

AMPLIFICACION DE RADIACION EN MEDIOS ACTIVOS CON GANANCIA E INTENSIDAD DE SATURACION ESPACIALMENTE VARIABLES

C. A. Rosito

Centro de Investigaciones en Láseres y Aplicaciones, Centro de Investigaciones Técnicas Fuerzas Armadas y CONICET, Zufriátegui 4380, 1603 Villa Martelli, Buenos Aires.

G. Santiago, P. A. Sorichetti

Laboratorio Láser, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires, Paseo Colón 850, 1063, Buenos Aires.

Se considera la interacción de radiación con un medio activo con línea de emisión homogénea, en el que la ganancia e intensidad de saturación son funciones de la posición. Se presenta una formulación que permite obtener soluciones analíticas aproximadas para la distribución de energía en un resonador laser unidimensional, en excelente acuerdo con las soluciones numéricas.

1. INTRODUCCION

En la literatura no son frecuentes las referencias en lo que respecta al cálculo de la distribución de la intensidad de radiación a lo largo del resonador de un dispositivo laser unidimensional.

El enfoque usual del problema consiste en escribir las ecuaciones de propagación para dos haces propagándose en direcciones opuestas, a fin de obtener, mediante adecuadas condiciones de contorno, la intensidad de salida del dispositivo en función de los parámetros del medio activo y del resonador (cf. ref.1 y referencias allí citadas).

Sin embargo, la no linealidad de la ganancia introduce serias complicaciones en el tratamiento analítico. En el caso en que los parámetros del medio activo (ganancia de pequeña señal e intensidad de saturación) no dependen de la posición, se llega a expresiones que dan la intensidad de radiación en forma implícita, lo cual dificulta el diseño y la optimización de dispositivos.

En este trabajo se presenta una formulación alternativa para un medio con línea de emisión homogénea, que permite hallar soluciones analíticas explícitas en excelente acuerdo con las simulaciones numéricas, facilitando la comprensión de la interrelación entre los distintos parámetros del dispositivo y el comportamiento del mismo.

2. DESCRIPCION DEL MODELO DEL OPCILADOR

Consideraremos un medio activo unidimensio-

nal orientado a lo largo del eje x. El mismo se halla limitado en $x=0$ por el acoplador de salida (con reflectividad R_0 y transmitancia T_0) y un espejo de reflectividad R_1 en $x=l$ (realimentador). En esas condiciones,

$$R_0 + T_0 + A_0 = \quad (1)$$

donde A_0 representa las pérdidas en el acoplador. Llamando I_+ a la intensidad de radiación en dirección "saliente", esto es, hacia el acoplador de salida, e I_- a la que se dirige en dirección contraria, conviene definir[1]:

$$a(x) = I_+ + I_- \quad (2)$$

$$b(x) = I_+ - I_- \quad (3)$$

puede verse que:

$$a(x) = U(x)/c \quad (4)$$

donde c es la velocidad de la luz y $U(x)$ es la densidad de energía del campo electromagnético (suponiendo que se pueden ignorar los efectos de coherencia entre I_+ e I_-). Por otra parte, $b(x)$ representa el flujo neto de energía electromagnética (tomado como positivo en la dirección del eje x).

3. CONDICIONES DE CONTORNO

3.1 Acoplador de salida.

De acuerdo con lo definido en la sección anterior,

$$\begin{aligned} I_+(0) &= I_+(0) R_0 \\ P_0 &= T_0 I_+(0) \end{aligned}$$

siendo P_0 la intensidad de salida.

Resulta entonces:

$$a(0) = P_0 (1+R_0) / T_0 \quad (5)$$

$$a(0) / b(0) = (R_0+1) / (R_0-1) \quad (6)$$

3.2 Espejo realimentador.

En forma totalmente análoga a 3.1, se obtiene:

$$a(1) / b(1) = (1+R_1) / (1-R_1) \quad (7)$$

4. DISTRIBUCION DE ENERGIA EN EL MEDIO ACTIVO

Considerando los haces I_+ e I_- , resulta, considerando ensanchamiento homogéneo:

$$dI_+/dx = \alpha I_+$$

$$dI_-/dx = \alpha I_-$$

Cabe recordar que en un medio con características de ensanchamiento homogéneo, la ganancia α suele expresarse como:

$$\alpha(x) = \frac{\alpha_0(x)}{1 + [I_+(x) + I_-(x)] / I_s(x)}$$

donde $\alpha_0(x)$ es la ganancia de pequeña señal e $I_s(x)$ la intensidad de saturación (que pueden depender de la posición).

