NUEVAS POSIBLES REALIZACIONES DE MODELOS DE CLASES LATERALES N=2 CON INVARIANTES NO DIAGONALES

G.Aldazábal*, I.Allekotte*, E.Andrés
Centro Atómico Bariloche, Instituto Balseiro, CC439, 8400 San Carlos de Bariloche.
A.Font
Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, AP 20513, Caracas 1020 - A - Venezuela.
C.Núñez*
Instituto de Astronomía y Física del Espacio, CC 67, Suc. 28, 1428 Buenos Aires.

Consideramos teorías de cuerdas en 4 dimensiones obtenidas a partir de modelos de clases laterales del tipo SU (m+1) / SU (m) x U (1). Generalizamos construcciones anteriores incluyendo acoplamientos no diagonales entre los sectores izquierdo y derecho tanto para SU (m + 1) como para SU (m).

INTRODUCCION

Los requerimientos de consistencia interna, invariancia conforme, unitariedad e invariancia modular, restringen fuertemente las posibles teorías de cuerdas. Además parece ser necesario pedir una supersimetría $N = 1$ espacio-temporal para conseguir una teoría aceptable desde el punto de vista fenomenológico. Con esta supersimetría se tiene invariancia conforme sólo si la dimensión del espacio-tiempo es D=10. Si además se desea tener partículas quirales, se llega a la única posibilidad de la cuerda heterótica con grupos de calibre SO (32) o E_8 x E_8.

Sin embargo es factible construir modelos de cuerdas en $D < 10$. Para ello es necesario postular la existencia de grados de libertad internos con una contribución c_{int} a la anomalía conforme que, sumada a la del espacio tiempo c_{et}, cancele la anomalía proveneiente de los fantasmas. Para el caso N=1 resulta $c_{int} = 15 - 3/2\, D$, o sea, $c_{int} = 9$ para $D = 4$. Una propuesta para construir teorías internas solubles fue elaborada por D.Gepner[1] y consiste en tomar el producto tensorial de modelos minimales N=2 superconformes para los sectores de quiralidad izquierda y derecha ((2,2) superconforme). Una modificación del sector izquierdo permite obtener heterosis, de manera de que el grupo de calibre de la teoría incluya al grupo del Modelo Standard. La supersimetría $N = 1$ en $D = 4$ junto con la invariancia modular a un lazo, se logran tomando la proyección sobre los estados con carga U (1) superconforme impar. Kazama y Suzuki [2] generalizaron la construcción anterior empleando nuevos modelos unitarios N=2, de clase laterales o "*cosets*" G/H, obtenidos a partir del cociente de dos álgebras G y H.

La unicidad de la cuerda en la dimensión crítica D= 10 se pierde al pasar a dimensiones menores, ya que son muchas las formas en las que puede construirse el sector interno. Es entonces interesante imponer restricciones fenomenológicas muy generales que ayuden a seleccionar modelos viables. Con este fin, y con el objetivo de comprender mejor la estructura subyacente a estos modelos y de establecer su relación con las compactaciones en variedades de Calabi-Yau, presentamos en este trabajo nuevas realizaciones de modelos de Kazama y Suzuki. En particular estudiamos modelos del tipo SU (m+1) / SU (m) x U(1), considerando para los acoplamientos entre los sectores derecho e izquierdo de la teoría, una amplia variedad de invariantes modulares no diagonales, tanto para SU (m+1) como para SU (m). Con el objeto de obtener información acerca del número de generaciones que predicen estos modelos estudiamos el espectro de partículas no masivas correspondientes a las representaciones 27 y $\overline{27}$ del grupo de gran unificación E_6. En la sección 2 revemos brevemente la construcción de Kazama y Suzuki y comentamos acerca de la manera de introducir los invariantes modulares no diagonales. La sección 3

* Investigador CONICET

contiene resultados y conclusiones.

MODELOS DE CLASES LATERALES

En la Ref.[2] Kazama y Suzuki muestran cómo construir nuevos modelos $N = 2$ superconformes a partir de los grupos semisimples G y H y de sus correspondientes álgebras de Kac-Moody de niveles k_G y k_H. Generalizando la construcción de GKO[3], estos autores muestran que la clase G x $SO\ (dim(G/H))\ /\ H$ corresponde a un modelo $N = 2$ superconforme si G/H es un espacio hermítico simétrico.

