

VARIACIÓN DE VOLUMEN Y DENSIDAD EN UN BLANCO GASEOSO BOMBARDEADO POR HAZ DE PROTONES

O. Cristallini,

Comisión Nacional de Energía Atómica (C.N.E.A), Av. Libertador 8250, Buenos Aires

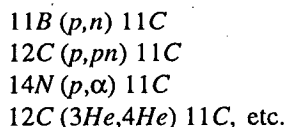
A. García Echarri y R. Lombardi

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Buenos Aires

Se analizan en este trabajo aspectos relacionados con la variación de volumen y densidad en un blanco gaseoso constituido por Nitrógeno de alta pureza bombardeado con haz de protones provenientes de un acelerador, en la reacción $^{14}\text{N}(p,\alpha)^{11}\text{C}$. Es característico de blancos gaseosos una disminución de la densidad respecto de la de llenado del tubo en el sistema-blanco, con la consiguiente disminución del rendimiento de la reacción respecto del teórico calculado. Se propone una hipótesis de análisis, donde se considera la generación de una onda por el haz de protones dentro del blanco, en la cual por consideraciones volumétricas, y de presión típicas de procesos ondulatorios, se predice una densidad experimental, cercana a datos tomados de bibliografía.

I. INTRODUCCIÓN

Actualmente, se acepta como una herramienta útil en técnicas de diagnóstico en la Medicina, el uso de trazadores bio-moleculares. Dentro de ellos, están los llamados "orgánicos" ya que reemplazan algunos de los cuatro elementos fundamentales en el organismo: *N*, *H*, *O* y *C*. Este último proveniente de reacciones tales como:



Ejemplos del uso del Carbono como bio-trazador en técnicas de diagnóstico son: ^{11}C -metionina para observar metabolismo de cerebro, o ^{11}C -glucosa para observación del ganglio basal-tálamo en condiciones de glucemia normal o hipoglucemia, para citar solamente dos de ellos. En cuanto la reacción $^{14}\text{N}(p,\alpha)^{11}\text{C}$ es de nuestro interés, ya que su uso es muy difundido para la obtención de ^{11}C , bombardeando en todo el rango útil de energías ya que es el único radioisótopo de Carbono formado en la reacción.

Cuando se quiere obtener un radioisótopo de uso médico, hay que tener presente:

- Los datos nucleares de la reacción.
- Dosis al paciente y efectos posteriores causados por el radiotrazador.

A) LOS DATOS NUCLEARES

Al tener en cuenta los datos nucleares se debe observar si es un emisor β^+ , energía de los principales rayos gamma, vida media del radioisótopo, reacciones nucleares posibles para obtenerlo y en cada reacción posible, el rango de energías de bombardeo, que saldrá de observar la curva $\sigma(E)$ (secciones eficaces o excitatrices en función de la Energía) vs. E . Esta última es de crucial importancia, ya que implica la elección de un rango de energía para el proyectil que haga máximo el rendimiento de la reacción y minimice el de las impurezas radioactivas. En este sentido la bibliografía señala³⁻⁶ que hasta la energía de umbral (del orden de 3.5 Mev) la reacción en estudio es aprovechable en todo el rango.

- El Blanco gaseoso de Nitrógeno

Al ser irradiado se recubre rápidamente de ^{11}C carbono. Es preciso hacer un cálculo previo de la presión de llenado del blanco y de la temperatura de enfriado del mismo para compensar el aumento de temperatura que le transfiere el haz. Se produce además "scattering" cuando el haz de protones pasa por la hoja que da estanqueidad al blanco, es por esto que los blancos gaseosos tienen forma cónica, de modo que también debe conocerse el ángulo de scattering.

B) DOSIS AL PACIENTE Y EFECTOS DEL RADIOTRAZADOR

Escapa al contexto del presente trabajo mencionar en detalle los efectos colaterales causados

por el radiotrazador en el paciente, sólo cabe destacar que éstos reemplazan los elementos naturales del organismo y por lo tanto son metabolizados de igual manera; además por tener vida media más corta son menos perjudiciales que otras técnicas de diagnóstico.

