

COMPORTAMIENTO COMPLEJO EN LASERES ACOPLADOS A CAVIDADES DE TIPO-IKEDA

M. S. Torre y H. F. Ranea Sandoval*

Instituto de Física "Arroyo Seco", Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Pinto 399, 7000, Tandil.

Se presentan los resultados de la dinámica de láseres acoplados a cavidades dobles, en los cuales se mantienen todas las ecuaciones diferenciales para las variables del sistema. El comportamiento del mismo, tal como se desprende de estudios previos, depende fuertemente de los parámetros de la cavidad.

Se presentan distintos regímenes de funcionamiento, encontrándose algunas situaciones en las cuales el sistema no es capaz de acceder a los estados estacionarios predichos por la teoría. Se explica este comportamiento mediante un análisis del esquema de modos de la doble cavidad pasiva. En consecuencia, mediante la modificación de parámetros geométricos y/o parámetros del láser es posible tener intensidades de salida constantes, *self-pulsing* o un único pulso.

INTRODUCCION

Recientemente se ha puesto mucha atención al comportamiento de sistemas que pueden ser descritos por ecuaciones diferenciales conteniendo uno o más retrasos temporales.¹⁻³

Con la infinita dimensionalidad generada por el retraso, una simple ecuación diferencial de primer orden es transformada en un conjunto de ecuaciones con suficientes grados de libertad para mostrar comportamientos dinámicos complejos.

En este trabajo se discute el comportamiento dinámico de un láser acoplado a una doble cavidad anillo, (tipo- Ikeda)⁴ mano única teniendo en cuenta la presencia de los retrasos temporales que surgen de considerar dicha configuración óptica.

MODELO TEORICO

El campo eléctrico es considerado como una onda plana, polarizada perpendicularmente, en la aproximación de variación lenta de amplitud y fase, y el medio activo como átomos de dos niveles ensanchado homogéneamente.

En el modelo propuesto para estudiar la dinámica de este sistema se introducen las condiciones de contorno directamente en las ecuaciones de Maxwell-Bloch⁵ suponiendo que el campo no varía en forma apreciable en la coordenada espacial z , aproximación conocida en la literatura como teoría de campo medio (M F L)⁶.

La condición de contorno para la amplitud compleja de campo $F(z, t)$ en las aproximaciones mencionadas para la cavidad de la Fig. 1 es

$$F(0,t) = R_1 R_2 F(t-\Delta t_1) \exp(i\omega_e \Lambda_1/c) + R_1 R_3 T_2 F(t-\Delta t_2) \exp(i\omega_e \Lambda_2/c)$$

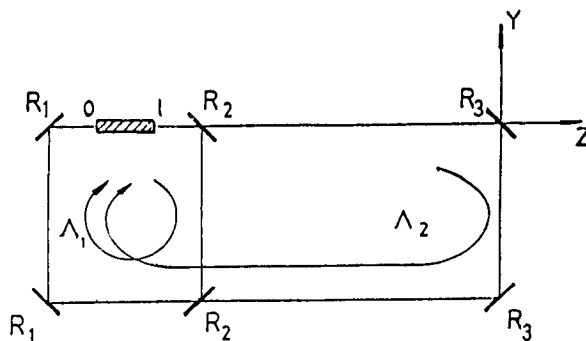


Figura 1: Doble cavidad anillo, Λ_1 y Λ_2 son los perímetros de cada subcavidad, l la longitud del medio activo y R_i los coeficientes de reflectividad de cada espejo.

Esta condición incluye el caso de una única cavidad ($R_2 = 1$ ó 0). Nótese también que esta condición resulta casi intuitiva si la cavidad está sintonizada en una frecuencia de coincidencia, ($\omega_e \Lambda_1 / c = 2 n \pi$ y $\omega_e \Lambda_2 / c = 2 m \pi$ con n y m enteros).

