

CORRIENTES VISCOGRAVITATORIAS CON FRENTES QUE ESPERAN

L. P. Thomas¹, J. A. Diez², B. Marino, R. Gratton¹

Instituto de Física Arroyo Seco (IPAS), Facultad de Ciencias Exactas,
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Pinto 399, 7000 Tandil,
y J. Grattón¹

Instituto de Física del Plasma (INFIP), CONICET, Departamento de Física,
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Pabellón I,
Ciudad Universitaria, 1428 Buenos Aires.

Se estudió experimentalmente la evolución de flujos viscosos de gravedad (corrientes visco gravitatorias) sobre planos horizontales en situaciones tales que el frente permanece inmóvil durante un tiempo finito, denominado *tiempo de espera*. Esto se logró, en nuestro caso, a partir de una condición inicial en la cual el fluido tiene forma de prisma triangular. Se emplearon fluidos con viscosidades muy diferentes: aceite siliconado ($\nu=4.75$ stokes) y silicona ($\nu=1.10 \cdot 10^5$ stokes). Se compararon estos resultados con los obtenidos por medio de un código numérico que emplea la aproximación de lubricación, la cual proporciona una excelente descripción para relaciones espesor-extensión del prisma de hasta 0.5, pero la relación entre los tiempos de espera experimentales y numéricos es aproximadamente 1.5. La medición del tiempo de espera puede resultar un método de interés práctico para determinar la viscosidad de fluidos muy viscosos a muy bajas tasas de deformación o de fluidos cuyo comportamiento reológico depende de la historia previa, condiciones en las que los instrumentos convencionales no resultan adecuados.

INTRODUCCION

En este trabajo estudiamos un tipo especial de flujo¹ que se desarrolla en un líquido muy viscoso sobre una superficie horizontal bajo la sola acción de la gravedad. En general, para una dada configuración inicial, el líquido comenzará a derramarse inmediatamente sobre la superficie. Sin embargo, bajo ciertas condiciones iniciales no demasiado restrictivas, el derrame propiamente dicho, es decir el avance del frente líquido, sólo se produce luego de cierto tiempo denominado *tiempo de espera*^{2,3}. Básicamente, este fenómeno sólo ocurrirá si el flujo se desarrolla con un número de Reynolds $R_0 \ll 1$ (es decir, cuando predominan las fuerzas viscosas sobre las inerciales), y cuando la curvatura del perfil de altura inicial no supera cierto límite (ver más adelante).

El derrame de fluidos muy viscosos sobre una superficie horizontal puede describirse analíticamente empleando las hipótesis de lubricación si la extensión de la corriente es mucho mayor que su espesor, o en otras palabras, si la componente vertical de la velocidad es despreciable frente a, por ejemplo, la velocidad de avance del frente⁴.

En estas condiciones, la ecuación de Navier-Stokes y la ecuación de conservación de la masa pueden expresarse en una ecuación de difusión no lineal para la altura h del fluido en la forma

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{g}{3\nu} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (1)$$

si se asume una simetría plana (flujo en un canal de ancho infinito), que es el caso que trataremos en este trabajo. En esta expresión ν es la viscosidad cinemática y g es la aceleración de la gravedad.

Entre las soluciones autosimilares^{2,3} de la ec.(1) se destaca una solución particular exacta que existe para $x < 0$, $t < 0$, y está dada por

$$h = \left(\frac{3\nu}{g} \right)^{1/3} \left[\frac{-3}{10} \frac{x^2}{t} \right]^{1/3}, \quad u = \frac{1}{5} \frac{x}{t} \quad (2)$$

donde u es la componente horizontal de la velocidad (la componente vertical es nula), promediada en la dirección vertical para un dado x . La ec.(2) describe la evolución de un perfil inicial de altura con un frente en $x = x_f = 0$, que permanece fijo desde $t = -\infty$ hasta $t = 0$. El perfil es de la forma $h \propto |x|^{2/3}$ y el espesor en una posición fija crece indefinidamente cuando $(-t) \rightarrow 0$. La velocidad de la corriente es cero en el frente para todo $t \neq 0$, y

¹ Investigador CONICET

² Becario CONICET

aumenta linealmente con $|x|$; en un dado $x \neq 0$ aumenta como t^{-1} , y está siempre dirigida hacia el frente.

