TRANSMISION: UNA INTERPRETACION DE LA MECANICA CUANTICA

A.C. de la Torre.+
*Departamento de Física. Universidad Nacional de Mar del Plata. Funes 3350, 7600 Mar del Plata.**

Se definen las propiedades del sistema cuántico y la transmisión entre ellas. Con éstas se determina el peso existencial de cada propiedad en cada estado del sistema. Se define la función de covariancia cuántica entre observables con la cual se obtiene la cota al producto de incerteza que depende de la no conmutatividad y de la no independencia física de los observables. En esta interpretación no hay complementaridad ni probabilidades ni superposición ni dualidad ni subjetivismos. Sólo hay propiedades que pueden ser poseídas, no poseídas, o propensidades, y transmisión entre ellas. La representación de esta interpretación en espacios de Hilbert reproduce el formalismo usual de la mecánica cuántica.

La posibilidad sugerida[1] de una interpretación de la mecanica cuántica (MQ) basada en el concepto de transmisión ha sido recientemente realizada[2] en una propuesta que resumimos en este trabajo, en el cual se adopta una postura filosófica realista, postulando la existencia objetiva del mundo externo independiente de toda observación, y se adhiere al postulado epistemológico que dicha realidad es cognoscible. Estos postulados son perfectamente compatibles con la física clásica, pero requieren la introducción de elementos antiintuitivos cuando se refieren a la MQ. Estos serán: un grado de conexión entre las propiedades del sistema que restringe su independencia y la existencia ontológica de las propiedades en forma de propensidades.

Definimos al sistema fisico como una abstracción hecha de la realidad, al seleccionar de la misma un conjunto O de observables.

$$O = \{ A,B,C,... \} . \tag{1}$$

Un observable A es una cualidad de la realidad para la cual existe un procedimiento experimental que la pone en evidencia y cuyo resultado puede expresarse con un número real α. El conjunto $\alpha(A)$ de todos los posibles resultados experimentales asociados a un observable A se denomina el espectro de A.

Es importante notar aquí que no se está suponiendo a un espacio de Hilbert con operadores asociados a los observables. La teoría será desarrollada en un nivel más básico y solamente después presentaremos la representación de la teoría en los espacios de Hilbert. Esto nos permite aislar aquellos elementos esenciales de la teoría de los que son artefactos matemáticos característicos de los espacios de Hilbert. Considerando a todos los observables y a todos los posibles resultados de su observación, definimos el conjunto $\mathcal{P}$ de todas las propiedades posibles del sistema:

$$\mathcal{P} = \{ (A,a) \mid A \in O \; , \; a \in \sigma(A) \tag{2}$$

Los elementos de $\mathcal{P}$ son llamados *propiedades* y serán designados por (A,a) o $A=a$ o simplemente α. También usaremos α_k para designar la propiedad genérica (A,a_k) con $a_k \in \sigma(A)$. $\mathcal{P}$ es el conjunto básico de la teoría en el que definiremos el concepto de transmisión. Dadas dos propiedades del sistema, postulamos que entre ellas existe un grado de dependencia, diferente de la dependencia funcional clásica, que será formalizada por una función compleja denominada *función de transmisión* o simplemente *transmisión*,

$$\mathcal{F}: \mathcal{P} \times \mathcal{P} \to \mathbf{C}, \tag{3}$$

con las propiedades:

$$\mathcal{F}(\alpha,\beta) = \mathcal{F}^*(\beta,\alpha), \tag{4}$$

+ CONICET - SAPIU Cat. III
* E-Mail: "atina!unmdp!delatorre@uunet.uu.net"

$$\mathcal{F}(\alpha,\alpha) = 1, \tag{5}$$

$$\mathcal{F}(\alpha,\beta) = \sum_k \mathcal{F}(\alpha,\gamma_k)\, \mathcal{F}(\gamma_k,\beta), \tag{6}$$

donde α,β son propiedades y γ_k representa la propiedad $G=g_k$ para $g_k \in \sigma(G)$. La sumatoria de esta ecuación y todas las que aparezcan en este trabajo deben ser interpretadas como integrales del tipo Riemann-Stieltjes, en el caso que el espectro referido sea continuo. Similarmente, las deltas de Kronecker se transforman en deltas de Dirac, y las funciones en distribuciones. De esta definición se deduce que:

$$|\mathcal{F}(\alpha,\beta)| \leq 1, \tag{7}$$

$$\mathcal{F}(\alpha_r,\alpha_k) = 0\ , \qquad r \neq k \tag{8}$$

donde α_r y α_k son dos propiedades diferentes correspondientes al mismo observable.

