw R. and Templeton S., Phys. Rev. Lett. **48**, 975(1982); Ann. of Phys. (NY) **140**, 372 (1982); Ann. of Phys. (NY), **195**, 406 (1988).
2. Dunne G. V., Jackiw R. and Trugenberger C. A., 1989 MIT preprint CTP N 1711.
3. Jackiw R. and Templeton S., Phys. Rev. **D23**, 2291 (1988).
4. Matsuyama T., J. Phys. A: Math and Gen **23**, 5241 (1990).
5. Matsuyama T., Progress of Theoretical Physics **84**, 1220 (1990).
6. Qiongui Lin and Guangjiong Ni, Class. Quantum Grav. **7**, 1261 (1990).
7. Ellis R., J. Phys. A: Math and Gen **8**, 496 (1975).
8. Leon M.D. and Rodriguez P.R. 1985 "Generalized Classical Mechanics and Field Theory" (Amsterdam: North Holland).
9. Kerstjen P.H.M., Phys. Lett **134A**, 25 (1988).

9. Nesterenko V.V., J. Phys. A: Math and Gen **22**, 1673 (1989).
10. Ziping Li, J. Phys. A: Math and Gen **24**, 4261 (1991).
11. Van Nieuwenhuizen P., Phys. Rev. **D32**, 872 (1985).
Foussats A., Repetto C., Zandron O.P. and Zandron
O.S. Class Quantum Grav. **9**, 2217 (1992).
12. Greco A., Repetto C., Zandron O.P. and Zandron O.S., in
press J. Phys. A: Math and Gen (1993).
13. Ostrogradski M., Ac. St. Petersburg **1**, 385 (1850).
14. Dirac P.A.M. 1964. "*Lectures on Quantum Mechanics*".
(New York: Yeshiva University Press).
15. Faddeev L.D., Theor. Math. Phys. **1**, 1 (1970). Senjanovic
P., Ann. of Phys. (NY) **100**, 227 (1970).
16. 't Hooft G. and Veltman M., "*Diagrammar*", CERN 7-39
Geneva 1973.
17. Dobry A., Greco A. and Zandron O., Phys. Rev. **B43**, 1084
(1990). Greco A. and Zandron O., J. Phys. A: Math
and Gen **24**, 4407 (1991).
18. Becchi C., Rouet A. and Stora R. Ann. Phys. (NY) **98**,
287 (1976).
19. Fradkin E. S. and Vilkovisky G.A. Phys. Lett **55B**, 224
(1975).
20. Henneaux M. Physics Reports, **126**, N° 1, 1-66 (1985).
21. Marnelius R. "*Introduction to the quantization of general
gauge theories*", Institute of Theoretical Physics S-
412, 96 Göteborg Sweden (1981).
22. Sundermeyer K. "*Constrained Dynamics*" SpringerVerlag
(1982)
23. Fradkin E.S. and Fradkina T.E. Phys. Lett **72B**, 343 (1978).
24. L. Alvarez-Gaumé, J.M.F. Labastida and A.V. Ramallo,
Nucl. Phys. **B334**, 103 (1990).