II. OBJETIVOS

Realizamos dos modelos de cálculo para el rendimiento para observar de que modo influye en el mismo, considerar distintas secciones eficaces y ganar experiencia en este tipo de elección, para cuando tengamos nuestro propio blanco gaseoso. Proponemos una hipótesis de análisis para la disminución, observada al realizar el bombardeo, de la densidad respecto de la teórica. La hipótesis se basa en un modelo de onda estacionaria, y toma datos experimentales propuestos por la bibliografía¹⁻²⁻³. Compara la densidad surgida de la hipótesis de análisis con la experimental obtenida por Heselius¹, y se discuten resultados.

III. RENDIMIENTOS

Se realizan dos modelos de cálculos de rendimiento (fórmula 1) utilizando secciones eficaces tomadas de dos grupos de investigadores. Se comparan los dos modelos ya que las secciones eficaces (excitatrices) son definitorias para el cálculo de rendimiento y se observa en los dos grupos importantes diferencias. Casella *et al*², irradian directamente sobre un blanco de Nitrógeno gaseoso y van degradando Energías a partir de 10Mev hasta llegar a 4.65 Mev, y midiendo cada vez la actividad del ¹¹C formado pueden, invirtiendo los términos en la ecuación del rendimiento (1), encontrar las secciones eficaces para la energía que han ido degradando a partir de la inicial. Bida *et al*¹⁰, por su parte, irradian un blanco "Kapton" (fórmula: $C_{22}H_{10}N_2O_4$), y al ir obteniendo ¹¹C miden la actividad y luego las secciones eficaces en la forma relatada. Los dos modelos de cálculo, con las distintas secciones eficaces, están desglosados por separado; y las áreas, resultantes de la integral en la fórmula del rendimiento, están calculadas en las Tablas I y II; y de ellas se extraen las funciones que las integran ($f(E_n)$) para graficarlas en función de la energía y comparar las diferencias que aporta al cálculo del rendimiento, el hecho de tomar secciones eficaces de los dos grupos (gráficos I y II).

CÁLCULOS

Para efectuar los cálculos de rendimiento se utiliza la fórmula conocida de rendimiento, se encuentra en toda la bibliografía citada, por ejemplo en (6):

$$Y = \frac{N \cdot H}{M} \times I \times (1 - e^{-\lambda t}) \times \int_{E_1}^{E_2} dE / d(\rho x) \sigma(E) dE$$

donde:

N: N de Avogadro.

H: Enriquecimiento del blanco.

I: Intensidad del proyectil.

M: Peso molecular del elemento del blanco.

dE/d(ρx) Poder frenador (fórmula de Bethe).

λ: Constante de decaimiento.

t: Tiempo de irradiación.

σ(E): Sección Eficaz a la energía *E*.

Este rendimiento calculado representa el *máximo* rendimiento que puede esperarse de un blanco. En la práctica, el rendimiento obtenido experimentalmente en corridas de producción con corrientes elevadas son invariablemente más bajos que los valores teóricos. La bibliografía señala como causas probables: inhomogeneidad en el haz incidente, efectos de daños por radiación, pérdida de producto como resultado de la elevada densidad de potencia efectiva en el blanco, etc, pero nosotros creemos que la elevada corriente de haz provoca calentamiento local del gas, expandiéndolo en el sentido de penetración. Este calentamiento tiene dos efectos: por un lado hace que aumente el rango de penetración teórico, es decir que el rango de energía que, en teoría, se degrada en determinado espesor, en el experimento lo hace en un espesor mayor; por otro lado como la sección eficaz es función de la energía, hay también un corrimiento de secciones eficaces con el alcance, aún cuando la sección no depende del alcance, sino de la energía del haz.

Los cálculos toman los parámetros que entran en la expresión del rendimiento (salvo la integral que fue calculada con nuestro propio método) del grupo Heselius, para el primer modelo y las secciones eficaces de Casella *et al*². Para el segundo modelo, se toman como parámetros los propuestos por la mayoría de las publicaciones y las secciones eficaces de Bida *et al*¹⁰.

en su trabajo que las secciones experimentales por él determinadas, tienen marcadas diferencias con otras por ejemplo las de Jacobs *et al*¹⁹, fundamentalmente en la zona de resonancia, pero fueron calculadas por él en un blanco sólido de "Kapton" que presenta importante diferencia a su favor respecto de los blancos gaseosos

- Cálculos correspondientes a la Tabla II.

