

# CONTROL A LAZO CERRADO DE LA ESTELA DE UN CILINDRO

## CYLINDER WAKE CLOSED-LOOP CONTROL SYSTEM

Pablo Roca, Thomas Duriez, Ada Cammilleri, Guillermo Artana

Laboratorio de Fluidodinámica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires  
cada@fi.uba.ar

Recibido: 13/12/2012; aceptado: 14/03/2013

Se introduce un sistema de control a lazo cerrado sobre el escurrimiento de un cilindro basado en el procesamiento de imágenes. Dentro de una simulación numérica directa, se considera el flujo que contornea un cilindro y se procura disminuir las fluctuaciones en su estela. Trazadores pasivos son inyectados en el sistema para construir un modelo matemático de identificación de sistema tipo ARX con su concentración medida en ciertos puntos de las imágenes. Luego, mediante el empleo de un algoritmo de control GPC, se actúa inyectando cantidad de movimiento tangencial al cilindro para forzar el flujo y reducir las fluctuaciones de la estela.

*Palabras clave:* cilindro, estela, simulación, imágenes, control, lazo cerrado, ARX, GPC.

A closed-loop control system is introduced to stabilize a cylinder wake based on image processing. A direct numerical simulation is used to compute the fluid flow through a cylinder and stabilize its wake. Passive scalar tracers are injected in the system to constitute an AutoRegressive with eXogenous input (ARX) mathematical model by sensing its concentration on certain image sectors. A Generalized Predictive Controller (GPC) algorithm is used to calculate the necessary actuation to stabilize the wake by adding momentum tangentially to the cylinder wall.

*Keywords:* cylinder, wake, simulation, images, control, closed-loop, ARX, GPC.

### I. INTRODUCCIÓN

Es conocida la importancia que reviste la disciplina de control de fluidos tanto para el ámbito científico como para la industria. A los objetivos clásicos de teoría de control como el seguimiento de valores de referencia, rechazo de perturbaciones y de errores de medición se suman aplicaciones específicas como la reducción de fuerzas de arrastre o la supresión de inestabilidades que resultan de gran valor por sus aplicaciones prácticas.

El estudio de control de fluidos se caracteriza por buscar las partes sensibles de un flujo que permitan obtener modificaciones que lleven el flujo a un estado deseado en base a pequeñas perturbaciones intencionales conocidas como actuación. Un sistema de control se puede caracterizar por el esquema de actuación empleado según sea pasivo, activo o reactivo.

El control pasivo consiste en realizar modificaciones en el entorno de operación de forma de parametrizar ciertos cambios respecto de la modificación que se observa en el flujo. En este esquema, una vez establecido el entorno no es posible cambiar la parametrización. Ejemplos típicos son generadores de vórtices<sup>1,2,3</sup> y pequeños objetos físicos dentro de la estela del fluido<sup>4</sup>. En control activo se aplica energía durante la actuación para adaptar la respuesta del fluido a un resultado deseado. En este caso, las condiciones de la experiencia pueden cambiar a lo largo del tiempo siendo necesario adaptar los parámetros de actuación definidos. Ejemplos típicos son controles tipo jet (pulsados o sintéticos)<sup>5,6</sup>, dispositivos mecánicos ajustables y cilindros rotantes<sup>7</sup>. El control reactivo implica que el estado del flujo es medido o estimado en

base a mediciones para retroalimentar al sistema de control y poder ajustar los parámetros en tiempo real. Se trata de un control activo con la capacidad de adaptar los parámetros de control y la energía utilizada en base a los resultados medidos en el sistema, el objetivo definido y la modelización matemática que se realizó sobre el sistema.

