

EFFECTOS DE TIEMPO MUERTO EN EXPERIMENTOS CON FUENTE PULSADA

G. J. Cuello*, P. J. Prado**, J. Dawidowski**

*Centro Atómico Bariloche, Comisión Nacional de Energía Atómica
C.C. 435, 8400 San Carlos de Bariloche y Centro Regional Universitario Bariloche,
Universidad Nacional del Comahue, San Carlos de Bariloche.*

Se muestra que las pérdidas de conteo por efecto del tiempo muerto en sistemas de detección asociados a fuentes de emisión periódica, siguen comportamientos esencialmente diferentes respecto de los experimentos de conteo continuo. Se describe este comportamiento mediante expresiones analíticas y simulaciones por el método de Monte Carlo.

1. INTRODUCCION

Realizamos el análisis de las correcciones por tiempo muerto para sistemas de adquisición de datos en experimentos de detección de partículas donde se emplean fuentes pulsadas. En éstos, los sistemas de detección se habilitan en forma periódica, como por ejemplo en los experimentos de tiempo de vuelo de neutrones.

El tratamiento de los efectos de tiempo muerto para estos sistemas es sustancialmente diferente del realizado en experimentos de adquisición permanente. En estos últimos no se consideran los efectos de los instantes inicial y final de la toma de datos, y el tratamiento es el de sistema estacionario. Ejemplos de sistemas de adquisición permanente se encuentran en las mediciones de vidas medias de núcleos atómicos, y en gran variedad de experimentos acerca de los cuales podemos encontrar discusión y expresiones en bibliografía^{(1), (2)}. En cambio, en los sistemas que estudiamos en el presente trabajo, se pone de manifiesto la importancia del comienzo y fin de las lecturas.

2. EFECTOS DE TIEMPO MUERTO

Trataremos pues, el caso de experimentos en los que el sistema de detección se habilita periódicamente en un intervalo temporal $[(t_0, t_f)]$, donde t_0 indica el comienzo del espectro y $t_f - t_0$ es el tiempo de barrido. En un ciclo, cada cuenta que incide sobre el sistema responde a una distribución de probabilidad $f(t)$, normalizada en el intervalo $[t_0, t_f]$, de modo que la probabilidad que una cuenta llegue en el intervalo $(t, t+dt)$ es $f(t) dt$.

Mientras que el número de cuentas de cada ciclo varía de acuerdo con una distribución P_n .

Debido a que el sistema tiene un tiempo muerto τ , la densidad de probabilidad de registrar una cuenta $\phi(t)$, es diferente a la distribución $f(t)$.

Existen dos modelos que describen el comportamiento de los sistemas de detección: el no extendido y el extendido. En el primero, todos los pulsos que siguen a uno registrado dentro del tiempo τ son rechazados. En el segundo, estos pulsos prolongan el tiempo muerto, y todos los pulsos que llegan durante este tiempo extendido son ignorados, registrándose sólo el último.

A continuación particularizaremos el análisis para los casos de sistemas que responden a los modelos extendido y no-extendido de tiempo muerto.

2.1. Modelo Extendido

Si durante un ciclo llegan n cuentas, consideremos el caso en que llega una cuenta en t , k cuentas en (t_0, t) y $n-1-k$ cuentas en $(t, t_f]$. La densidad de probabilidad de registrar la cuenta que llegó en t está dada por:

$$\left(\int_{t_0}^t f(t') dt' \right)^k f(t) \left(\int_{\min(t+\tau, t_f)}^{t_f} f(t') dt' \right)^{n-1-k}$$

y dado que hay $\binom{n-1}{k}$ combinaciones diferentes que producen el mismo resultado, la probabilidad que se registre una cuenta en el intervalo $(t, t+dt)$ estará dada por:

Teniendo en cuenta la normalización de $f(t)$, puede reescribirse el resultado anterior como:

* Becario Comisión Nacional de Energía Atómica

** Becarios CONICET

$$\phi_n(t) dt = n f(t) dt \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k}$$

$$\cdot \left(\int_{t_0}^t f(t') dt' \right)^k \left(\int_{\min(t+\tau, t_f)}^t f(t') dt' \right)^{n-1-k} =$$

$$= n f(t) dt \left(\int_{t_0}^t f(t') dt' + \int_{\min(t+\tau, t_f)}^t f(t') dt' \right)^{n-1}$$

$$\phi_n(t) dt = n f(t) dt \left(1 - \int_t^{\min(t+\tau, t_f)} f(t') dt' \right)^{n-1}$$