Postulamos que inmediatamente después de la observación experimental de la propiedad γ, el estado del sistema está completamente especificado por dicha propiedad. La transmisión entre propiedades posibilita extraer de γ la información referida a todas las otras propiedades. Para cada propiedad α y para cada estado γ, definimos un número en el intervalo cerrado [0,1] llamado *peso existencial* de la propiedad α, en el estado γ, simbolizado por $\exists(\alpha|\gamma)$, que indica el grado de existencia o de realización de la propiedad en dicho estado. Esta cantidad está dada por:

$$\exists(\alpha|\gamma) = |\mathcal{F}(\gamma,\alpha)|^2\ . \tag{9}$$

De las propiedades de la función de transmisión surge:

$$\exists(\alpha|\gamma) = \exists(\gamma,\alpha)\ , \tag{10}$$

$$\exists(\alpha_r|\alpha_k) = \delta_{rk}\ , \tag{11}$$

$$\sum_r \exists(\alpha_r|\gamma) = 1\ . \tag{12}$$

Interpretación: en un sistema preparado en la propiedad γ, ésta se transmite hacia la propiedad α dándole un peso existencial; dos propiedades distintas de un mismo observable se excluyen mutuamente (la transmisión entre ellas es nula, pero ambas pueden tener peso existencial no nulo en cierto estado: $\exists(\alpha_r|\gamma)\neq 0$ y $\exists(\alpha_k|\gamma)\neq 0$ para algún γ); en cualquier estado γ, todo observable está presente pero puede estar distribuído entre sus propiedades. Una propiedad es llamada *Propiedad Objetiva Poseída*[3] *(POP)* si su peso existencial es igual a 1. Es una *Propiedad Objetiva No Poseída* (PONP) si su peso existencial es 0 y es una *Propensidad*[4] *(PP)* si su peso existencial está en el intervalo abierto (0,1). Para explicar la determinación experimental de los pesos existenciales es necesario presentar el concepto de *Ensemble*. Un *ensemble E* de sistemas en un estado, es un conjunto real o ficticio de N sistemas idénticos en el mismo estado, no interactuantes, con N suficientemente grande ($\to \infty$). Para cada propiedad E_α se define un *subensemble* disjunto, E_α tal que

$$E = U_{\alpha\in\mathcal{P}}\, E_\alpha \quad ; \quad E_\alpha \cap E_\beta = \phi, \qquad \alpha\neq\beta\ .$$

El peso existencial de una propiedad $\alpha=(A,a)$ de un sistema en el estado γ es determinado por la observación experimental de A en el *subensemble* E_α, y está dado por el número de sistemas en que resulta α, dividido por el número de sistemas del *subensemble*. En la determinación de los pesos existenciales para todas las propiedades, cada sistema del *ensemble* se somete a una sola medición. Se postula la homogeneidad del *ensemble* para poder extender la validez de la información obtenida de un *subensemble* particular a todo el *ensemble*. Es de notar que se ha evitado usar el concepto de probabilidad. Veremos después por qué. Si α es POP, se da *siempre* en el sistema; si es PONP, *nunca;* y si es PP, *a veces*.

Los pesos existenciales $\exists(\alpha_k|\gamma)$ para todas las propiedades $\alpha_k=(A,a_k)$ de un observable A del sistema en un estado γ, determinan el valor medio, o de expectación, $\langle A\rangle$ del observable

$$\langle A\rangle = \sum_k a_k\, \exists(\alpha_k|\gamma)\ . \tag{13}$$

De manera similar se determina el valor de expectación para cualquier función del observable:

$$\langle F(A)\rangle = \sum_k F(a_k)\, \exists(\alpha_k|\gamma)\ . \tag{14}$$

Con esto se define la *incertidumbre* asociada al valor de expectación,

(15)

$$\Delta^2(A,\gamma) = \langle A^2\rangle - \langle A\rangle^2 =$$

$$= \sum_k a_k^2 \, \exists \, (\alpha|\gamma) - \Big(\sum_k a_k \, \exists \, (\alpha_k|\gamma) \Big)^2 .$$