El conjunto de ecuaciones que determinan la dinámica del sistema cuando se introducen las condiciones de contorno resulta:

$$\frac{d F(t)}{d t} = -\alpha c F(t) - (1/c) \left\{ F(t) - R_1 R_2 F(t-\Delta t_1) \exp(i\omega_e \Lambda_1/c) - R_1 R_3 T_2 F(t-\Delta t_2) \exp(i\omega_e \Lambda_2/c) \right\}$$

* Investigador CONICET

Trabajo financiado por PID 3-155200/88 CONICET

$$\frac{d P(t)}{d t} = -\gamma_{\perp} \left\{ F(t) D(t) + (1 + i \delta_{ca}) P(t) \right\}$$

$$\frac{d D(t)}{d t} = -\gamma_{\parallel} \left\{ D(t) - 1 + (1/2) (F(t)^* P(t) + P(t)^* F(t)) \right\}$$

siendo F la amplitud compleja de variación lenta del campo, P la amplitud compleja de variación lenta de la polarización macroscópica, D la diferencia de población, α el coeficiente de ganancia expresado en m^{-1} , γ_{\perp} , γ_{\parallel} las tasas de decaimiento de la polarización atómica y la diferencia de población respectivamente y δ_{ca} el parámetro de desintonía entre la frecuencia de la transición atómica ω_a y la autofrecuencia de la cavidad ω_e .

ESTADOS ESTACIONARIOS

Es posible obtener soluciones analíticas para los estados estacionarios de las variables en cuestión, sin considerar la aproximación de campo medio. Estas soluciones son las únicas que permiten, en cierta forma, verificar la simulación numérica y las regiones de validez de la teoría de campo medio en un sistema abierto y con más de una retraso temporal.

Después de cierta álgebra se tienen los valores estacionarios de la amplitud compleja de la polarización y la diferencia de población en función de la desintonía dinámica de la cavidad

$$\tilde{\Delta} = (\omega_e - \Omega - \omega_0) / \gamma_{\perp}$$

La variable Ω es el término de corrección a la autofrecuencia de la cavidad, que determina la frecuencia de operación real del sistema. Ω es todavía una variable a determinar. En el estado estacionario la amplitud compleja de campo verifica una ecuación diferencial cuya solución para $\rho^2(z=1) = |F_{st}|^2$ es

$$\rho^2(1) = \frac{2 \alpha 1}{(1 - M^2)} - \frac{2 \ln(M^{-1}) (1 + \tilde{\Delta}^2)}{(1 - M^2)}$$

Ω queda determinada por la siguiente relación

$$\ln (M(\Omega)) = -\frac{1}{\tilde{\Delta}(\Omega)} \cdot (-\Phi(\Omega) - \Omega 1 c^{-1} + 2 n \pi)$$

siendo

$$M^2 = (R_1 R_2 \cos \alpha_1 + R_1 R_3 T_2 \cos \alpha_2)^2 + (R_1 R_2 \sin \alpha_1 + R_1 R_3 T_2 \sin \alpha_2)^2$$

$$\operatorname{tg} \Phi = (R_2 \sin \alpha_1 + R_3 T_2 \sin \alpha_2) \cdot (R_2 \cos \alpha_1 + R_3 T_2 \cos \alpha_2)^{-1}$$

$$\alpha_i = \Omega \Delta t_i + \omega_e \Lambda_i c^{-1} \quad i = 1, 2$$

En este punto resulta conveniente destacar que estas soluciones incluyen los casos límite $R_2 = 1$ y $R_2 = 0$ con $R_3 = 1$, reproduciendo los resultados conocidos para una única cavidad.

Es necesario comparar estos resultados con los valores estacionarios obtenidos en el marco de la teoría de campo medio. En este caso, después de algunos cálculos, se tiene

$$\rho_{MFL}^2 = \frac{\alpha 1}{\tau_{ef}} - (1 + \tilde{\Delta}^2)$$

$$\tau_{ef} = 1 - R_1 R_2 \cos \alpha_1 - R_1 R_3 T_2 \cos \alpha_2$$

y una condición para determinar Ω .

La pregunta natural resulta ser: ¿bajo qué condiciones las soluciones analíticas estacionarias en el MFL son coincidentes con las soluciones analíticas estacionarias obtenidas después de resolver explícitamente la dependencia espacial?

Es posible demostrar que si el sistema está sintonizado en una autofrecuencia de coincidencia ($\Lambda_2 / \Lambda_1 = \text{racional}$) y teniendo en cuenta que $\Omega \Delta t_1$ y $\Omega \Delta t_2 \ll 1$, las soluciones estacionarias analíticas considerando la variación espacial y las obtenidas en el MFL coinciden, tomando la forma

$$\rho^2 = \frac{\alpha 1}{(T_1 + T_2 T_3)} - (1 + \tilde{\Delta}^2)$$

$$\Omega = \frac{\delta_{ca} (T_1 + T_2 T_3)}{\gamma_{\perp} c^{-1} + \gamma_{\perp} (R_2 \Delta t_1 + T_2 R_3 \Delta t_2 + T_2 T_3 + T_1)}$$

En consecuencia, en situaciones de "resonancia" se verifica la validez del teorema de campo medio. La intensidad de salida para un valor fijo de ganancia es inversamente proporcional a $T_2 T_3$. Toda la radiación que es reinyectada interfiere constructivamente, la transmisión efectiva del sistema tiene un mínimo en resonancia y decrece fuera de ella. Así, fuera de resonancia, la mayor parte de la radiación que intenta entrar en la cavidad es reflejada fuera y constituye una pérdida.