Siendo P_n la probabilidad que n cuentas lleguen en un pulso, la probabilidad de registrar una cuenta en el intervalo $(t, t+dt)$ es:

$$\phi_E(t) dt = \sum_{n=1}^{\infty} P_n \phi_n(t) dt \quad (1)$$

Si P_n es una distribución de Poisson con un valor medio de λ cuentas por ciclo, resulta entonces:

$$\phi_E(t) dt =$$

$$= \lambda f(t) dt \exp \left\{ -\lambda \int_t^{\min(t+\tau, t_f)} f(t') dt' \right\}$$

2.2 Modelo No-Extendido.

Para calcular la distribución de probabilidad para la detección de cuentas es necesario considerar varios casos particulares de tratamiento algo más complejo que el anterior.

Comenzaremos analizando el caso de la llegada de dos cuentas en un ciclo. La distribución temporal de probabilidad de llegada para la primera de ellas es proporcional a la distribución incidente $f(t)$ por la probabilidad que la segunda cuenta llegue en un tiempo posterior:

$$f_2^1(t) = C_2^1 f(t) \int_t^{t_f} f(t') dt'$$

donde C_2^1 es la constante de normalización sobre el intervalo $[t_0, t_f]$.

A partir de la llegada del primer pulso (tiempo t_1), la distribución de probabilidad de llegada del segundo será proporcional a la distribución incidente:

$$f_2^2(t, t_1) = C_2^2 f(t) H(t-t_1)$$

donde C_2^2 es la constante de normalización sobre el intervalo $[t_1, t_f]$ y $H(t)$ es la función escalón

$$H(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

Dado que el sistema es no extendido, la distribución de probabilidad de detección de la primera cuenta es igual a la distribución de probabilidad de llegada

$$\phi_2^1(t) = f_2^1(t)$$

En cambio, para la segunda cuenta hay que considerar que el sistema está habilitado a partir de un tiempo τ después de t_1 , con lo cual resulta que:

$$\phi_2^2(t) =$$

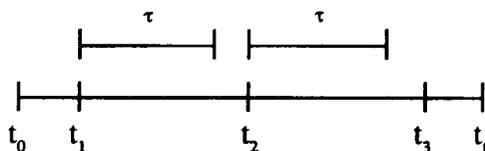
$$= \int_{t_0}^t H(t-t_1-\tau) f_2^2(t, t_1) f_2^1(t_1) dt_1$$

Finalmente, la distribución temporal de detección de cuentas cuando llegan dos de ellas en un ciclo es

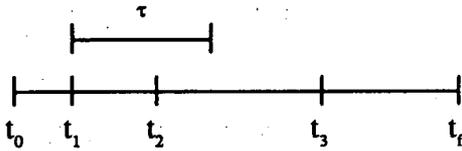
$$\phi_2(t) = \phi_2^1(t) + \phi_2^2(t)$$

Si llegan más de dos cuentas en un ciclo, el tratamiento para el segundo pulso será similar, pero las expresiones se verán afectadas por la probabilidad de que los demás pulsos lleguen después.

En el caso de que la detección de un tercer pulso, la probabilidad correspondiente constará de dos términos, según que el segundo sea registrado o no, tal como se ve en los diagramas siguientes, en los que se representan los tiempos de llegada de los pulsos:



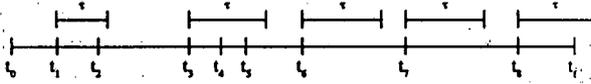
Segundo pulso aceptado



Segundo pulso rechazado

Si en un ciclo llegan n pulsos, la probabilidad de que el k-ésimo sea detectado tendrá 2^{k-2} términos a considerar. Cada término dependerá de cuántos y cuáles de los pulsos anteriores fueron detectados. Supongamos que haya c de tales pulsos y que, a continuación del j-ésimo de éstos, haya p_j-1 no detectados debido al tiempo muerto.

Por ejemplo, en el siguiente caso



hay ocho pulsos incidentes y para evaluar la probabilidad de que el séptimo sea detectado, habrá que considerar situaciones como la indicada, donde $c=3$, $p_1=2$, $p_2=3$, $p_3=1$ y $k=7$.