$$\begin{aligned} N &= 6.02 \cdot 10^{23} \text{ atN/at gr} \\ H &= 0,9964 \text{ at 14N/at N} \\ M &= 14 \text{ gr/at gr} \end{aligned}$$

$$I = \frac{30 \cdot 10^{-6} \text{ A}}{1.610^{-19} \text{ Aseg} / p+} = 1.875 \cdot 10^{14} \text{ p+ / seg}$$

$$\frac{N \times H}{M} = 4.28 \cdot 10^{22} \frac{\text{at 14N}}{\text{gr}} \quad (\text{ver hoja anterior, en cálculos correspondientes a Tabla I})$$

Tiempo de irradiación (t) = 40'

λ = cte de decaimiento = 0,03465 1/minuto (ver hoja anterior).

$$\text{Integral} = 1.13 \cdot 10^{-26} \text{ gr} \quad (\text{ver Tabla II})$$

$$(1 - e^{-t}) = (1 - e^{-(0.03465 \times 40)}) = 0,75$$

$$Y = 4.28 \cdot 10^{22} \frac{\text{at 14N}}{\text{gr}} \times 1.875 \cdot 10^{14} \frac{\text{p+}}{\text{seg}} \times 0,75 \times$$

$$1.13 \cdot 10^{-26} \text{ gr} = 6,01 \cdot 10^{10} \frac{\text{at } ^{11}\text{C}}{\text{seg}}$$

Teniendo en cuenta que 1 Curie = $3,7 \cdot 10^{10} \text{ des / seg} \rightarrow$
 $\rightarrow Y(\text{en Curies}) = 1,62 \text{ Curies}$

$$\frac{\text{Rendimiento}}{\text{Unidad de Corriente}} = \frac{1620 \text{ mCi}}{30 \text{ uA}} = 54 \text{ mCi / uA}$$

- Rendimientos típicos:

$$\text{Casella } ^2 \quad 45 \frac{\text{mCi}}{\text{uA}}$$

$$\text{Ephere } ^{18} \quad 69 \frac{\text{mCi}}{\text{uA}}$$

$$\text{Nozaki } ^7 \quad 35 \frac{\text{mCi}}{\text{uA}}$$

$$\text{Heselius } ^1 \quad 40 \frac{\text{mCi}}{\text{uA}}$$

$$\text{Bida } ^{10} \quad 66 \frac{\text{mCi}}{\text{uA}}$$

Sven-Johan Heselius *et al.*

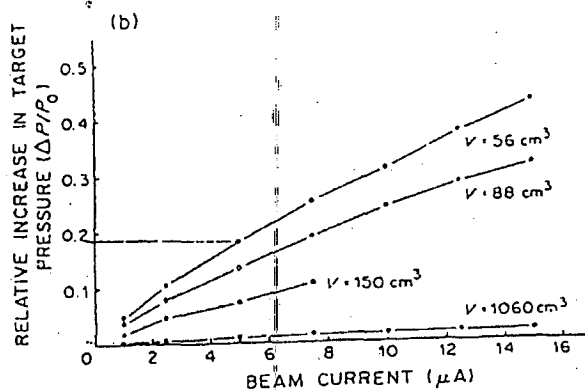
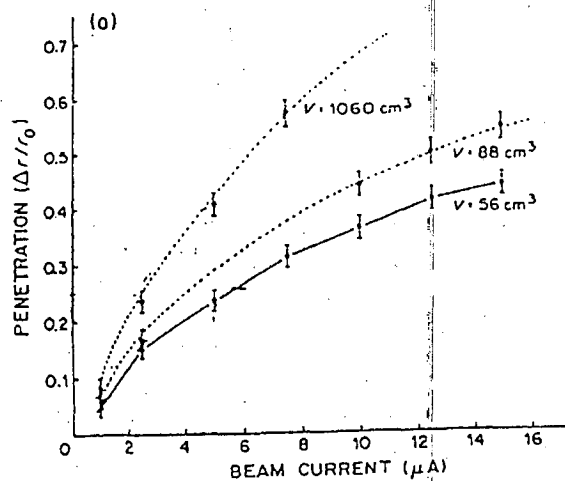


Fig. 3 y 4: Sven-Johan Heselius *et al.*

El último de los rendimientos, es el que corresponde a un blanco gaseoso, el correspondiente teórico es de 81 mCi/uA; y el blanco "kapton" (sólido) con el que Bida calculó las secciones eficaces, dio un rendimiento teórico de 84 mCi/uA.