Entonces, se puede escribir:

$$\alpha(a,x) = \frac{\alpha_0(x)}{1 + a(x) / a_s(x)}$$

donde a_s se denominará parámetro de saturación. Sumando y restando miembro a miembro, resultan las expresiones dadas en [1]:

$$da/dx = \alpha b \quad (9)$$

$$db/dx = \alpha a \quad (10)$$

en particular, reemplazando (7) en (9) se obtiene el límite por izquierda de la derivada primera de $a(x)$ en el espejo realimentador:

$$\begin{aligned} da / dx \Big|_{x=1} &= \\ &= \alpha [a(1),1] a(1) \frac{1 - R_1}{1 + R_1} \end{aligned} \quad (11)$$

análogamente, reemplazando (5) en (6), de (9) surge el límite por derecha de la derivada primera de $a(x)$ en el acoplador de salida:

$$\begin{aligned} da / dx \Big|_{x=0} &= \\ &= \alpha [a(0), 0] P_0 \frac{R_0 - 1}{T_0} \end{aligned} \quad (12)$$

Por otra parte, despejando $b(x)$ de (9) y reemplazando en (10) resulta:

$$\begin{aligned} a(x) \alpha(a,x) &= \\ &= \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\alpha(a,x)} \frac{da}{dx} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Integrando (12) miembro a miembro, entre 0 y x , se obtiene una ecuación integrodiferencial para $a(x)$ a lo largo del dispositivo:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dx} &= \alpha(a(x), x) \cdot \\ &\cdot \left[\int_0^x \alpha(a(x'),x') a(x') dx' + C \right] \end{aligned} \quad (13)$$

donde la constante de integración C vale:

$$C = \frac{1}{\alpha(a,x)} \frac{da}{dx} \Big|_{x=0}$$

es decir, aplicando (12):

$$C = P_0 \frac{R_0 - 1}{T_0} \quad (14)$$

Especializando (13) para $x = 1$, a partir de (11) resulta la siguiente ecuación integral para la longitud del resonador, en función de los restantes parámetros del dispositivo:

$$\begin{aligned} a(1) \frac{1 - R_1}{1 + R_1} &= \\ &= \int_0^1 \alpha(a(x'),x') a(x') dx' + P_0 \frac{R_0 - 1}{T_0} \end{aligned} \quad (15)$$

Esta ecuación admite una interpretación física inmediata: el largo del resonador debe ser tal que la energía ganada por unidad de tiempo por el campo electromagnético, representada por la integral en el segundo miembro de (15), compense

la extracción de potencia óptica (segundo término del segundo miembro) y las pérdidas en el espejo reflector, dadas por el primer miembro de (15). Establecida la dependencia funcional de la ganancia α con x y $a(x)$, esta expresión junto con la (12) permiten la resolución numérica del problema.

5. APROXIMACION ANALITICA DE LA DISTRIBUCION DE ENERGIA

Integrando (13) miembro a miembro, se obtiene una ecuación integral para la densidad de energía en el resonador:

$$a(x) = \int_0^x \alpha(a(x''), x'') \cdot \left[\int_0^{x''} \alpha(a(x'), x') a(x') dx' + C \right] dx'' + C_1 \quad (18)$$

donde:

$$C_1 = a(0) \quad (19)$$

Esta ecuación integral no lineal puede resolverse en forma iterativa^[21]; es decir, propuesta una solución inicial $a_0(x)$, se introduce en el segundo miembro de (18), obteniéndose en el miembro izquierdo una segunda solución $a_1(x)$, que constituye una mejor aproximación a la solución buscada. Este proceso puede repetirse, generando una sucesión de aproximaciones que tiende a la solución de la ecuación.

5.1 Ganancia de pequeña señal y parámetro de saturación constantes.

Para la resolución de (18) se propone una solución inicial de la forma:

$$a_0(x) = a(0) = a_0 \quad (20)$$

donde $a(0)$ es una condición de contorno del problema, vinculada con la potencia de salida y la reflectividad del acoplador a partir de (5).

La aproximación mejorada, $a_1(x)$ resulta:

$$a_1(x) = K^2 a_0 x^2 / 2 + K C x + a_0 \quad (21)$$

donde:

$$K = \alpha_0 a_s / (a_s + \alpha_b) \quad (22)$$

En la figura 1 se comparan los resultados de la integración numérica (trazo continuo) con la aproximación (21) (curva punteada) para un laser con los siguientes parámetros:

$$a_s = 300 \text{ W/cm}^2$$

$$\alpha_0 = 0.7 \text{ 1/m}$$

$$R_0 = 60 \%$$

$$R_1 = 90 \%$$

$$a(0) = 2.5 a_s$$

(se ha escalado x con la ganancia de pequeña señal)

Puede apreciarse que la aproximación (21) describe muy adecuadamente la distribución de energía en el resonador, a pesar de tratarse de la primera iteración.