Es en este contexto donde la modelización del sistema físico recubre un carácter fundamental para estimar la actuación a aplicar en busca de un objetivo definido. Algunas estrategias implican el uso de ecuaciones fundamentales de la mecánica como es el caso de las ecuaciones de Navier-Stokes que son linealizadas para construir un modelo de orden reducido que permita estimar el flujo<sup>8</sup>. Otros modelos se concentran en propiedades globales como el consumo de energía para realizar control por búsqueda de extremos<sup>9</sup> donde se busca un mínimo a la función global de costo determinada por el estudio de un control activo forzado (lazo abierto). Finalmente existen los modelos empíricos de caja negra basados en la observación del sistema en un proceso de control a lazo abierto. Un ejemplo de este escenario consta en la identificación de sistemas basados en modelos *AutoRegressive* (AR) que determinan una relación entre el estado del sistema actual y el medido en tiempos pasados. En el pasado se realizaron experiencias de control basadas en modelos autoregresivos ARX<sup>10,11,12,13</sup> y autoregresivos ARMAX<sup>14</sup> que permiten utilizar algoritmos de predicción y optimización sobre ciertas funciones definidas como objetivo para el control.

El presente trabajo desarrolla un sistema de control de fluidos reactivo basado en el procesamiento de

imágenes para obtener un modelo a caja negra ARX que permita describir y predecir el sistema físico. Se elige el experimento prototípico del escurrimiento sobre un cilindro a fin de efectuar las pruebas correspondientes sobre el algoritmo y bloques de control.

## II. MODELO FÍSICO SIMULADO

Como modelo físico bajo estudio se toma el escurrimiento del fluido sobre un cilindro y se plantea el objetivo de estabilizar su estela. Filamentos de escalar pasivo son inyectados aguas arriba del experimento para medir luego la concentración en ciertos puntos y definir un vector de estado del sistema con dichos valores. Se colocan dos actuadores en la pared del cilindro con el objetivo de agregar cantidad de movimiento de forma tangencial para forzar el flujo y controlar la estela. Se simula una actuación del tipo plasma<sup>15</sup> con inyección de cantidad de movimiento a través de un mecanismo de impacto iónico. La acción es homogénea, simultánea y simétrica a lo largo de dos semiarcos de 5% de circunferencia del cilindro, en una posición cercana al punto de separación. (Fig. 1)

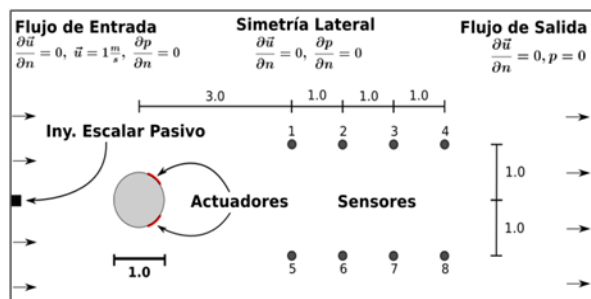


Figura 1. Esquema del experimento. Ubicación de actuadores y sensores de concentración del escalar durante la simulación 2D ( $Re:235$ ,  $dt:0.061$ , cilindro centrado verticalmente a 7.5 diámetros de la entrada sobre una superficie de 27.5 x 25 diámetros).

Con este diseño la actuación procura posponer la separación de la capa límite.

Luego de mallar la geometría del sistema en 2D, se utiliza el aplicativo Código Saturne para realizar simulaciones de elementos finitos.

En cada paso de la simulación se mide la concentración de un escalar pasivo que se inyecta con flujo constante aguas arriba del cilindro. Los puntos de sensado se ubican de manera simétrica en dirección del escurrimiento dentro de la estela formada por el cilindro (Fig. 2, 3 y 4).

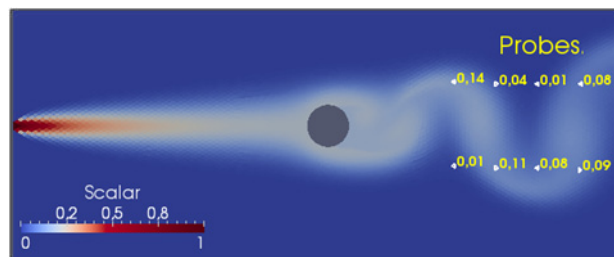


Figura 2. Concentración de escalar computada en la simulación luego de alcanzar el estado estacionario ( $Re:235$ ).

