

UN MODELO PARA PREDECIR LA DINAMICA DE UN PLASMA EN COMPRESION RADIAL CON MASA CONSTANTE Y PRIMERAS PRUEBAS EXPERIMENTALES

H. Acuña, L. Bernal, J. Pouzo*.

Laboratorio de Fluidodinámica y Plasma, Universidad Nacional de Mar del Plata, Funes 3350, 7600 Mar del Plata.

El equipo Z-Pinch "NOVA" (2KJ, 10 KV, 250 KA) es operado por deflagración en el modo conocido como "gas-puff". Mediante una válvula rápida, se inyecta por el cátodo una nube de gas con forma de cilindro hueco centrado en el eje de los electrodos; un banco de capacitores se descarga, produciendo un plasma cilíndrico que implota sobre su eje y contra alto vacío. A partir de estas condiciones iniciales, el fenómeno es modelado teóricamente para predecir la dinámica de la lámina de plasma -cuya principal característica es la constancia de la masa durante la implosión- y se calculan la temperatura y la densidad alcanzables en el *pinch* final. Se da un primera confrontación de las predicciones del modelo con datos experimentales.

INTRODUCCION

Una de las modalidades de operación en los Z-PINCH es producir la descarga por deflagración inyectando una nube de gas en el espacio interelectrónico donde la descarga por el campo eléctrico (ya establecido) se encuentra inhibida por alto vacío (operación *gas-puff*). Se ha efectuado un abundante trabajo experimental en esta forma de operación [1,2,3]. Dentro de esta modalidad se distingue la de producir una nube gaseosa en forma de cilindro hueco [4,5,6]. En esta especial forma de operación denominanda *hollow gas-puff Z-pinch* (HGPZP) el plasma implota sobre el eje manteniendo su masa prácticamente constante y sin barrer - y por lo tanto sin tener que ionizar - gas neutro en su trayectoria. Esta es una característica de gran importancia cuando se piensa en las limitaciones que la interacción del plasma con el gas neutro produce en las condiciones del *pinch* final y que afectan la producción de reacciones de fusión nuclear (cuando se usa gas deuterio) tal como ha sido mostrado en recientes trabajos [7,8,9]. En este trabajo se da un modelo MHD simple para predecir la dinámica del plasma cilíndrico en su compresión radial y las condiciones del *pinch* final. Las predicciones del modelo teórico son comparadas con las observaciones experimentales que, en sus primeros resultados, le ofrecen una prueba de autoconsistencia.

ECUACIONES BASICAS

Se propone un modelo simple para la implosión de una lámina de plasma hueca cilíndrica de masa M conocida. Inicialmente se inyecta la cortina de gas mediante una válvula rápida [10] entre los electrodos conectados a un banco de capacitores (ver fig.1). Cuando la cortina de gas que fue inyectada por el cátodo llega al ánodo, se produce la deflagración y se establece una corriente $I = \dot{q}$, comenzando la implosión del cilindro de plasma por efecto del campo magnético autogenerado, hasta llegar al eje formando una columna (*pinch*) de plasma denso y caliente.

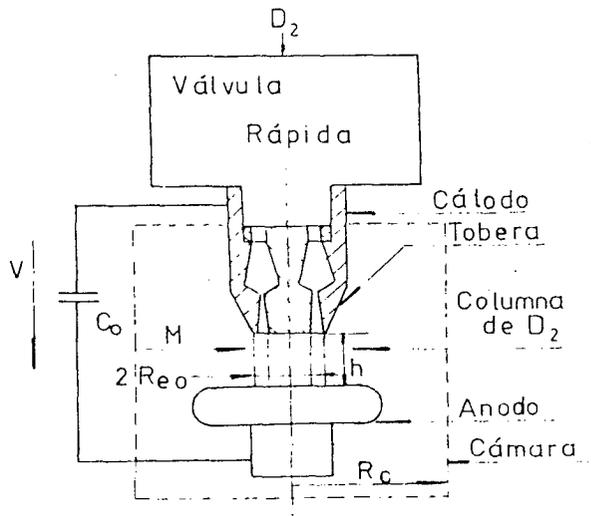


Figura 1: Arreglo experimental

* Investigador CONICET.

La ecuación para el circuito LC equivalente es:

$$\frac{d}{dt} (LI) + \frac{q}{C_0} = 0 \quad (1)$$

donde C_0 es la capacidad del banco y $L = L_0$ es la inductancia total del circuito, siendo su expresión:

$$L = L_0 + \frac{\mu_0}{2\pi} h \ln \left(\frac{R_c}{r_e} \right)$$

donde r_e es el radio exterior de la columna variable con el tiempo, h es el gap entre electrodos, R_c el radio de la cámara y L_0 es la inductancia parásita del circuito (cte.).