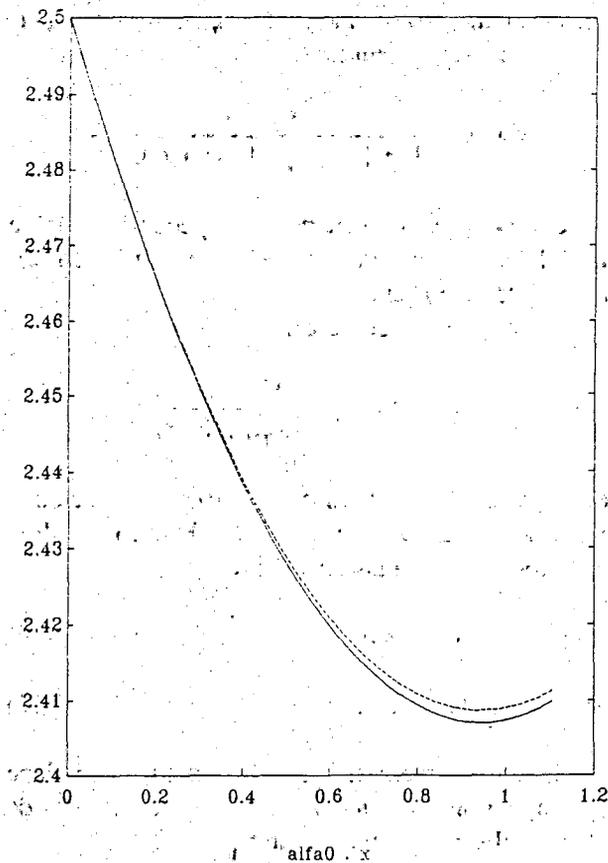


Figura 1: Distribución de la densidad de energía en el resonador. Ganancia de pequeña señal y parámetro de saturación constantes.

Una aplicación interesante de (21) es el cálculo de la longitud mínima del dispositivo (para una dada intensidad de salida), que corresponde al empleo de un espejo realimentador ideal ($R_1=1$). En tal caso, como puede verse directamente de (11), se tiene que la densidad de energía toma su valor mínimo en el espejo realimentador:

$$\left. \frac{da}{dx} \right|_{x=l_{\min}} = 0 \quad (23)$$

La interpretación física de esta ecuación surge de (9); en efecto, la condición (23) implica un flujo neto de energía nulo sobre el espejo realimentador ($I_+ = I_-$), como efectivamente debe ocurrir si éste es ideal.

Resulta entonces:

$$K^2 a_0 l_{\min} + K C = 0$$

de donde:

$$l_{\min} = -C / Ka_0$$

Es importante destacar que $a(x)$ no depende de la reflectividad del realimentador para $0 < x < l_{\min}$. El efecto de tener $R_1 < 1$ es extender la longitud del dispositivo (si se mantienen constantes los demás parámetros del mismo).

A partir de la figura 1 puede verse que, si $R_1 < 1$, la densidad de energía vuelve a crecer para $x > l_{\min}$. El cambio de pendiente de $a(x)$ indica la existencia de un flujo neto de energía hacia el realimentador (cf. ec. 9).

5.2 Ganancia de pequeña señal variable

Se considera un medio activo en que la ganancia de pequeña señal decae exponencialmente con la distancia al acoplador:

$$\alpha_0(x) = \alpha_0 \exp(-\tau x) \quad (25)$$

donde el parámetro τ indica la longitud característica con que decrece la ganancia de pequeña señal.

En forma análoga al caso anterior, a partir de la solución inicial $a_0 = a(0)$, se obtiene:

$$a_1(x) = [1 - \exp(-\tau x)] \left[\frac{K^2 a_0}{\tau^2} + \frac{C K}{\tau} \right] - [1 - \exp(-2\tau x)] \frac{K^2 a_0}{2 \tau^2} + a_0 \quad (26)$$

La figura 2 muestra la solución numérica (trazo lleno) y la solución analítica (curva punteada) para un dispositivo con los siguientes parámetros:

$$a_s = 300 \text{ W/cm}^2$$

$$\alpha_0 = 0.7 \text{ 1/m}$$

$$\tau = 0.5 \text{ 1/m}$$

$$R_0 = 60 \%$$

$$R_1 = 100\%$$

$$a(0) = a_s$$

Nuevamente, la concordancia entre la primera iteración y la solución numérica es excelente.