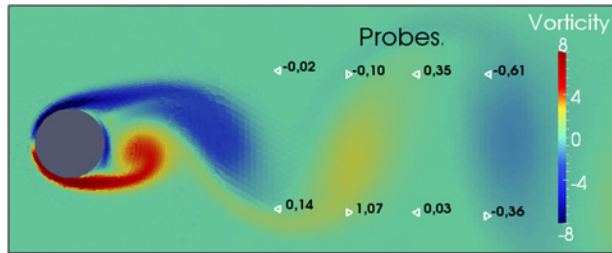


Figura 3. Vorticidad computada en la simulación luego de alcanzar el estado estacionario ( $Re:235$ ).

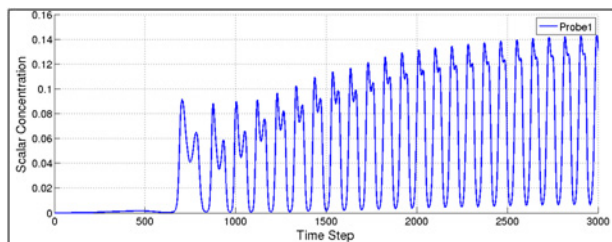


Figura 4. Concentración de escalar medida en el sensor 1 durante la fase de inicio de inicio del sistema. Al llegar al régimen estacionario se puede apreciar la periodicidad en la concentración con un  $T$  aproximado de 90 pasos de simulación ( $Re:235$ ).

## III. IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA

Para representar la dinámica del escurrimiento elegimos considerar un modelo lineal en tiempo discreto dado por

$$y(k) + \alpha_1 y(k-1) + \dots + \alpha_p y(k-p) = \beta_0 u(k) + \beta_1 u(k-1) + \dots + \beta_p u(k-p) \quad (1)$$

donde  $y(k)$  es un vector de  $m \times 1$  que representa el estado del sistema (la salida),  $u(k)$  es un vector de  $r \times 1$  que representa la actuación (la entrada),  $p$  es el orden del modelo,  $k$  es el paso del tiempo. En el caso que estudiamos  $y(k)$  es un vector que contiene la medida instantánea de concentración del trazador en las distintas posiciones de los sensores y  $u(k)$  representa la amplitud instantánea de los actuadores.

Nos referimos al sistema definido por (1) como un modelo Modelo autoregresivo con entrada exógena (ARX). Los coeficientes matriciales del modelo,  $\alpha_i$  para  $1 \leq i \leq p$ ,  $\beta_i$  para  $0 \leq i \leq p$ , de  $m \times m$  y  $m \times r$  respectivamente, son llamados parámetros de Markov del observador y caracterizan al modelo<sup>10</sup>.

Definiendo el vector de parámetros

$$\Theta = (\alpha_1 \dots \alpha_p \beta_0 \dots \beta_p)^T$$

y el vector de regresión

$$\varphi(k) = \begin{pmatrix} -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-p) \\ u(k) \\ \vdots \\ u(k-p) \end{pmatrix}$$

la Ec. 1 pueda ser escrita de la forma

$$y(k) = \Theta^T \varphi(k)$$

A fin de estimar  $\Theta$ , se define una fase de entrenamiento donde la actuación es forzada mientras se mide la respuesta del sistema físico. Luego, se utilizan las  $N$  muestras de entrenamiento junto al criterio de estimación por cuadrados mínimos para determinar un estimador de  $\Theta$  según

$$\tilde{\Theta}_N^{LS} = \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k)\varphi(k)^T \right)^{-1} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k)y(k)^T \quad (2)$$

Dado que la matriz  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k)\varphi(k)^T$  puede estar mal condicionada consideramos un método más efectivo para estimar los parámetros<sup>16</sup>.