Para distribuciones iniciales de altura con dependencias espaciales distintas de la expresión (2) no existen soluciones teóricas. En general, es posible prever la existencia de un tiempo de espera t_w no nulo si el perfil inicial $h(x)$ es tal que $h(x) < |x|^{2/3}$ para $|x| \rightarrow 0$. Viceversa, toda condición inicial tal que $h(x) > |x|^{2/3}$ no dará lugar a un flujo con tiempo de espera y el frente comenzará a avanzar inmediatamente².

Para una condición inicial con tiempo de espera, éste debe escalar como el tiempo característico t_0 que surge de adimensionalizar la ec(1), es decir,

$$t_0 = (3\nu/g) (x_j^2 / h_j^3) \quad (3)$$

donde x_j y h_j son la longitud y la altura iniciales del problema. En particular, si el perfil inicial es el dado por ec(2) se tiene que $t_w = 0.3 t_0$. Entonces, $t_w \propto \nu$, y la medición del tiempo de espera puede emplearse para determinar el valor de la viscosidad de sustancias extremadamente viscosas.

DISPOSICION EXPERIMENTAL

La existencia del tiempo de espera en corrientes viscogravatorias se observa en experimentos conceptualmente muy simples. Hemos empleado un canal o cubeta rectangular que contiene un fluido muy viscoso (ver Fig. 1). Para establecer una condición inicial adecuada, levantamos uno de los extremos de la cubeta hasta que el líquido adopta un perfil en forma de cuña por la acción de la gravedad; entonces, se baja rápidamente el extremo elevado de forma que el piso quede en posición horizontal. Queda así determinada una condición inicial en la cual el líquido descansa sobre una superficie horizontal, y tiene un espesor que aumenta linealmente con la posición desde un valor cero en el frente hasta el máximo en contacto con la pared posterior de la cubeta. Llamaremos a esta configuración inicial "rampa simple".

Se emplearon dos fluidos viscosos. Uno de ellos es aceite siliconado comercial SAE 20W/50 con una viscosidad $\nu = 4.75$ st. para $T = 20^\circ\text{C}$ con un coeficiente de variación térmica $\nu^{-1}d\nu/dT = 0.079$ $^\circ\text{C}^{-1}$. Con este fluido, la elección de las condiciones iniciales está limitada por la condición $R_e \ll 1$ y además t_w debe ser mucho mayor que el tiempo de bajada de la cubeta. Esto obliga a tra-

bajar con bajas relaciones de aspecto $\alpha = h_j/x_j$ y cantidades pequeñas de fluido. En nuestro caso, se emplearon 100 cm^3 de aceite en un canal de 35.9 cm de ancho, de modo que el área de la sección transversal es $A_i = 2.78 \text{ cm}^2$. Las mediciones se realizaron a temperatura ambiente ($T = 20^\circ\text{C}$) con fluctuaciones menores que 1°C .

El otro fluido empleado es silicona Gomme GSIR producida por Rhone-Poulenc. Se realizó un extenso análisis de la reología de la sustancia mediante viscosímetros comerciales de rotación y de Ostwald y también con un viscosímetro construido especialmente, de modo de cubrir un amplio rango de velocidades de deformación. Se encontró que la viscosidad depende de la velocidad de deformación (fluido no newtoniano) y de la historia previa del material (p. e. tiempo de asentamiento). El estudio completo excede a los objetivos de este trabajo. No obstante, podemos resumir que bajo condiciones iniciales controladas y para velocidades de deformación suficientemente altas ($\dot{\epsilon} \geq 10^{-3} \text{ s}^{-1}$), la sustancia tiene un comportamiento aproximadamente newtoniano y reproducible dentro de un 5%, con una viscosidad $\nu = 1.10 \cdot 10^5$ st a 20°C . y un coeficiente de variación térmica de 0.033°C^{-1} . Los resultados obtenidos en los experimentos se normalizan para una temperatura de 20°C .

Las desventajas resultantes de la compleja reología de la silicona se ven compensadas por su alta viscosidad y baja adherencia a las superficies pulidas; estas propiedades hacen posible el empleo de moldes, lo cual amplía la variedad de condiciones iniciales accesibles en la práctica.