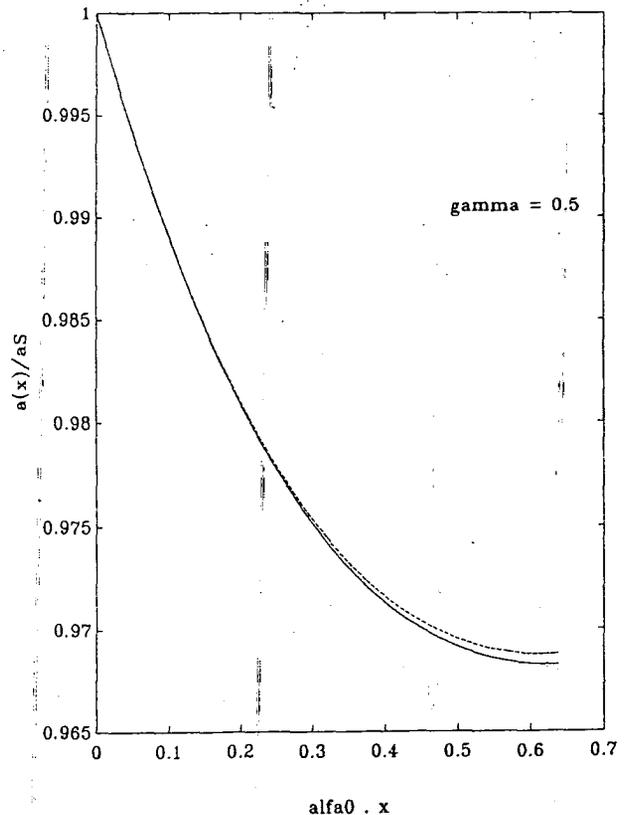


Figura 2: Distribución de la densidad de energía en el resonador. Decaimiento exponencial de la ganancia de pequeña señal.

Como último ejemplo, la figura 3 muestra los resultados para dos dispositivos con $a(0) = 2.5 a_s$ y valores de τ de 0.1 y 0.5 respectivamente, siendo los demás parámetros iguales a los del caso anterior. Cabe señalar que para un decaimiento más rápido de la ganancia de pequeña señal ($\tau=0.5$) corresponde un mayor largo del dispositivo.

6. CONCLUSIONES.

Se ha presentado una formulación que permite hallar una aproximación analítica para la distribución de energía en un laser unidimensional con línea de emisión homogénea, en el que los parámetros del medio activo son funciones de la posición. Las soluciones obtenidas están en excelente acuerdo con los resultados de las simulaciones numéricas.

Las expresiones obtenidas simplifican el diseño y optimización de los dispositivos. Entre las posibles aplicaciones puede mencionarse el estudio de los dispositivos de CO_2 de flujo rápido.

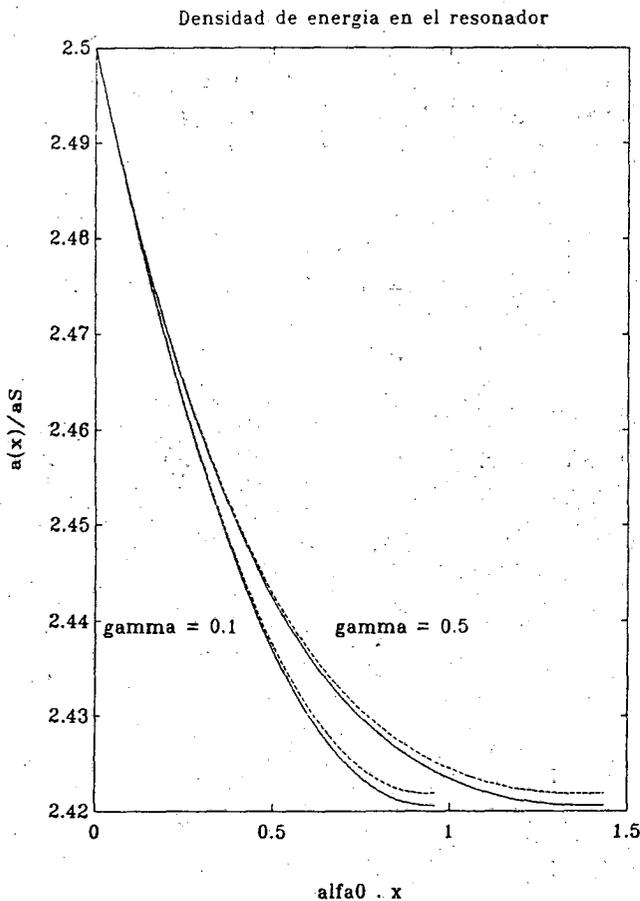


Figura 3: Id. fig. 2, para dos valores distintos del parámetro de decaimiento (γ).

REFERENCIAS

1. B. Etcheverry y C. Rosito. Nota Técnica 491. CITEFA (1979).
2. F. Hildebrand. *Metodos de la Matemática Aplicada*. EUDEBA (1965)→