Si se define un vector  $\theta$  de  $d = p(m^2 + mr) \times 1$  que reúne a todos los coeficientes de la matrices  $\alpha_i$  y  $\beta_i$ , la Ec. 1 puede también ser escrita de la forma

$$y(k) = \varphi(k)^T \theta$$

Luego, la estimación de  $\theta$  se obtiene a partir de la descomposición  $QR$  de la matriz  $\Phi Y$  donde  $\Phi$  es de  $Nm \times d$  e  $Y$  es de  $Nm \times 1$  tales que

$$Y^T = (y^T(1) \dots y^T(N))$$

$$\Phi^T = (\varphi(1) \dots \varphi(N))$$

#### IV. ALGORITMO DE CONTROL A LAZO CERRADO

Siendo  $s$  el horizonte de predicción definimos  $\mathcal{Y}_s$  de  $sr \times 1$ ,  $\mathcal{u}_s$  de  $sm \times 1$  y  $v_p$  de  $p(m+r) \times 1$  según

$$\mathcal{Y}_s(k) = \begin{pmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k+s-1) \end{pmatrix} \quad \mathcal{u}_s(k) = \begin{pmatrix} u(k) \\ \vdots \\ u(k+s-1) \end{pmatrix}$$

$$v_p(k-p) = \begin{pmatrix} u(k-p) \\ \vdots \\ u(k-1) \\ y(k-p) \\ \vdots \\ y(k-1) \end{pmatrix}$$

De la Ec. 1 podemos obtener una ecuación matricial que predice las futuras salidas del sistema<sup>10</sup>

$$\mathcal{Y}_s(k) = \mathcal{J} \mathcal{u}_s(k) + \Psi v_p(k-p) \quad (3)$$

donde  $\mathcal{J}$  es una matriz Toeplitz dada por

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} \beta_0 & & & & & \\ \beta_0^1 & \beta_0 & & & & \\ \beta_0^2 & \beta_0^1 & \beta_0 & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & & \\ \beta_0^{s-1} & \dots & \dots & \beta_0^1 & \beta_0 & \end{pmatrix}$$

siendo  $\beta_0, \beta_0^{(1)}, \dots, \beta_0^{(s-1)}$  conocidos como *parámetros de Markov del sistema*<sup>10</sup>, y  $\Psi$  es una matriz de  $ms \times sr$  definida por una serie de relaciones recursivas a partir de los parámetros del modelo.

Se establece un algoritmo de control basado en el *algoritmo Generalizado de control predictivo (GPC)*<sup>11</sup> con el objetivo de disminuir la concentración de escalar medida en los sensores.

Se determina entonces la función de costo apropiada para describir la ley de control

$$J = y_s^T(k) Q y_s(k) + \lambda u_s^T(k) u_s(k) \quad (4)$$

donde  $Q$  es una matriz de  $sm \times sm$ , diagonal en bloques  $Q_i$ , tales que  $Q_i = \text{diag}(q_1 \dots q_m)$  y  $q_i$  representa el peso del sensor  $i$ ,  $0 \leq q_i \leq 1$ .

Suponiendo una ley de control lineal, y utilizando el método de Lagrange, la minimización del funcional definido en la Ec. 4 sujeto a cumplir la Ec. 3 da como resultado

$$u_s(k) = -(\mathcal{J}^T Q \mathcal{J} + \lambda I)^{-1} \mathcal{J}^T Q \Psi v_p(k-p) \quad (5)$$

donde  $I$  representa a la matriz identidad de  $sr \times sr$ .

Dado que se requiere el valor de actuación para el paso de tiempo actual ( $k$ ), es posible ahorrar tiempo de cómputo determinando las primeras  $r$  filas del producto del primer término de la Ec. 5 según

$$u(k) = \{ -(\mathcal{J}^T Q \mathcal{J} + \lambda I)^{-1} \mathcal{J}^T \}_r Q \Psi v_p(k-p) \quad (6)$$

Una vez aplicada la actuación y obtenidas las mediciones del paso de tiempo siguiente, se cierra el lazo de control calculando  $v_p$  e ingresando nuevamente en la Ec. 6. La secuencia del sistema de control queda descrita en el Algoritmo 1.