Para el caso general en que llegan n pulsos en un ciclo, la distribución de probabilidad de detección del k-ésimo de ellos está dada por la expresión:

$$\phi_n^k(t) = \sum_{\{1, p_1\}} \int \dots \int_{\{j, p_j\}} \dots \int_{\{c, p_c\}} f_n^k(t, t_{k-1}) f_n^{k-1}(t_{k-1}, t_{k-2}) \dots f_n^1(t_1)$$

donde la sumatoria se extiende sobre todas las combinaciones de p_j tales que

$$\sum_{j=1}^c p_j = k-1 \quad \text{con } p_j \geq 1$$

y la integral múltiple simbolizada se compone de integrales tales como la siguiente:

$$\int_{\{j, p_j\}} \equiv \int_b^a dt_1 \int_{t_1}^{t_1+\tau} dt_{1+1} \int_{t_{1+1}}^{t_{1+1}+\tau} dt_{1+2} \dots \int_{t_{1+p_j-2}}^{t_{1+p_j-2}+\tau} dt_{1+p_j-1}$$

con

$$b = 1 + \sum_{v=1}^{j-1} p_v; \quad b = t_{k-1} - (c-j+1)\tau$$

$$a = \begin{cases} 0 & j=1 \\ t_1 + \tau & j=2 \\ t_h + \tau, \quad h = 1 + \sum_{v=1}^{j-2} p_v & j \geq 3 \end{cases}$$

$$f_n^k(t, t_{k-1}) = H(t - t_{k-1}) f_{n-k+1}^1(t)$$

$$\cdot \left[\int_{t_{k-1}}^{t_1} f_{n-k+1}^1(t') dt' \right]^{-1}; \quad \text{con } k \geq 2$$

$$f_n^1(t) = C_n^1 f(t) \int_t^{t_1} f_{n-1}^1(t') dt'; \quad \text{con } n \geq 2$$

$$f_1^1(t) = f(t)$$

donde C_n^1 es la constante de normalización sobre el intervalo $[t_0, t_1]$.

Si ingresan al sistema n pulsos por ciclo, con una distribución de probabilidad P_n , entonces se obtiene la siguiente expresión final para la distribución de probabilidad de los pulsos registrados

$$\phi_N(t) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n \sum_{k=1}^n \phi_n^k(t) \quad (2)$$

3. ANALISIS DE RESULTADOS

Para el caso en que los pulsos que llegan al sistema de detección estén distribuidas al azar, la distribución incidente es $f(t)=1/(t_\tau-t_0)$ y si la probabilidad que lleguen n cuentas en un ciclo responde a una distribución de Poisson (con valor medio en λ cuentas por ciclo), las expresiones (1) y (2) dan:

$$\phi_E(t) = \rho \exp \{ -\rho [\min(t+\tau, t_1) - t] \}$$

$$\phi_N(t) = \rho \sum_{s=0}^{s_m} \frac{H(t-s\tau-t_0)}{s!}$$

$$\cdot (\rho (t-s\tau-t_0))^s \exp \{ -\rho (t-s\tau-t_0) \}$$

con $s_m \geq (t_1-t_0)/\tau$ y s_m entero y donde $\rho = \lambda/(t_1-t_0)$ representa el ritmo de conteo.

La expresión correspondiente a tiempo muerto extendido tiene los siguientes valores límite:

$$\begin{aligned} \phi_E(t) &\rightarrow \rho \\ \tau &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

$$\phi_E(t) \rightarrow \begin{cases} 0 & t \neq t_f \\ \infty & t = t_f \end{cases}$$

$$\rho \rightarrow 0$$

$$\phi_E(t) = \rho \exp(-\rho\tau) \quad \text{si } t < t_f - \tau.$$

y los valores límite correspondientes a la presión para tiempo muerto no-extendido son:

$$\begin{aligned} \phi_N(t) &\rightarrow \rho \\ \tau &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

$$\phi_N(t) \rightarrow \begin{cases} 0 & t \neq t_0 + s\tau \\ \infty & t = t_0 + s\tau \end{cases} \quad \begin{matrix} s \geq 0 \\ \text{entero} \end{matrix}$$

$$\rho \rightarrow 0$$

$$\phi_N(t) \rightarrow \frac{\rho}{1 + \rho\tau} \quad \text{si } t \gg t_0 + \tau.$$

Pueden observarse en las figuras (1) y (2) los espectros incidente y registrados generados con una simulación Monte Carlo, así como la evaluación de las expresiones (1) y (2). Se nota el acuerdo entre la expresión analítica y los espectros leídos.

Notamos que para el tiempo muerto extendido el valor de la expresión (1) coincide con el caso de sistemas no pulsados (conteo continuo)^{(1),(2)} para $t \leq t_f - \tau$, mientras que en el intervalo $[t_f - \tau, t_f]$ tiene un comportamiento exponencial (figura 1).