Los estados primarios del modelo están caracterizados por los vectores $|\Lambda,\lambda,\tilde{\Lambda}|$ en el espacio de Hilbert $\mathcal{H}_{\Lambda,\lambda,\Lambda}$, donde Λ, λ y $\tilde{\Lambda}$ denotan las representaciones de peso máximo de G a nivel k_G, H a nivel k_H, y de $SO\ (dim(G/H))$ a nivel 1 respectivamente. Cada estado de $\mathcal{H}_{\Lambda,\lambda,\Lambda}$ puede caracterizarse por los números cuánticos correspondientes al peso conforme h, y la carga Q asociada a la simetría $U(1)$. El carácter del modelo, definido sobre un toro de parámetro modular τ, se define como

$$\chi^{N=2}_{\Lambda,\lambda,\tilde{\Lambda}} = \mathbf{Tr}\ e^{2\pi L_0\tau - 2\pi J_0 z} \tag{1}$$

donde L_0 y J_0 son los modos correspondientes al tensor de energía momento y a la corriente U (1) del álgebra $N = 2$ respectivamente. Estos caracteres satisfacen la relación

$$\chi^{G}_{\Lambda,k}\ \chi^{SO(2D)}_{\tilde{\Lambda},1} = \sum_{\lambda} \chi^{N=2}_{\Lambda,\tilde{\Lambda},\lambda}\ \chi_{\lambda,k+g_G-g_H} \tag{2}$$

de donde es posible inferir la transformación modular del carácter (1) a partir de las transformaciones de los caracteres de cada grupo [2]. Así, si

$$\begin{aligned} \chi_{\Lambda}(-1/\tau) &= S_{\Lambda\Lambda'}\chi_{\Lambda'}(\tau) \\ \chi_{\Lambda}(\tau+1) &= T_{\Lambda\Lambda'}\chi_{\Lambda'}(\tau) \end{aligned} \tag{3}$$

entonces

$$\chi^{N=2}_{\Lambda,\lambda\tilde{\Lambda}} = \sum_{\Lambda',\lambda',\tilde{\Lambda}'} S_{\Lambda,\Lambda'} S^{\dagger}_{\lambda,\lambda'} S_{\tilde{\Lambda},\Lambda'} \chi^{N=2}_{\Lambda',\lambda',\tilde{\Lambda}'} \tag{4}$$

y analogamente para la transformación $\tau \rightarrow \tau+1$. El modelo posee por lo tanto una solución invariante modular

$$\sum_{\Lambda,\lambda,\tilde{\Lambda},\Lambda',\lambda',\tilde{\Lambda}'} N_{\Lambda,\Lambda'}\, N_{\lambda,\lambda'}\ \bar{\chi}^{N=2}_{\Lambda,\lambda,\tilde{\Lambda}}\ \chi_{\Lambda',\lambda',\tilde{\Lambda}'} \tag{5}$$

donde pueden emplearse invariantes no diagonales tanto para acoplar las representaciones de G como de H.

Para obtener una teoría de supercuerdas se procede ahora de acuerdo con la construcción de Gepner [1]. Cada sector será un producto de fermiones y bosones espaciotemporales por una parte interna, producto tensorial de clases laterales $N = 2$ con carga central total $c_{int} = 9$.

La construcción heterótica se realiza reemplazando los fermiones espacio-temporales del sector izquierdo por bosones libres internos. La carga central de este sector será ahora $c_{int} = 24$ para cancelar la anomalía bosónica. La invariancia modular de la teoría resulta del isomorfismo existente entre las representaciones de $SO(2)$, correspondientes al grupo de Lorentz original, y el nuevo grupo de calibre $E_8 \times SO\ (10)$,ante el grupo de transformaciones modulares. La simetría $N = 2$ de la teoría interna permite obtener la supersimetría N=1 en el espacio tiempo [4,1]. En efecto, es la carga Q asociada a la corriente U (1) del álgebra N=2 superconforme la que actúa como carga de supersimetría. En Ref. [1] se muestra que la proyección sobre estados con carga impar asegura a la vez invariancia modular y supersimetría. La presencia de la corriente $U(1)$ y de las cargas de supersimetría junto con las corrientes de E_8 x SO (10) hacen que el espectro corresponda en realidad a representaciones del álgebra E_8 x E_6. En particular los campos de materia sin masa pertenecen a la representación 27 ($\overline{27}$) que podemos descomponer en 27 = 10 + 16 + 1, suma de las representaciones vectorial, espinorial y escalar de SO (10).

En nuestro trabajo implementamos en una computadora la construcción descrita más arriba y nos concentramos en el cálculo del número de 27 y $\overline{27}$ y del neto de generaciones N_{27} - $N_{\overline{27}}$. En la cuenta de estos estados se deben considerar las posibles identificaciones de campos debidas a la existencia de automorfismos del álgebra de Kac-Moody[5]. Una descripción detallada de este problema puede encontrarse en Ref.[6].