Si el sistema está sintonizado en frecuencias no resonantes, pero el acoplamiento entre las cavidades, parametrizado con la reflectividad del espejo R_2 está en los casos extremos (cavidades fuerte o débilmente acopladas), se verifica también la validez de la teoría de campo medio, demostrándose que la intensidad de salida resulta inversamente proporcional a la transmisión del espejo de entrada. El resultado es el esperado pues se trabaja prácticamente con un cavidad de longitud Λ_1 respectivamente. Sin embargo la diferencia consiste en que en todos estos casos es necesario que el sistema tenga una ganancia umbral por paso mayor comparada con la necesaria para una cavidad similar sintonizada en frecuencias de coincidencias.

RESULTADOS

La simulación numérica del sistema se realizó trabajando con las variables módulo y fase de las amplitudes complejas de las variables en cuestión. Esta elección de variables se encuentra ampliamente justificada en la Ref. 7

En nuestro sistema, la fase óptica desempeña un rol importante, de forma tal que determina en la mayoría de los casos no sólo la evolución dinámica sino también la existencia o no de estados estacionarios como se verá en lo que sigue.

La Fig. 2 muestra la evolución temporal del módulo de la amplitud compleja de campo parametrizada con la reflectividad del espejo de acoplamiento R_2 . En los tres casos la cavidad está sintonizada en una frecuencia resonante ($\tilde{\delta}_{ca}=0$) y el valor de la ganancia por paso es el mismo ($\alpha_1 = 0.03$). Si la cavidad está levemente desintonizada, la fase crece linealmente con el tiempo y su

derivada, Ω , se mantiene constante determinándose así la frecuencia de operación del sistema. El código reproduce muy bien los resultados analíticos.

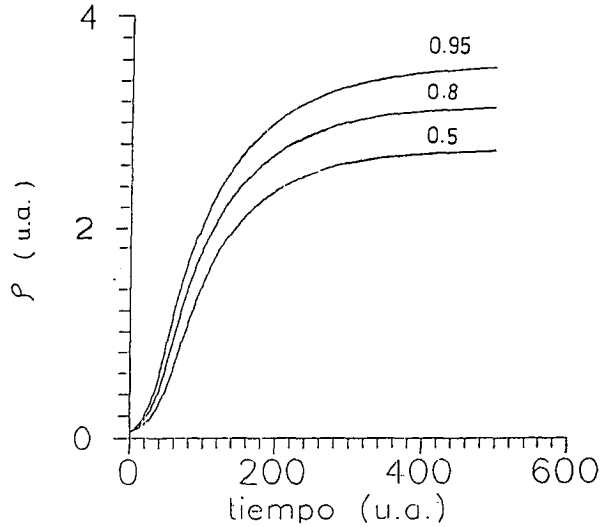


Figura 2: Módulo de la amplitud compleja de campo para una cavidad doble, parametrizado con la reflectividad del espejo de acoplamiento r_2 .

$$\begin{array}{lll} \Lambda_1 = 1.00 & R_1 = 0.999 & \delta_{ca} = 0. \\ \Lambda_2 = 1.50 & R_3 = 0.999 & \gamma_{\parallel} = 5.e07 \\ \alpha_1 = 0.03 & \gamma_{ad} = 1.e08 & \gamma'_{\perp} = 1.e08 \end{array}$$

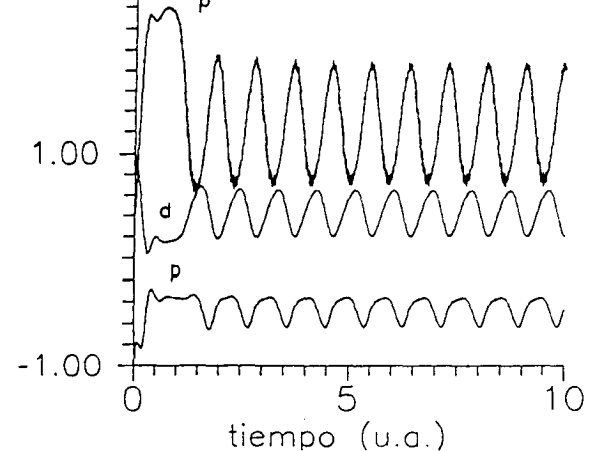


Figura 3: Módulo de las amplitudes complejas de variación lenta del campo, polarización y diferencia de población vs. tiempo.