Para el tiempo muerto no extendido, aparece una forma exponencial en el intervalo $[t_0, t_0 + \tau]$ y a partir de allí un comportamiento oscilatorio alrededor del valor correspondiente a sistemas de conteo continuo, con amplitud amortiguada a lo largo del espectro (figura 2).

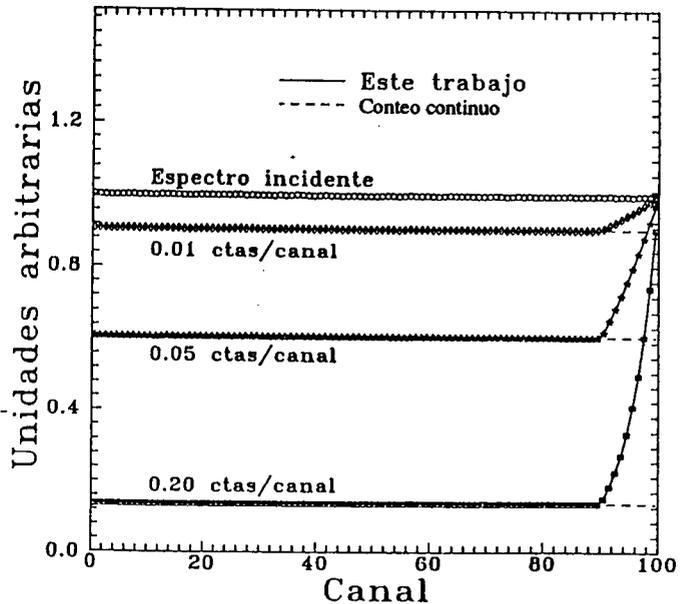


Figura 1: Caso de tiempo muerto extendido en un espectro incidente plano. Se muestran los resultados para distintos ritmos de conteo y se compara la expresión (1) con la corrección para lectura permanente. Los símbolos indican los resultados de simulaciones por método de Monte Carlo. Los canales indican tiempo y el tiempo muerto del sistema simulado es de 10 canales.

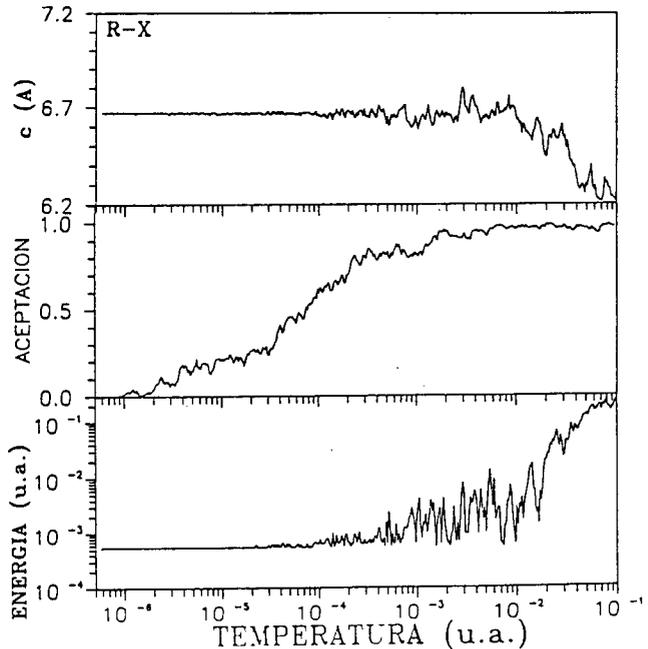


Figura 2: Caso de tiempo muerto no extendido en un espectro incidente plano. Se muestran los resultados para distintos ritmos de conteo y se compara la expresión (2) con la corrección para lectura permanente. Los símbolos indican los resultados de simulaciones por método de Monte Carlo. Los canales indican tiempo y el tiempo muerto del sistema simulado es de 10 canales.

4. CONCLUSIONES

Las particularidades debidas a las características de los sistemas con fuente pulsada quedan contempladas en las formas analíticas desarrolladas tanto para el caso extendido como el no extendido de tiempo muerto.

El comportamiento observado para los sistemas de lectura periódica difiere notablemente del utilizado para sistemas de conteo continuo. Esto indica que las correcciones por tiempo muerto al conteo de eventos no pueden realizarse del mismo modo, siendo esencial tener en cuenta correcciones basadas en las expresiones aquí presentadas.

5. REFERENCIAS

- (1) G. F. Knoll, *Radiation detection and measurement*, John Wiley & Sons, New York, (1979).
- (2) J. W. Müller, *Nucl. Instr. and Meth. A*(301), 543, (1991).