DESCRIPCION DE LOS MODELOS Y RESULTADOS

En trabajos previos [7-9] se ha calculado el número de generaciones $N_{gen}= N_{27}$ - $N_{\overline{27}}$ de E_6 para las compactaciones con clases laterales SU (2) / U (1) (Modelos de Gepner) con invariantes diagonales y no diagonales y clases laterales SU $(m+1)$ / SU (m) $\times$ U (1), con invariantes diagonales. Si bien sólo existe una clasificación completa de invariantes para SU (2), se conocen muchos invariantes para SU (N), $N > 2$. En un trabajo reciente [6] se ha efectuado el cálculo con modelos SU $(m+1)$ / SU (m) $\times$ U (1), con acoplamientos no diagonales para los caracteres de SU $(m + 1)$. En este trabajo ampliamos los resultados anteriores usando también invariantes no diagonales para SU (m).

Los invariantes modulares para $SU(N)$ pueden clasificarse en cuatro tipos [6] (que denotaremos con las letras A ,D o F, C, E respectivamente):

i) Invariante diagonal: sólo acopla estados iguales de ambos sectores.

ii) Invariantes serie: poseen una expresión regular y aparecen para todo N y k.

iii) Inmersiones conformes: Se obtienen a partir de inmersiones conformes de $SU(N)$, k en grupos más grandes. Existe una clasificación completa de inmersiones conformes para grupos semisimples.

iv) Invariantes excepcionales: Sólo aparecen para algunos valoresde N y k.

El único invariante modular que aparece al permitir acoplamientos no-diagonales para $SU(m)$ y que no ha sido considerado previamente en la literatura es el que se obtiene a partir de la inmersión de $SU(6)$, $k = 8$ en $SU(21)$, $k= 1$. Utilizando los métodos esbozados en Ref. [6] hemos obtenido la siguiente expresión:

$$
\begin{aligned}
C(5,8) = & |\chi_{00000}+\chi_{20002}+\chi_{21012}+\chi_{03030}+\chi_{03103}+ \\
& +\chi_{30130}+\chi_{30203}+\chi_{12221}+\chi_{02420}+\chi_{00800}|^2+ \\
& +|\chi_{00024}+\chi_{01301}+\chi_{02030}+\chi_{10123}+\chi_{00008}+\chi_{31031}+ \\
& +\chi_{22210}+\chi_{30302}+\chi_{24200}+\chi_{08000}|^2 + |rc|^2 + \\
& +|\chi_{00002}+\chi_{20012}+\chi_{21030}+\chi_{21103}+\chi_{03121}+ \\
& +\chi_{30221}+\chi_{12320}+\chi_{02600}+\chi_{04004}|^2 + |rc|^2 + \\
& +|\chi_{00012}+\chi_{20030}+\chi_{20103}+\chi_{22004}+\chi_{30320}+ \\
& +\chi_{03220}+\chi_{04022}+\chi_{12500}+\chi_{21121}|^2 + |rc|^2 + \\
& +|\chi_{40012}+\chi_{30100}+\chi_{12102}+\chi_{03000}+\chi_{12140}+ \\
& +\chi_{02212}+\chi_{00430}+\chi_{00503}+\chi_{22022}|^2 + |rc|^2 + \\
& +|\chi_{40012}+\chi_{30100}+\chi_{12102}+\chi_{03000}+\chi_{12140}+ \\
& +\chi_{02212}+\chi_{00430}+\chi_{00503}+\chi_{22022}|^2 + |rc|^2 + \\
& +|\chi_{00121}+\chi_{01004}+\chi_{21022}+\chi_{30005}+\chi_{21400}+ \\
& +\chi_{22121}+\chi_{04301}+\chi_{05030}+\chi_{20220}|^2 + |rc|^2 + \\
& +|\chi_{00220}+\chi_{01022}+\chi_{10005}+\chi_{20400}+\chi_{30023}+ \\
& +\chi_{22301}+\chi_{23030}+\chi_{05210}+\chi_{21121}|^2 + |rc|^2 + \\
& +|\chi_{60000}+\chi_{32001}+\chi_{22103}+\chi_{12110}+\chi_{10312}+ \\
& +\chi_{03022}+\chi_{01232}+\chi_{00260}+\chi_{00400}|^2 + |rc|^2 + \\
& +|\chi_{00123}+\chi_{02210}+\chi_{10302}+\chi_{11031}+\chi_{00026}+ \\
& +\chi_{23200}+\chi_{31211}+\chi_{26000}+\chi_{40040}|^2 + |rc|^2 + \\
& +|\chi_{40220}+\chi_{32201}+\chi_{25000}+\chi_{20040}+\chi_{03200}+ \\
& +\chi_{01032}+\chi_{00303}+\chi_{00125}+\chi_{11211}|^2 + |rc|^2 + \\
& +|\chi_{00050}+\chi_{21200}+\chi_{14001}+\chi_{10221}+\chi_{43010}+ \\
& +\chi_{10043}+\chi_{01214}+\chi_{50300}+\chi_{02202}|^2 + |rc|^2 +
\end{aligned}
\tag{6}
$$

donde con $|rc|^2$ denotamos la suma de los caracteres correspondientes a las representaciones conjugadas (o sea, las que se obtienen de invertir los indices de Dynkin).