La ecuación de la dinámica, según la segunda ley de Newton aplicada a la lámina de masa M (Fig.2) es:

$$M \frac{dr_e}{dt} = P_M 2\pi r_e h \quad (2)$$

donde $p_M = (\mu_0/8\pi^2)(I/r_e)^2$ es la presión del pistón magnético. En la ecuación (2) se hacen las siguientes aproximaciones: la masa está prácticamente concentrada en r_e , siendo despreciable la cantidad que lleva el frente interior (r_i), el cual se supone que avanza hacia el eje como una onda de rarefacción con velocidad αc_s , donde c_s es la velocidad del sonido calculada con la temperatura inicial T_0 y el parámetro α en una expansión contra vacío varía entre 2 y 3 [12,13], en nuestro caso se considera $\alpha=2$ constante. La temperatura inicial T_0 puede estimarse suponiendo que la energía térmica es muy similar a la energía media de ionización ϵ_i , o sea $3KT_0=\epsilon_i$. Por ejemplo, si suponemos ionización total, ϵ_i sería la energía específica de ionización y para el caso del hidrógeno ($\epsilon_i=13.6eV$) resultaría $KT_0=4.5 eV$.

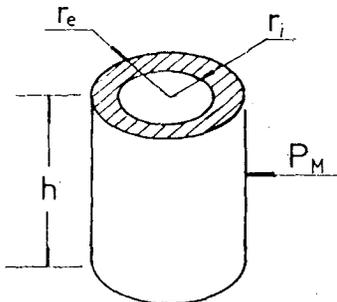


Figura 2: Esquema de la lámina de plasma.

La masa inyectada aún no fue determinada por métodos directos (fotografías schlieren, mediciones de presión en la tobera, etc.) y resulta muy difícil de calcular. Pero este parámetro, por ser constante en la evolución dinámica, será por el momento tomado como un parámetro de ajuste.

Con las ecuaciones anteriores es posible expresar las derivadas primeras de las magnitudes variables en función de esas mismas magnitudes, con lo cual es posible utilizar un método de resolución numérica. En este trabajo se usó el método de Runge Kutta a cuarto orden con las siguientes condiciones iniciales:

$$\begin{aligned} q(t=0) &= C V & I(t=0) &= 0 & M &= \text{Constante} \\ r_e(t=0) &= R_{e0} & \dot{r}_e(t=0) &= 0 \\ r_i(t=0) &= R_i & \dot{r}_i(t=0) &= -2 C_s \end{aligned}$$

con los siguientes valores para nuestro experimento:

$$\begin{aligned} R_{e0} &= 7.5 \text{ mm} & R_i &= 6.5 \text{ mm} & R_c &= 70 \text{ mm} \\ C &= 40 \mu\text{F} & L_0 &= 40 \text{ nHy} & h &= 15 \text{ mm} \end{aligned}$$

donde V , la tensión de carga, se varió entre 4 kV. y 8kV, mientras que R_{e0} y R_i son, respectivamente, los radios iniciales exterior e interior, determinados por las dimensiones de la tobera, (ver Fig.1)., Una vez que el frente interno llega al eje ($r_i=0$) en un instante $t_1=R_i/2c_s$, consideramos que la energía cinética de la lámina se convierte en energía térmica en un tiempo despreciable frente a los tiempos característicos. Así, la densidad del cilindro macizo de radio $r_e(t)$ se uniformiza instantáneamente al igual que su temperatura.

La energía cinética se calcula como $E_k=1/2 M V^2$ adoptando una velocidad media $V=(r_e+2c_s)/2$. La energía térmica es $E_T=3/2 NkT$ siendo N el número total de electrones más el de iones.

Continuando ahora con la compresión del cilindro macizo con p_M , la ecuación de movimiento para una cantidad dm de masa del cilindro de plasma es:

$$\dot{r}_e dm = (p_M - p_T) A dt \quad (3)$$

donde p_T es la presión térmica (ahora tomada en cuenta) y A es el área externa del cilindro. Haciendo el reemplazo $dm = \rho A dr_e$ donde ρ es la densidad instantánea del plasma, resulta directamente:

$$\dot{r}_e = \left[\frac{P_M - P_T}{\rho} \right]^{1/2} \quad (4)$$

Suponiendo que en todo momento el proceso es adiabático y adoptando $\gamma=5/3$, se tienen las relaciones entre el volumen, la temperatura y la densidad que, con la relación (4), permiten el cálculo de las variables hasta el radio final cuando $P_M=P_T$.

MODELO Y EXPERIMENTO

En las primeras pruebas experimentales se utilizó como gas N_2 porque la tobera inicialmente usada es de pequeño diámetro y se necesita un gas pesado a fin de que el plasma alcance el eje con valores altos de la corriente I . Para este gas, suponiendo una energía de ionización media de 15.6 eV, la temperatura T_0 puede estimarse en 5.2 eV.