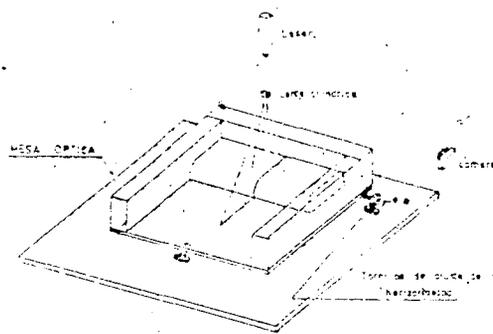


Figura 1: Cubeta empleada para estudiar los flujos. Puede apreciarse un esquema de la disposición experimental para obtener la línea luminosa en el centro del derrame.

En nuestro trabajo, por ejemplo, hemos empleado moldes para lograr secciones transversales en forma de cuña simétrica (doble rampa) respecto del plano vertical (ideal) medio y una longitud mucho mayor que las dimensiones transversales. De esta manera se realizan derrames sin contactos con la pared vertical posterior, inevitable con el método de la cubeta inclinada.

La medición de los tiempos de espera se efectuó visualizando el flujo mediante diversos métodos ópticos: gráfico de sombras (*shadowgraph*) para los derrames con aceites y visualización directa en las experiencias de rampa simple con silicona. Los derrames de doble rampa con silicona fueron iluminados transversalmente con luz blanca paralela. Parte de la iluminación de la zona del frente se hizo pasar por un objetivo y se la proyectó sobre una pantalla semitransparente, lográndose ampliaciones de los perfiles de hasta cinco veces. Las proyecciones fueron filmadas con una videocámara.

Además de tomar los valores del tiempo de espera, se midieron los perfiles de altura conforme la masa se redistribuye antes de que el frente se ponga en movimiento. Cuando se usaron cubetas que dificultan la visión lateral, el perfil se obtuvo proyectando sobre la superficie una línea luminosa bien definida en el centro del canal proporcionada por un haz láser y una lente cilíndrica. La altura de la línea luminosa respecto del plano horizontal permite obtener las distribuciones de altura descaídas. En nuestra disposición experimental el error en las mediciones es de 3 décimas de milímetro.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los valores de tiempo de espera medidos con aceite y silicona para diversas relaciones de aspecto $\alpha = x_i/h_i$ se resumen en la Fig. 2. Puede notarse que los tiempos de espera para rampa simple crecen con la relación de aspecto a partir de $\alpha \approx 0.5$. Los datos pueden aproximarse por una parábola cuya ordenada mínima es $t_w/t_0 = 1.344$. Por otra parte, los resultados obtenidos con doble rampa crecen más lentamente con la relación de aspecto, y pueden aproximarse por una parábola más abierta cuya ordenada mínima es $t_w/t_0 = 1.326$. De ambas series de datos se deduce que la pared posterior no modifica sustancialmente los resultados para α , y que puede considerarse $t_w/t_0 = 1.33$ cuando $\alpha \rightarrow 0$.

Para relaciones de aspecto mayores de 0.5 los

valores de t_w/t_0 comienzan a depender significativamente de α . Sin embargo, el efecto es marcadamente distinto según si el flujo está o no en contacto con una pared posterior rígida. Los derrames con doble rampa (sin pared posterior) indican que la influencia de α en el tiempo de espera es leve inclusive para $h_i > x_i$. En los derrames con rampa simple la situación es diferente. Los tiempos de espera cambian en forma apreciable cuando varía α , indicando que la pared vertical posterior modifica sustancialmente el flujo debido a la adherencia del fluido a la misma.

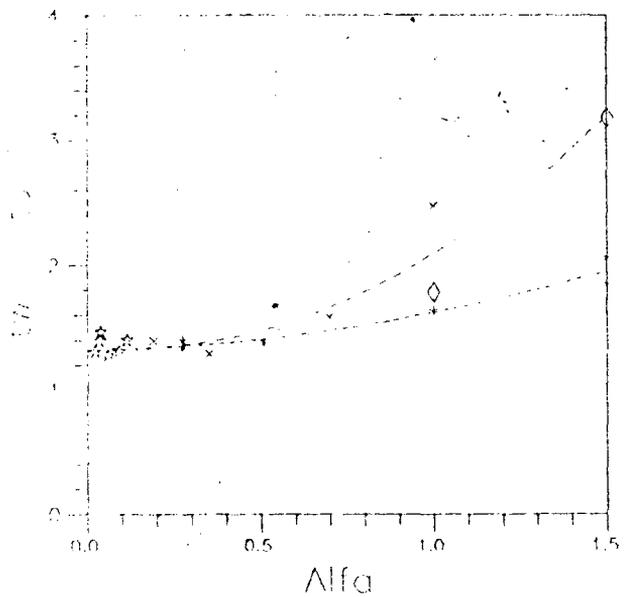


Figura 2: Resultados experimentales de los derrames para: \star aceite $\nu = 4.75$, \diamond silicona, cubeta con pared posterior, \ast silicona, sin pared posterior.