Para estudiar las relaciones entre observables se define la *Función de Covariancia Cuántica* (FCQ) $Q(A,B,\gamma)$,

$$Q(A,B,\gamma) =$$

$$= \sum_{kr} a_k \, b_r \, [\, (\gamma\alpha_k\beta_r\gamma) - (\gamma\alpha_k\gamma\beta_r\gamma) \,] . \tag{16}$$

donde α_k es la propiedad $(A=a_k)$ y β_r es $(B=b_r)$. En esta definición se han utilizado las *Cadenas de Transmisión* definidas por productos de funciones de transmisión que satisfacen reglas de cálculo facilmente demostrables. Estas son:

R1.- Simbolicemos a la función de transmisión $\mathcal{F}(\alpha,\beta)$ por $(\alpha\beta)$ y al producto de éstas, cuando comparten una propiedad, por una *cadena*: $\mathcal{F}(\alpha,\beta) \, \mathcal{F}(\beta,\gamma) \equiv (\alpha\beta\gamma)$.
R2.- Las cadenas pueden soldarse si tienen un eslabón común y pueden cortarse en cualquier eslabón: $(\alpha\beta\gamma)(\gamma\delta\varepsilon) = (\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon)$.
R3.- Se puede insertar un conjunto completo de propiedades sumadas: $(\alpha\beta\delta\varepsilon) = \Sigma_k \, (\alpha\beta\gamma_k\delta\varepsilon)$.
R4.- Las cadenas con el primer y último eslabón igual son invariantes ante permutaciones cíclicas: $(\alpha\beta\gamma\delta\alpha) = (\beta\gamma\delta\alpha\beta) = (\gamma\delta\alpha\beta\gamma) = (\delta\alpha\beta\gamma\delta)$.
R5.- Se puede eliminar la repetición de eslabones: $(\alpha\beta\gamma\gamma\delta) = (\delta\beta\gamma\delta)$
R6.- Si dos observables A y B conmutan, sus propiedades adyacentes pueden ser permutadas. $(..\gamma\alpha\beta\delta..) = (..\gamma\beta\alpha\delta..)$.
R7.- La conjugación compleja invierte la cadena: $(\alpha\beta\gamma\delta)^* = (\delta\gamma\beta\alpha)$.

Las propiedades de la FCQ son:

$$Q\,(A,B,\gamma) = Q^*(B,A,\gamma) \; , \tag{17}$$

$$Q(A,A,\gamma) = \Delta^2(A,\gamma) \geq 0 \; , \tag{18}$$

$$\gamma = \alpha_s \text{ o } \gamma = \beta_s$$

para algún

$$s, \rightarrow Q(A,B,\gamma) = 0 \; . \tag{19}$$

$$|Q(A,B,\gamma)|^2 \leq Q(A,A,\gamma) \; . \; Q(B,B,\gamma) \tag{20}$$

Las tres primeras propiedades se deducen de la definición, pero la cuarta debe ser postulada. Esta última propiedad es la desigualdad de Schwarz. Notemos que debe ser postulada y no derivada porque no se ha definido ninguna estructura lineal en el conjunto $\mathcal{O}$, por lo cual la FCQ no es un producto interno en él. El motivo para no definir una estructura lineal en los conjuntos $\mathcal{O}$ o $\mathcal{P}$ es que la suma en dichos conjuntos no necesariamente tiene significado físico. Se ha demostrado[6,7] que la ec.20, representa el principio de incerteza,

$$\Delta^2(A,\gamma) \; \Delta^2(B,\gamma) \geq \mathrm{Re}^2 Q(A,B,\gamma) + + \mathrm{Im}^2 \; Q(A,B,\gamma) \; . \tag{21}$$

La parte imaginaria de la FCQ representa la contribución de la conmutatividad a la incerteza y la parte real es la contribución debida a la no separabilidad, o mejor, a su generalización: no independencia física[7,8], de los observables en el estado γ.