IV. HIPÓTESIS DE ANÁLISIS

La penetración de un haz de protones en un blanco gaseoso de Nitrógeno fue medida por un grupo de experimentadores¹, en un sistema preparado a tal efecto. Ellos fotografiaron la luz emitida por las moléculas del gas durante el choque con el haz incidente, en el pasaje de N₂ a N₂⁺. Lo hicieron en dos planos: el vertical y el horizontal. De las fotografías, puede medirse la penetración del haz y calcular así el incremento respecto al rango tabulado (Fig. 3), en función de la corriente del haz. De relaciones entre presiones, volúmenes y temperaturas, extraen el incremento de la presión respecto de la presión de llenado, en función de la corriente del haz (Fig. 4). De las fotografías puede medirse también el ángulo de "scattering". Tomando datos de este grupo, calculamos, con una corriente supuesta, la densidad teórica y la experimental, y la chequeamos con la densidad surgida de nuestra hipótesis (siguiente sección).

DATOS

Energía = 10.4 Mev
 Rango tabulado de protones = 154.81 mg/cm² = *r₀*
 Longitud del tubo del sistema-blanco (*r*) = 11.7 cm
P₀ = presión inicial = 1.088 MPa = 1.088 E06 Pa = 11 atm
T = temperatura absoluta = 278 °K
 α = ángulo de "scattering" = 2° ± 0,3
t = tiempo de irradiación = 10 minutos = 10'
 Vol. del sistema-blanco = 56 cm³

Estos datos son extraídos del experimento realizado por Heselius¹; y hacen referencia a un sistema-blanco como el de la Fig. 5. A partir de montar el blanco y hacer incidir el haz de protones, los investigadores, toman las fotografías como fue mencionado, y extraen los datos de las Figs. 3 y 4, en función de la corriente de irradiación. Nosotros consideramos corriente de irradiación de 5 uA, de modo que los valores para el incremento de presión y de rango son:

$$\frac{\Delta P}{P_0} = 0,19 \quad (a) \quad \frac{\Delta r}{r_0} = 0,22 \quad (b)$$

$$\Delta P = 0,19 P_0 \quad P = 1,19 \quad P_0 = 1,29 \cdot 10^6 \text{ Newton / m}^2$$

Trabajando con la ecuación de los gases ideales, en la cual se han reemplazado los valores de *P*, *V* y *T* por los utilizados por el grupo Heselius, se tiene:

$$P \times V = n \times R \times T \quad (\text{Ec. de los gases})$$

Reemplazando por los datos:

$$11 \text{ atm} \times 0,056 \text{ litros} = n \times 0,082 \frac{\text{litro atm}}{\text{mol}^\circ \text{K}} \times 278^\circ \text{K}$$

despejando el n° de moles (*n*) de la ecuación precedente:

$$n = \frac{11 \times 0,056}{0,082 \times 278} \text{ moles} = 0,0270 \text{ moles}$$

Ya que el peso molecular (*M*) es la masa / n° de moles:

$$M = m / n \rightarrow m (\text{masa}) = 0,0270 \times 28 = 0,756 \text{ gr}$$

De modo que la densidad queda:

$$\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{0,756 \text{ gr}}{56 \text{ cm}^3} = 13,51 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^3}$$

Esta densidad corresponde a una densidad electrónica de 4.06 10²¹ e-/cm³; como puede rápidamente deducirse de: 6.02 10²³ átomos corresponden 14 gr, de modo que 5,80 10²⁰ átomos corresponden a 0,0135 gr; resulta así n° de e-/cm³ = 5,810²⁰ x 7 = 4.06 10²¹ e-/cm³.

Con esta "nube electrónica" correspondiente a la densidad 13,51 mg/cm³, trabajando con la fórmula de Bethe para los rangos teóricos, se llega efectivamente al alcance de 11,7 cm.

Esta densidad que hemos calculado corresponde a la teórica. Con las fotografías (Fig. 5) deduciremos la densidad experimental y la compararemos con nuestro cálculo. Para calcular esta densidad experimental, debemos primero calcular cuál es el volumen de interacción del blanco con el haz, que desde luego no será el del dispositivo de 56 cm³. Este volumen saldrá de considerar el cono truncado,

cuya silueta se dibujó a partir de las fotografías.