ALGORITMO 1: ALGORITMO DE CONTROL PROPUESTO

<b>Entrada:</b> $p$ : orden del modelo, $s$ : horizonte de predicción,
$\lambda$ : costo del actuador
<b>Salida:</b> Control del sistema en estudio
1: Medir valores del ciclo de entrenamiento
2: Obtener el modelo ARX de orden $p$
3: Definir el controlador con $s, \lambda$ y el modelo ARX
4: <b>Para cada</b> Paso de tiempo $k$ <b>hacer</b>
5: Medir los valores $y$ para el paso $k$
6: Construir $v_p$ agregando los valores de $y(k)$
7: Utilizar Ec. 6. para obtener $u(k)$
8: Aplicar la actuación $u(k)$
9: <b>Fin para</b>

#### V. RESULTADOS DEL SISTEMA DE CONTROL

A fin de identificar el modelo del sistema, se idea una fase de entrenamiento donde la actuación es forzada con la señal característica de un pulso para medir su respuesta frente a una amplia variedad de frecuencias de entrada. Los valores medidos son utilizados en la Ec. 2 para formar los coeficientes de control en base al modelo estimado (Fig. 5).

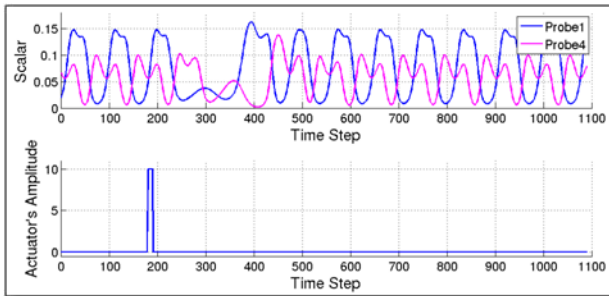


Figura 5. Fase de entrenamiento del sistema. Luego de aplicar el pulso de actuación, el valor de concentración medido en las líneas de sensores se reduce abruptamente producto de la estabilización de la estela.

Luego de realizada la calibración de los distintos parámetros de control, se simula el sistema físico con el controlador ya entrenado obteniendo una actuación de control que estabiliza la estela del cilindro (Fig. 6, 7 y 8).

De la misma forma se pudo verificar la adaptabilidad del algoritmo frente a condiciones fuera de diseño. A tal fin se modificó la velocidad del flujo de entrada de forma temporal observando la capacidad del control para encontrar un nuevo punto de actuación óptima. Luego de cierto período de transición, el sistema cambia su señal de control y logra estabilizar la estela (Fig. 9).

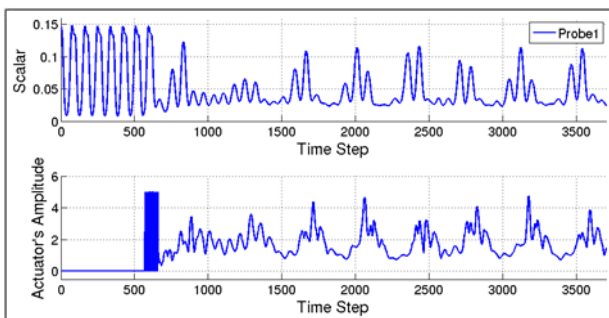


Figura 6. Lazo cerrado de control. La actuación se incrementa cuando el escalar medido crece y se reduce cuando su efecto estabiliza la estela y baja la concentración de escala en los sensores.

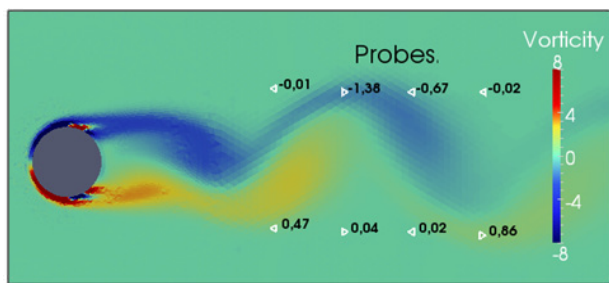


Figura 7. Vorticidad resultante de la simulación del control en el instante de máxima concentración medida en los sensores. En este momento, la actuación comienza a crecer para compensar las oscilaciones en la estela ( $Re:235$ ).