Definimos que dos observables conmutan si, $\mathrm{Im}\; Q(A,B,\gamma) = 0$, o sea,

$$Q(A,B,\gamma) = Q(B,A,\gamma) \; , \; \forall \gamma \; , \tag{22}$$

lo que se generaliza, usando las cadenas de transmisión a

$$(\gamma\alpha_k\beta_r\delta) = (\gamma\beta_r\alpha_r\delta) \; , \quad \forall \, k,r,\gamma,\delta \; . \tag{24}$$

Dos observables A y B, que conmutan, son físicamente independientes (FI) en el estado γ si $\mathit{Re} \;\; Q(A,B,\gamma)$. Esto es equivalente[2,6] a la definición:

$$\text{A.F.I.B. en } \gamma \leftrightarrow \exists(\alpha_k|\gamma) = \exists(\alpha_k|\beta_r)$$

$$\forall \, \alpha_k\beta_r \text{ tal que } \exists(\alpha_k|\gamma) \neq 0, \; \exists(\beta_r|\gamma) \neq 0. \tag{25}$$

La ec.6 sugiere dos formas equivalentes de fijar el estado del sistema. La primera, está dada por la propiedad γ resultante de la preparación. La segunda corresponde a desconocer γ pero en su lugar conocer los valores de la función de transmisión de dicha propiedad hacia un conjunto completo de propiedades. Esto es: $\mathscr{F}(\gamma,\beta_r)$. Ambas formas son equivalentes porque permiten calcular el peso existencial para cualquier propiedad α, con las ecuaciones,

$$\exists(\alpha|\gamma) = \mathscr{F}(\alpha,\gamma)\ \mathscr{F}(\alpha,\gamma) = \\ = (\alpha\gamma\alpha) = (\gamma\alpha\gamma)\ , \tag{26}$$

$$\exists(\alpha|\gamma) = \\ = \sum_{kr} \mathscr{F}(\alpha,\beta_k)\ \mathscr{F}(\beta_k,\gamma)\ \mathscr{F}(\gamma,\beta_r)\ \mathscr{F}(\beta_r,\alpha) = \\ = \sum_{kr} (\alpha\beta_k\gamma\beta_r\alpha)\ . \tag{27}$$

Notemos que este esquema incluye a la evolución temporal considerando a observables en tiempos distintos como observables diferentes[1].

La dinámica del sistema estará controlada por la regla de cuantificación canónica, o sea cuando A y B son variables conjugadas canónicas, entonces $ImQ(A,B,\gamma) = \hbar/2$; y por relaciones entre las funciones de transmisión para todo par de observables A y B del tipo,

$$\mathscr{F}(\alpha_k,\beta_r) = \sum_s C^s_{kr}\ \mathscr{F}(\alpha_k,\beta_s)\ , \tag{28}$$

$$\mathscr{F}(\alpha_k,\beta_r) = \sum_t D^t_{kr}\ \mathscr{F}(\alpha_t,\beta_r)\ , \tag{29}$$

donde las constantes C y D son determinadas por el contenido físico de los observables. Estas ecuaciones dan lugar a ecuaciones de recurrencia, o ecuaciones diferenciales, según sean los espectros discretos o continuos y permiten determinar todas las funciones de transmisión. Ejemplos han sido presentados[1] en la representación de la teoría en espacios de Hilbert. Para obtener dicha representación definimos un espacio de Hilbert, y le asignamos a cada propiedad del sistema un elemento del mismo que es el autovector del operador asociado al observable con el autovalor asignado en la propiedad. Sean α_k y β_r las propiedades ($A=a_k$) y ($B=b_r$), entonces la función de transmisión es,

$$\mathscr{F}(\alpha_k,\beta_r) = \langle\varphi_k,\phi_r\rangle\ , \tag{30}$$

donde φ_k (ϕ_r) es el autovector de **A** (**B**) correspondiente al autovalor a_k (b_r). Esta definición cumple con los requisitos necesarios y con ella la teoría reproduce el formalismo usual de la mecánica cuántica en los espacios de Hilbert.