De la Fig. 5, vemos que:

Altura del cono truncado: $ro + \Delta r / 2$

Angulo de "scattering" : $\hat{\alpha}$

$$tg \hat{\alpha} = \frac{A}{(\Delta r / 2 + ro + d / 2 tg \hat{\alpha})}$$

Radio de la base del cono truncado = A

$$A^2 = tg^2 \hat{\alpha} \times (\Delta r / 2 + ro + d / 2 tg \hat{\alpha})^2$$

Volumen del cono truncado (considerando el incremento) =

$$\frac{3,1416}{3} \times tg^2 \hat{\alpha} \times \left((\Delta r / 2 + ro + d / 2 tg \hat{\alpha})^3 - (d / 2 tg \hat{\alpha})^3 \right)$$

Con esta deducción se intenta conocer el volumen de interacción del gas con el haz y reemplazarlo en el cálculo de la masa. Los datos de $\Delta r / ro$ y de $\Delta P / po$ fueron obtenidos de las Figs. 3 y 4 para intensidad de corriente de haz de 5 μA . El ángulo de "scattering" y el diámetro del colimador, de los propios datos experimentales de Heselius, quien a su vez los obtuvo de las fotografías tomadas.

$\Delta P / po = 0,19$; d (diámetro colimador) = 0,5 cm; $\Delta r / ro = 0,22$; $ro = 11,7$ cm; $\hat{\alpha} = 2,5^\circ$; $tg \hat{\alpha} = 0,4366$

Reemplazando en la ecuación del volumen del cono truncado;

Volumen del cono truncado: 13 cm^3 .

Este es el volumen de interacción haz-blanco *experimental*, el volumen de interacción haz-blanco *teórico* es el resultado de considerar el rango = 11,7 cm, sin el incremento. Rehaciendo los cálculos del volumen para considerar la interacción hasta el rango teórico, se tiene:

Volumen del cono truncado (sin considerar el incremento) =

$$\frac{3,1416}{3} \times tg^2 \hat{\alpha} \times (ro + d / 2 tg \hat{\alpha})^2 \times ro = 7,09 \text{ cm}^3$$

Si se trata de averiguar cuál es la masa de interacción, ésta resulta:

$$m = \rho \times \text{volumen} = 7,09 \text{ cm}^3 \times 13,51 \frac{\text{mgr}}{\text{cm}^3} = 95,7859 \text{ mgr}$$

esta masa de interacción es la que se divide por el volumen incrementado para conocer la *densidad experimental* del blanco al ser irradiado:

$$\rho^* = \text{masa \% vol. incrementado} = 95,7859 \text{ mgr \% } 13 \text{ cm}^3 = 7,36 \frac{\text{mgr}}{\text{cm}^3}$$

Compararemos esta densidad con la que resulta de la sección siguiente.

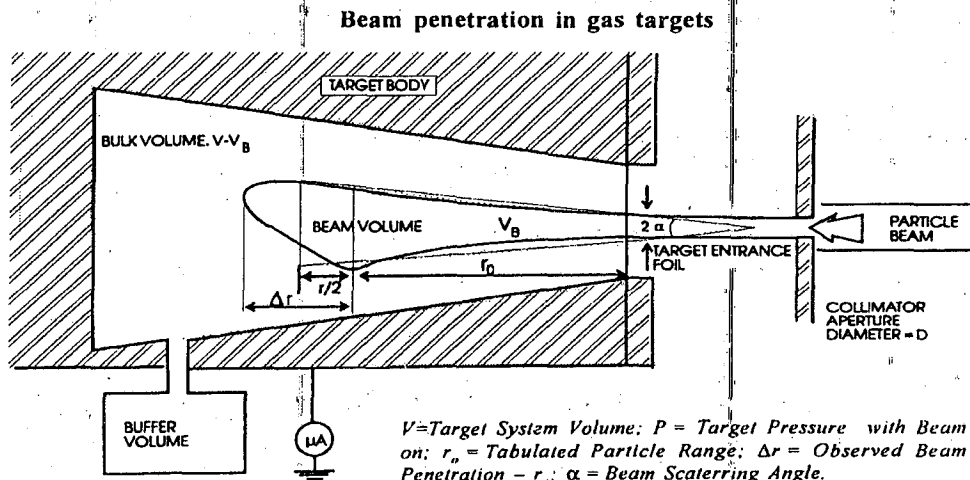


Fig. 5: (Ver texto).