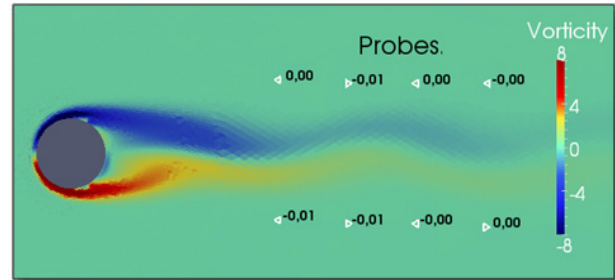


Figura 8. Vorticidad resultante de la simulación del control en el instante de mínima concentración medida en los sensores ( $Re:235$ ).

## VI. CONCLUSIONES

Se desarrolló un sistema de control a lazo cerrado en una simulación numérica. Se verificó su correcto funcionamiento con la experiencia prototípica del escurrimiento del cilindro. La estela del cilindro fue sensada a través de la medición de la concentración del escalar inyectado y estabilizada gracias a la actuación de respuesta. El sistema de control definido resulta lo suficientemente genérico para ser adaptado a otros experimentos e implementado con un esquema de captura de imágenes.

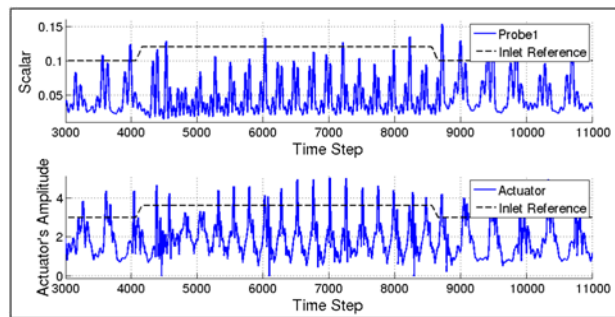


Figura 9. Cambios en la condición de entrada. El sistema de control adapta la respuesta de su actuador para estabilizar la estela del cilindro bajo el cambio de las condiciones de entrada indicadas por la referencia.

Queda pendiente para trabajos futuros el estudio de métodos adaptativos de control<sup>12</sup> y sus resultados con el esquema propuesto.

Asimismo, procuraremos estudiar el incremento de la cantidad de sensores utilizados, la medición de los tiempos de cómputo requeridos, el análisis del desempeño con posibles optimizaciones del algoritmo y la implementación de la experiencia en laboratorio.

## VI. REFERENCIAS

- 1- Lin J. Progress in Aerospace Sciences, 38(4-5), 389–420 (2002).
- 2- Godard G. and Stanislas M. Aerospace Science and Technology, 10(6), 455–464 (2006).
- 3- Duriez T., Aider J., and Wesfreid J. Physical Review Letters, 103(14) (2009).
- 4- Cadot O., Thiria B., and Beaudoin J. Solid Mechanics and its Applications, 14, 529–537 (2009).
- 5- Godard G. and Stanislas M. Aerospace Science and Technology, 10(6), 455–464 (2006).
- 6- Kostas J., Foucaut J., and Stanislas M. Flow, Turbulence and Combustion, 78(3-4), 331–363 (2007).

- 7- Thiria B., Goujon-Durand S., and Wesfreid J. *Journal of Fluid Mechanics*, 560, 123–147 (2006).
- 8- Protas B. and Styczek A. *Physics of Fluids*, 14(7), 2073–2087 (2002).
- 9- Beaudoin J.F., Cadot O., Aider J.L., and Wesfreid J.E. *Physics of Fluids*, 18(085107) (2006).
- 10- Juang J.N. and Phan M. Deadbit predictive controllers. Technical Memorandum 112862, Nasa (1997).
- 11- Kegerise M.A., Cambell R.H., and Cattafesta L.N. *Journal of Sound and Vibration*, 307, 906–923 (2007).
- 12- Kegerise M.A., Cambell R.H., and Cattafesta L.N. *Journal of Sound and Vibration*, 307, 924–940 (2007).
- 13- Huang S.C. and Kim J. *Physics of Fluids*, 20(101509) (2008).
- 14- Hervé A., Denis Sipp P.J.S., and Samuelides M. *Journal of Fluid Mechanics*, 702, 26–58 (2012).
- 15- D’Adamo J., González L.M., Gronskis A., and Artana G. *Fluid Dynamics Research*, 44(055501), 20 (2012).
- 16- Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1987)