$$\begin{array}{lll} \Lambda_1 = 1.00 & R_1 = 0.999 & \delta_{ca} = -0.2596 \\ \Lambda_2 = 1.50 & R_3 = 0.9 & \gamma_{\parallel} = 5.e07 \\ \alpha_1 = 0.50 & R_2 = .08 & \gamma_{\perp} = 1.e08 \\ & & \gamma_{ad} = 1.e07 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \rho_z = 2.32 & \rho_{MFL} = 2.278 \\ \Omega_z = -16.96 \text{ Mhz} & \Omega_{MFL} = -17.282 \text{ Mhz} \end{array}$$

La fig. 3 muestra un caso donde se verifican las

condiciones de validez de la teoría de campo medio. Esto es, la cavidad está sintonizada en una frecuencia de coincidencia, los valores de $\Omega \Delta t_1$ y $\Omega \Delta t_2 \ll 1$. Además, tanto α_1 como la transmisión efectiva, tienen valores tales que la constante de cooperación tiene un valor finito y dentro de los límites permitidos por la teoría. Sin embargo, la simulación da cuenta de la existencia de un régimen de funcionamiento en el cual el sistema no alcanza un estado estacionario, en el sentido que $\rho = p = d = 0$. En estas condiciones, es capaz de generar una intensidad de salida, $\rho^2(t)$ oscilatoria. Se comportan de la misma forma el módulo de la polarización y la diferencia de población.

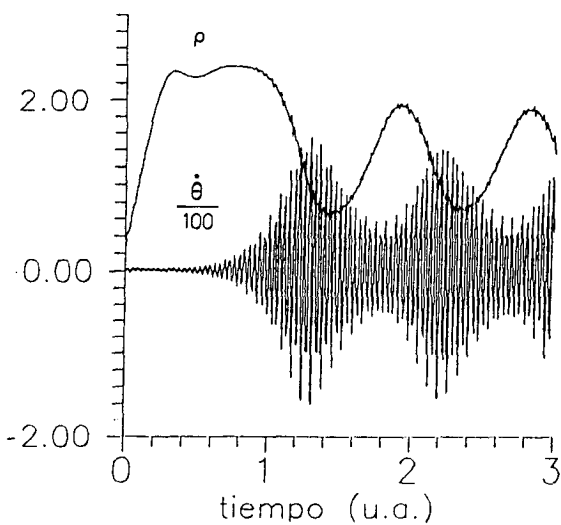


Figura 4a: Variación temporal del módulo de la amplitud compleja de campo y del término de corrección de la frecuencia de operación. Los valores de los parámetros son los indicados en la figura 3.

Aquí es donde un estudio de la dinámica de fase $\theta(t)$ de la amplitud compleja o su derivada resultan útiles para entender el comportamiento del sistema. La Fig. 4a muestra las rápidas excursiones que realiza el término de corrección, $\theta = \int \dot{\theta}(t) dt$ alrededor de la autofrecuencia marcada con A en la Figura 4 b, en la que se encuentra sintonizada la cavidad. La máxima amplitud se corresponde con los modos laterales marcados con B y C. Estos son modos de muy alta tasa de decaimiento. El valor máximo de $\rho^2(t)$ corresponde al valor de campo estacionario en A, y el mínimo es aproximadamente el que se tendría si el sistema estuviera sintonizado en B ó C.

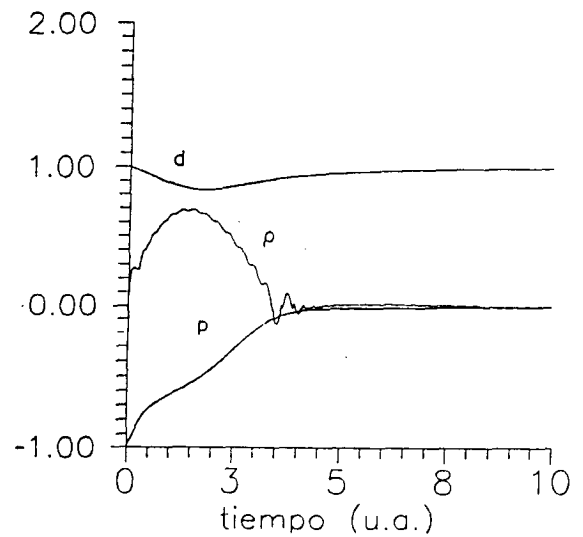


Figura 5: Evolución temporal de $\rho(t)$, $p(t)$ y $d(t)$ en una cavidad sintonizada en una autofrecuencia no coincidente.