V. ONDA DE PRESIÓN

Una posible explicación al resultado anterior sobre el valor disminuido de la densidad, es el de la generación de una onda de presión, originada en el blanco gaseoso, por el impacto del haz de protones. La teoría de De Broglie, predice para el haz de protones una longitud de onda asociada dada por:

$$\lambda = h / p$$

con:

$h = 6,6 \cdot 10^{-30}$ Joule seg., $p =$ cantidad de movimiento, Energía media de los protones =

$$E = \frac{mp \cdot vp^2}{2} = 16,64 \cdot 10^{-13} \text{ Joule}$$

Despejando la velocidad: $vp = 45,6 \cdot 10^6$ Joule m/seg. Con lo que la relación de velocidades, respecto de la velocidad de la luz resulta:

$$\beta = \frac{vp}{c} = 0,152$$

(en esta ecuación, c es la veloc. de la luz)

Se observa alta velocidad media del protón en el haz compatible con longitud de onda pequeña. La cantidad de movimiento para el protón resulta:

$$Pp = mp \times vp = 7,310^{-20} \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{seg}}$$

$$\lambda(\text{de De Broglie}) = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule seg}}{7,310^{-20}} = 93 - 5 \text{ \AA}$$

La frecuencia de excitación será:

$$f(\text{de excitación}) = \frac{v(\text{de la onda})}{\lambda(\text{de De Broglie})} = 5,04 \cdot 10^{21} \text{ 1/seg.}$$

Aquí se ha considerado, que la onda viaja en este medio, "pegada" a la partícula. Esta frecuencia será la de la onda que incide sobre la hoja de estanqueidad del tubo y será la de excitación del

fluido dentro del tubo.

VELOCIDAD DE PROPAGACION DEL FLUIDO DENTRO DEL TUBO

Se plantea una hipótesis de onda longitudinal generada en el tubo, por el choque con el haz, y presumiblemente de onda estacionaria.

$$v(\text{veloc. de propagación}) = (dp / d\rho) = (\gamma P_0 / \rho_0)$$

(teoría cinética de los gases)

donde

p : presión en el tubo, ρ : densidad en el tubo, P_0 : presión inicial (de llenado), ρ_0 : densidad inicial, γ : relación entre los calores específicos a presión y volumen constante = c_p / c_v (para gases diatómicos es igual a 7/5).

Reemplazando a P_0 por la presión de llenado considerada en II) (a) (La Penetración / Datos): $1,088 \cdot 10^6$ Newton/m² y a ρ_0 por $13,51$ mg/cm³, y compatibilizando unidades se tiene:

$$v(\text{veloc. de propagación}) = \frac{7 \times 1,086 \cdot 10^6 \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{seg}^2 \cdot \text{m}^2}}{13,51 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}}$$

$$v = 335,46 \text{ m/seg}$$

LONGITUD DE ONDA EN EL FLUIDO

Desde el punto de vista óptico, la ley de Snell predice para una onda que atraviesa dos medios, lo siguiente:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

con:

$\lambda_1 =$ longitud de onda de De Broglie = $9 \cdot 10^{-5}$ A° ($1 \text{ \AA} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$), $\lambda_2 =$ longitud de onda en el gas = desconocida, $v_1 =$ velocidad de la onda asociada = $45,6 \cdot 10^6 \text{ m/seg}$, $v_2 =$ velocidad de la onda en el gas =

335,46 m/seg.

Resulta así:

$$\lambda_2 = \frac{9 \cdot 10^{-5} \text{ A}^\circ \times 335,46 \text{ m/seg}}{45,6 \cdot 10^6 \text{ m/seg}} = 6,62 \cdot 10^{-10} \text{ A}^\circ$$

Si se recalculara λ_2 , desde el punto de vista ondulatorio, tendríamos en cambio:

$$\lambda_2 = \frac{v(\text{de prop.})}{\text{frec. de excitación}} = \frac{335,46 \text{ m/seg}}{5,04 \cdot 10^{21} \text{ 1/seg}} = 6,65 \cdot 10^{-10} \text{ A}^\circ$$

AMPLITUD DE PRESIÓN, NUMERO DE ONDA, AMPLITUD DE PRESIÓN

Si se piensa en un modelo de onda estacionaria, la condición de vínculo impuesta al sistema por la estanqueidad (hoja metálica de cierre del tubo), da máxima amplitud de presión en el punto de penetración del haz en el blanco, y nodo al final del tubo, por extinción de la reacción (debido a la Ethreshold). Tomando el estado de deformación como función temporal y del medio, en el sentido de la propagación de la onda se tiene:

$$\xi_1 = \xi_0 \text{ sen}(kx + wt + \hat{a})$$

con

ξ = campo de deformaciones del fluido, ξ_0 = amplitud inicial, $k = n^\circ$ de onda = $2(\pi) / \lambda$, w = pulsación = $2(\pi)$ frecuencia, \hat{a} = fase inicial.