Por otra parte, es llamativo que la simulación numérica⁶ en base a la ec. (1) (i.e., $\alpha=0$) muestra que, para la condición inicial en forma de cuña empleada en los experimentos, el tiempo de espera es $t_w/t_0 \approx 0.92$. La comparación de una secuencia de perfiles experimentales para $\alpha = 0.35$ con los numéricos para iguales fracciones del tiempo de espera se muestra en la Fig. 3. Estos fueron obtenidos con la técnica de la línea recta proyectada, y no permite determinaciones precisas en el entorno del frente, pero sí dan adecuadamente el comportamiento general. El acuerdo indica que los efectos no tenidos en cuenta en la simulación de la ec. (1) pueden corregirse, en lo que respecta al grueso del flujo, escalando apropiadamente el tiempo.

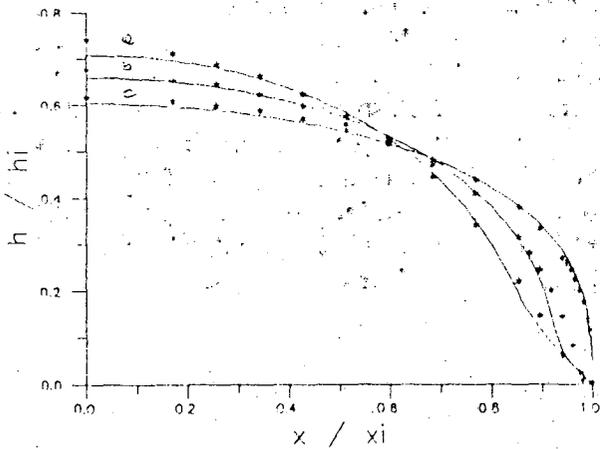


Figura 3: Comparación entre los perfiles de altura numéricos (línea llena) y los experimentales para: (a) $t=450$ seg. (b) $t=540$ seg. $t = t_c = 1125$ seg.

Un retraso temporal análogo se obtuvo⁴ cuando se estudió el comportamiento de los derrames para $x_f \gg x_i$. En esos casos el factor de escala fue de 1.85. Los resultados sugieren, entonces, que la aproximación de lubricación falla en forma esencial, es decir, no en términos del orden de la relación de aspecto, por razones probablemente relacionadas con el tratamiento del fluido cerca de los frentes. Sin embargo, proporciona una buena descripción del comportamiento general del flujo si la escala temporal es adecuadamente corregida.

En resumen, en este trabajo se ha verificado la validez de las predicciones teóricas relativas al fenómeno de tiempo de espera. Los resultados experimentales han mostrado que el cociente t_w/t_0 es 1.33 con un error del 5 % cuando $\alpha \rightarrow 0$. Este cociente se mantiene prácticamente constante para $\alpha \leq 0.5$, de modo que puede considerarse que el flujo es unidimensional para estas relaciones de aspecto. Sin embargo, la teoría unidimensional basada en la hipótesis de lubricación predice fenómenos que se desarrollan en una escala temporal menor que la real.

Asimismo, se ha mostrado que la medición de dicho tiempo para condiciones iniciales fácilmente realizables, puede constituir una técnica interesante para medir la viscosidad de fluidos muy viscosos en regímenes de muy baja tasa de deformación o para establecer la dependencia de la viscosidad promedio con la historia previa del fluido.

REFERENCIAS

1. Buckmaster J., *J. Fluid Mech.* **81**, 735-756 (1977); Huppert, H.E., *J. Fluid Mech.* **121**, 43-58 (1986).
2. Lacey, A. A., Ockendon J. R. and Tayler, A. B., *J. Appl. Math.* **42**, 1252-1264 (1982).
3. Gratton, J. and Minotti, F., *J. Fluid Mech.* **210**, 155-182 (1990).
4. Diez, J., Gratton, R. y Gratton, J., *Anales AFA* **1**, 161 (1989).
5. Diez, J. y Gratton, R., *Anales AFA* **2**, 171 (1990).
6. Diez, J. y Gratton, R., *Anales AFA* **2**, 174 (1990).