$$\begin{array}{lll} \Lambda_1 = 0.80 & R_1 = 0.999 & \delta_{ca} = 0 \\ \Lambda_2 = 1.30 & R_3 = 0.999 & \gamma_{\parallel} = 5.e07 \\ \alpha_1 = 0.30 & R_2 = 0.8 & \gamma_{\perp} = 1.e08 \\ & & \gamma_{ad} = 1.e08 \end{array}$$

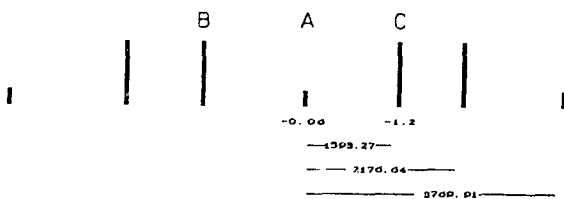


Figura 4b: Esquema de autofrecuencias de una cavidad doble. La altura de las barras es inversamente proporcional a la tasa de decaimiento. El espaciado entre modos se indica en Mhs.

$$\Lambda_1 = 1, \Lambda_2 = 1.5, R_1 = 0.999, R_2 = 0.8, r_3 = 0.9$$

La Fig. 5 muestra la dinámica de $\rho(t)$, $p(t)$ y $d(t)$. En este caso, si bien la cavidad está sintonizada en una frecuencia no coincidente, el acoplamiento entre las cavidades es fuerte y la simulación muestra que el sistema alcanza un estado estacionario $\rho(t) = 0$. La teoría de campo medio predice la existencia de otro estado $\rho \neq 0$, el cual evidentemente no es estable en estas condiciones. La señal reinyectada interfiere destructivamente y el sistema no tiene suficientes ganancias como para mantener el campo. Este régimen de fun-

cionamiento puede resultar sumamente útil, ya que en principio es posible manejar el ancho del pulso y su duración a través de los parámetros geométricos de la cavidad.

CONCLUSIONES

Se estudió la región de validez de la teoría de campo medio para cavidades tipo Ikeda, demostrándose que en condiciones de resonancia la intensidad de salida escala con $T_2 T_3$. Fuera de resonancia, pero con acoplamientos extremos, la intensidad de salida escala sólo con la transmisión del espejo de entrada (T_1 ó T_3).

Si el sistema está sintonizado en una autofrecuencia no resonante con acoplamiento intermedio sólo se han verificado casos aislados de coincidencia entre las soluciones analíticas y las obtenidas en el MFL. No se tiene, por ahora, una región de validez localizada en el múltiple espacio de parámetros (longitudes, retrasos, ganancia, rate de decaimiento, etc.)

Se muestra como un láser acoplado a una cavidad doble presenta comportamientos dinámicos complejos. Se encuentran situaciones donde, a pesar de la validez de la teoría de campo medio, el sistema no puede acceder a los estados estacionarios predichos por la misma. En estos casos la dinámica se explica mediante un análisis de la frecuencia de operación junto con el esquema de autofrecuencias de la doble cavidad.

REFERENCIAS

1. C. Marriot, R. Vallée and C. Delisle. *Phy. Rev. A* **40**, 6, 3420 (1989) y ref. allí citadas.
2. Hong-jun Zhang and Jian-hua Dai. *Opt. Lett.* **11**, 4, 245, (1986)
3. J. Mork, J. Mark and B. Tromborg. *Phy. Rev. Lett.* **65**, 16, 1999, (1990).
4. M. Mizuno, K. Ikeda, *Physica D*, **36** 327, (1987)
5. L. Narducci, L. Lugiato, D. Bandy. *Proc. Laser and Quantum Optics. CIF Series - Vol. 13* World Scient.
6. R. Bonifacio, L. Lugiato. *Nuovo Cim.* **21**, 15, 505 (1978)
7. N. B. Abraham, X Sitges Conference - *Far From Equilibrium Phase Transitions* - June, 1988. Barcelona. Spain.