En una onda longitudinal, la densidad y la presión del fluido, están desfasadas en un ángulo $(\pi)/2$, con respecto a la deformación del medio (fluido). Es decir:

$$d\rho = -\rho_0 \frac{d\xi}{dx}$$

La ecuación de una onda estacionaria está dada (con la parte espacial constituyendo otro argumento separado de la parte temporal):

$$\xi = \xi_0 \text{ sen}(kx + \hat{a}) \cos(wt)$$

De modo que la densidad estará dada por:

$$\Delta) d\rho = -2\rho_0 \xi_0 k \text{ sen}(kx + (\pi)/2 + \hat{a}) \cos(wt)$$

En esta ecuación la "amplitud" de densidad será:

$$2\rho_0 \xi_0 k$$

Además, la presión y la densidad están relacionadas a partir de la fórmula:

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{\rho p_0}{\rho_0}$$

con:

ρ relación de calores específicos a presión y volumen constantes. De modo que puede deducirse la expresión para la presión, a partir de la expresión de la densidad

$$dp = \frac{-\rho p_0}{\rho_0} 2\rho_0 k \xi_0 \text{ sen}(kx + (\pi)/2) \cos(wt)$$

la amplitud de presión es:

$$2\rho p_0 \xi_0 k = \text{presión máxima}$$

La presión máxima es la presión experimental alcanzada para 5 uA en la Fig. 4 : $1,29 \cdot 10^6 \text{ Newton/m}^2$. La expresión anterior resulta:

$$2\rho p_0 \xi_0 k = 1,29 \cdot 10^6 \text{ Newton/m}^2.$$

Debido a que ρ y p_0 son conocidos, queda una expresión vinculante a ξ y k (que a su vez puede

escribirse en función de λ)

$$\zeta_0 / \lambda = 0,06739$$

Reemplazando en la amplitud de densidad, se tiene:

$$\rho \text{ máxima} = 11,20 \text{ mg/cm}^3$$

Esta densidad máxima representa la máxima amplitud de la densidad del medio. Si ahora se busca en la ecuación de la onda estacionaria, la ecuación de los nodos para los cuales la densidad es nula, se tiene:

$$\text{de } \Delta) d\rho = -11,20 \text{ mg/cm}^3 \text{ sen}(kx + (\pi)/2) \cos wt$$

$$\text{Ecuación de nodos: } \text{sen}(kx + (\pi)/2) = 0$$

$$kx + (\pi)/2 = n(\pi)$$

En esta ecuación, n es el nodo de excitación; puede calcularse de los autovalores de la frecuencia, en función de la velocidad de propagación. En efecto por ser el modelo de onda estacionaria, cerradoabierto, como corresponde a su modo fundamental; la forma general de la longitud del tubo (alcance), en función de la longitud de onda es:

$$\text{Longitud del tubo } (r) = (2n+1) \frac{\lambda}{4}$$

(ya que en el modo fundamental, la longitud de tubo equivale a un cuarto de longitud de onda). Expresando este resultado en términos de velocidades y frecuencias, vinculados a través de la longitud de onda: $\lambda = \text{veloc.}/\text{frec.}$

$$\text{Longitud del tubo } (r) = \frac{(2n+1) \text{ veloc.}}{4 \times \text{frec.}}$$

$$\text{Despejando la frecuencia } (f) = \frac{(2n+1) \times \text{veloc.}}{4 \times r}$$

reemplazando en esta ecuación, los valores de frecuen-

cia, veloc., y alcance, se llega a conocer el modo de excitación del haz en el tubo (n).