El espacio de Hilbert contiene estructuras que no son requeridas por la interpretación propuesta, a las cuales no se les debe asignar un significado físico. En particular, la estructura lineal de los espacios de Hilbert introduce elementos en el formalismo que no necesariamente deben corresponder a algo real en el sistema físico. Para aclarar esto, consideremos por ejemplo dos propiedades del sistema de una partícula en una dimensión, $X=5m.$ y $V=8m/s.$ En el espacio de Hilbert les asociamos dos elementos φ y ϕ. La adición de las dos propiedades es, por supuesto, sin significado físico ni matemático, pero la adición $\varphi+\phi$ es otro elemento del espacio de Hilbert perfectamente definido y puede representar un estado del sistema. La superposición de estados no puede interpretarse como la superposición de las propiedades correspondientes. Ninguna de ellas será POP en dicho estado. La confusión de la superposición de estados en el espacio de Hilbert con la coexistencia de las propiedades asociadas, genera la confusa dualidad onda partícula. Un estado φ, donde $X=5$ es POP, corresponde a una "partícula" y otro estado ϕ, donde $V=8$ es POP, es una "onda" pero el estado $\varphi+\phi$ no es ni partícula ni onda ni ambas a la vez. En este estado las propiedades de posición y de velocidad son PP que existen en el sistema sin valores fijos asignados. Por supuesto que la representación de la teoría en los espacios de Hilbert debe ser siempre usada para hacer cálculos. La interpretación propuesta indica cuáles son los elementos del formalismo que deben ser considerados como artefactos matemáticos sin relación con elementos de la realidad física. El peso existencial no es una probabilidad porque no cumple los axiomas requeridos para serlo. Por ejemplo, no está definido el peso existencial de propiedades conjuntas (ni es necesario hacerlo). Llamar probabilidad a algo que no lo es, tal como hacen todos los textos de mecánica cuántica, es hacer uso indebido del lenguaje. Dichos textos nos dicen que está prohibido sumar probabilidades pero todo tratado matemático nos dice que está permitido. La mecánica cuántica no brinda motivos para abandonar o modificar la teoría de probabilidades o la lógica clásica. Los problemas de los físicos los debemos resolver los físicos y no pedirle a los matemáticos que alteren teorías perfectamente coherentes y operativas. La solución a nuestros problemas pasa por aceptar que la realidad física posee características asombrosas a nuestra intuición clásica, tales como la existencia de las propiedades en forma de propensidades y la no independencia física de sus observables en ciertos estados. Hacia esa nueva ontología se dirige la mecánica cuántica. Los postulados filosóficos y gnoseológicos mencionados, ponen a esta interpretación en contradicción con la ortodoxia de Copenhagen y con las teorías de variables ocultas. Es compatible con la teoría de Bohm donde los potenciales cuánticos formalizan la conexión entre las propiedades expresada aquí por la función de transmisión (si bien las primeras versiones[9] de la teoría de Bohn se basan en variables ocultas, éstas son innecesarias y son eliminadas en la versión final[10]). La interpretación presentada no es probabilística ni estadística y es aplicable a sistemas individuales.

REFERENCIAS

1. A. C. de la Torre, D. Mirabella, G. Izús, "Un waving Quantum Mechanics", Mar Del Plata preprint, nov.1990.
   A. C. de la Torre, D. Mirabella, G. Izús, Anales AFA,Vol 2, 12, (1990).
2. A. C. de la Torre, "The Transmission Interpretation of Quantum Mechanics". Mar Del Plata preprint MARDP-DLT2, Abr. 1991.
3. P. Mittelstaedt, *"Philosophische Probleme der modernen Physik"*, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1972.
4. K. R. Popper, *"Quantum Physics and the Schism in Physics"*, Hutchinson, London, 1982.
6. A. C. de la Torre, P. Catuogno, S. Ferrando, Found. of Phys. Lett. **2**, 235-244, 1989.
7. A. C. de la Torre, P. Catuogno, S. Ferrando. Found. of Phys. Lett. **4**, 49-59, 1991.
8. A. C. de la Torre, Anales AFA, **Vol 1**, 21-23, 1989.
9. D. Bohm, Phys. Rev. **85**, 166-179, 1952. D. Bohm, Phys. Rev. **85**, 180-193, 1952.
10. D. Bohm, B. J. Hiley, Phys. Rep. **144**, 323-348, 1987.