Hemos computado N_{27} y $N_{\overline{27}}$ para un total de 1146 modelos*. Encontramos 476 modelos con 0 generaciones, ninguno con 2, 1 con 4 y 4 con 6. El resto tiene 8 o más generaciones.

Existen equivalencias entre los distintos modelos. En el caso de los modelos de Gepner en general, o en los modelos de Kazama y Suzuki con invariantes diagonales, estas equivalencias pueden deducirse de las transformaciones de simetría del potencial de Landau-Ginzburg de la variedad asociada [11-15]. Generalizando la notación de [6] escribimos $(m,k)_{X,Y}$ para la clase lateral SU $(m+1)$ / SU $(m) \times U$ (1) con invariante X para SU $(m+1)$ e invariante Y para SU (m). Resulta por ejemplo la equivalencia[9]

$$
(m,k)_{A,A} = (m-1,k+1)_{A,A} \left(1, \frac{k-m+1}{m}\right)_A .
$$

Cuando se consideran invariants no diagonales, el superpotencial no se conoce, y más aún, no es posible construirlo en general. En nuestro caso, donde siempre incluímos al menos un invariante no diagonal para $SU(m)$, hemos buscado relaciones entre modelos en forma empírica. Resulta por ejemplo que la expresión anterior se generaliza

* Las tablas de resulatados no se incluyen aquí por falta de espacio y están disponibles a requerimiento del lector.

para dar

$$(m,k)_{A,X} = (m-1,k+1)_{X,A}\left(1,\frac{k-m+1}{m}\right)_A$$

donde X representa algún invariante arbitrario. Otras nuevas relaciones obtenidas son $(2,15)_{D,E} =(3,5)_{A,D}$, $(3,4)_{C;C} = (2,9)_{C;E}$ y $(4,5)_{E,F} = (4,5)_{C,F}$.

Como línea de trabajo a desarrollar, podría ser interesante encontrar los polinomios de Poincaré[10] asociados a las variedades consideradas en el trabajo. Las equivalencias mencionadas más arriba deberían resultar de la igualdad de los respectivos polinomios. Otro aspecto a estudiar son las posibles simetrías discretas de estos modelos y la posibilidad de factorizarlas para reducir el número de generaciones.

REFERENCIAS

1. D.Gepner, Nucl. Phys. B 296 (1988) 757; Phys. Lett. B199 (1987) 380.
2. Y.Kazama y H.Suzuki, Nucl.Phys. B321 (1989) 232.
3. P.Goddard, A.Kent y D.Olive, Phys. Lett. 152B (1985) 88; Commun. Math. Phys. 103 (1986) 105.
4. P.Candelas, G.Horowitz, A.Strominger y E.Witten, Nucl.Phys. B258 (1985) 46: W.Boucher, D.Friedan, A.Kent, Phys.Lett. 172B (1986) 316; A.Sen, Nucl.Phys. B278 (1986) 289; Nucl.Phys. B284(1987) 423; T.-Banks, L.J.Dixon, D.Friedan, E.Martinec, Nucl.Phys. B299 (1988) 613.
5. D.Gepner, Phys.Lett. B222 (1989) 207.
6. G.Aldazabal, I.Allekotte, A.Font, C.Nuñez, "*N=2 coset compactifications with non-diagonal invariants*", prepublicación CAB-IB (1991).
7. A.Lütken y G.G.Ross, Phys. Lett. B213 (1988) 512.
8. J.Fuchs, A.Klemn, C.Scheich y M.Schmidt, Phys.Lett. B232 (1989) 232; Ann.Phys. 204 (1990) 1.
9. A.Font, L.E.Ibáñez y F.Quevedo. Phys. Lett. B224 (1989) 79.
10. E.Buturovic, Nucl.Phys. B352 (1991) 163.
11. C.Vafa y N.P.Warner, Phys. Lett. B218 (1989) 51.
12. E.Martinec, Phys. Lett. B217 (1989) 431.
13. B.Greene, C.Vafa y N.P.Warner, Nucl.Phys. B324 (1989) 371.
14. D.Gepner, Nucl.Phys. 322 (1989) 65.
15. W.Lerche, C.Vafa y N.P.Warner, Nucl. Phys. B324 (1989)427.

CEILAP
CITEFA - CONICET
ZUFRIATEGUI Y VARELA
1603 - VILLA MARTELLI
REPUBLICA ARGENTINA