$$n = 34 \cdot 10^{17}$$

Reemplazando en x :

$$x = 0,114 \text{ mm}$$

Esto indica, considerando $r = 0$ el punto en el cual el haz toca al blanco, que en $0,114 \text{ mm}$ la densidad es nula. El siguiente nodo estará en:

$$x - x' = 0,35 \cdot 10^{-16}$$

Este resultado indica que los vientres y nodos están tan próximos entre sí, que puede considerarse, en el volumen del haz, una única densidad continua cuyo valor medio está dado por:

$$\bar{\rho} = \frac{2 \times \rho_{\text{max}}}{\pi} = 7,1 \text{ mg/cm}^3$$

VI. DISCUSIÓN

Los resultados presentan buena aproximación con los obtenidos a partir de las fotografías del blanco [Heselius]; como puede verse de la sección anterior en que se deduce que la densidad experimental es: $7,36 \text{ mg/cm}^3$. Sin embargo, convendría explorar un modelo, que no tenga como base de partida algunos datos experimentales (como por ejemplo la presión de llenado del tubo) a partir de hechos más generales, como el ángulo de scattering o un modelo termodinámico de transferencia de calor del haz al blanco.

REFERENCIAS

1. *Studies of Proton Beam Penetration in Nitrogen-Gas Targets with respect to Production and Specific Radioactivity of ^{11}C* . Heselius, Malmberg, Solin, Langstrom. *Appl. Radiat. Isotop.* Vol 38, number 1, pp 49-57 (1987). *Int. J. Rad. Appl. Instrum. Part A.* Lang: English.
2. "Excitation Function for the $^{14}\text{N}(p, \alpha)^{11}\text{C}$ reaction up to 15 Mev" Casella, Christman, Wolf. *Radiochimica Acta* 25, 17-20 (1978). L: English.
3. *Optimization of the Production of ^{11}C by Proton Irradiation of Nitrogen Gas*. Vandewalle, Vandecastelle. *Int. J. Appl. Radioisot.* Vol 14; number 10, pp 1459 (1983). L: English.

4. *Charged Particle Penetration in Gas Targets Designed for Accelerator Production of Radionuclides Used in Nuclear Medicine.* Wieland, Schlyer, Wolf. *Int J. Radiation Isot.* Vol 35, number 5, pp 387-396 (1984).
5. *^{14}N (p, α) ^{11}C Cross Sections from 3.8 to 6.4 Mev.* Ingalls, Schweitzer, Anderson, Rios. *Physical Review C*, Vol 13, number 2 (1976).
6. *Nuclear Data Relevant to Cyclotron Produced Short-Lived Medical Radioisotopes.* Gaim, GmbH. *Radiochimica Acta* 30, 147-162 (1982).
7. *A Semi-Quantitative Approach to the Design, Analysis and Operation of a Gas Target System.* Wojciechowski, Sajjad, Lambrescht. *Appl. Radiat. Isot.*, Vol 39, number 5, pp 429-436 (1988).
8. *Stopping Power and Multiple Scattering of Havar and Kapton for low Energy Proton.* Forough, Vuilleumer, Bovett. *Nuclear Instruments and Methods* 159 (1979) 513-516.
9. *Optical Studies of the Influence of an Intense Ion Beam on High-Pressure Gas Targets.* Heselius, Linblom, Solin. *Int. J. Appl. Radiat. Isot.* Vol 35, pp 653-659, (1982).
10. *Experimentally Determined Thick Target Yields for ^{14}N (p, α) ^{11}C Reaction.* Bida, Ruth, Wolf. *Radiochimica Acta* 27, 181-185 (1980).
11. *Main Tables : Stopping Powers, Ranges, and Reaction Yields.*
12. *Efecto de Ondas de Tensión en Procesos de Penetración.* Kolsky. Extraído de *Ballistic Materials and Penetration Mechanics*". Elsevier Publ-Co, Amsterdam (1980).
13. *Multiple Scattering of Fast Charged Particles.* Snyder M., Scott W. *Physical Review*, Vol 76, number 2.
14. Código SWIMS.
15. *Multiple Scattering of Charged Particles.* Marion, Zimmerman. *Nuclear Instruments and Methods* 93,101 (1967).
16. *Nuclear Physics.* Enrico Fermi.
17. Nozaki, Okuro, Furuka. *Bull. Chem. Soc. Japan* 39,2689-2690 (1961)
18. Jaçobs, Bodansky, Chamberlain, Oberg: "Production of Li and B in Proton and α Particle Reaction on ^{14}N at low Energies". *Phys. Rev.* C9, 2134-2143 (1974).