En la Figura 1 se puede ver el esquema del dispositivo experimental que fue montado en el equipo NOVA [11]. Un punto singular de referencia es el tiempo en que se produce el mínimo en el pico de dI/dt respecto del inicio de la descarga (t_p). En las Figuras 3a) y 3b) se muestran, respectivamente, el oscilograma de la señal de dI/dt obtenido en el experimento con una bobina de Rogowsky y la forma de la misma señal calculada con el modelo para una masa M ajustada de 4 μg .

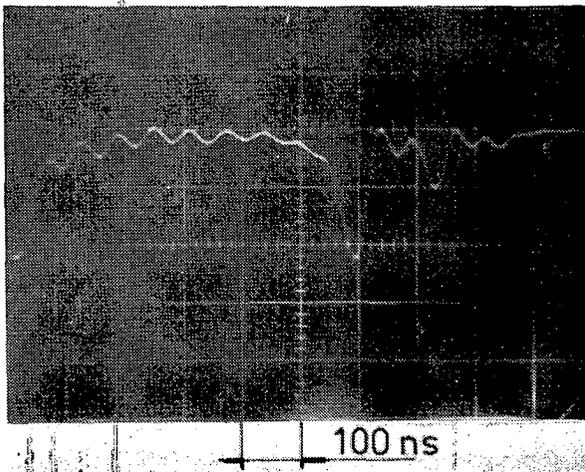


Figura 3a) Oscilograma de dI/dt para $V = 6$ KV

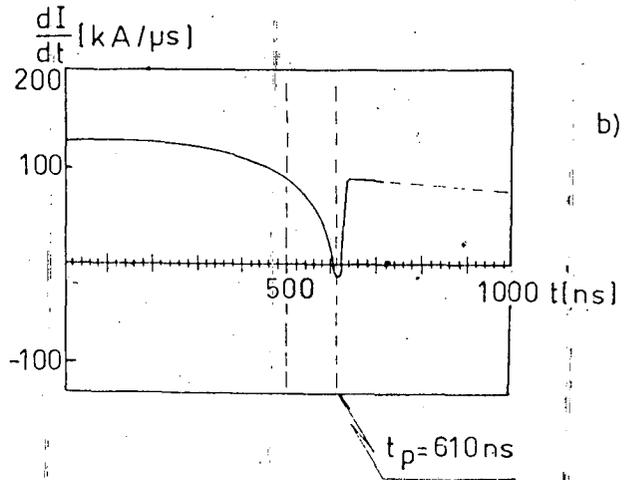


Figura 3b): Forma de dI/dt vs. t , obtenida con el modelo para las mismas condiciones de a) con $M=4 \mu g$.

Manteniendo las condiciones iniciales para la inyección del gas (con lo cual la masa inicial debería mantenerse constante), se efectuó una medición experimental de t_p para distintos valores de V . En la figura 4 se muestra el gráfico de varios puntos de t_p versus V medidos experimentalmente y la función correspondiente de $t_p(V)$ calculada con el modelo para una masa inicial ajustada de $M=4 \mu g$.

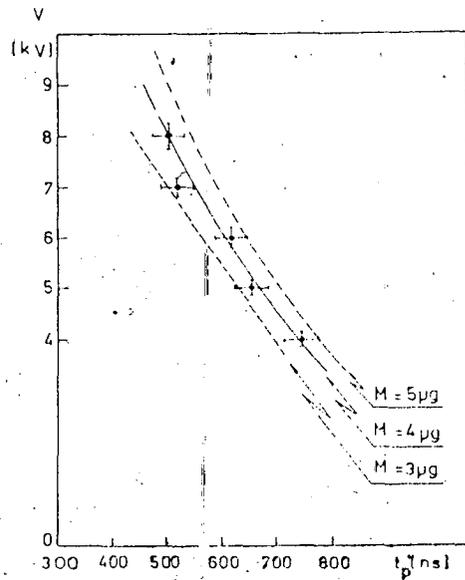


Figura 4: Puntos experimentales de t_p para distintos valores de V y curvas teóricas de ajuste con M como parámetro.

También se dan (en líneas punteadas) las curvas $t_p(V)$ límites que contienen a los puntos experimentales con su error y que corresponden a valores de M igual a $3 \mu\text{g}$ y $5 \mu\text{g}$ respectivamente. Puede verse un buen ajuste de los puntos experimentales con las predicciones del modelo, resultando que la función $t_p(V)$ es prácticamente una recta para valores chicos de M .

En la figura 5 se dan las curvas de \dot{I} , r_e , r_i y T en función del tiempo para $M=4 \mu\text{g}$ y $V=6 \text{ kV}$ obtenidas con el modelo para este primer juego de electrodos ensayados. En este caso las condiciones finales del *pinch* resultan: 1.2 mm diámetro, 65 KA de corriente, 70 eV de temperatura y una densidad de 10^{19} cm^{-3} , a $t_p = 610 \text{ ns}$.

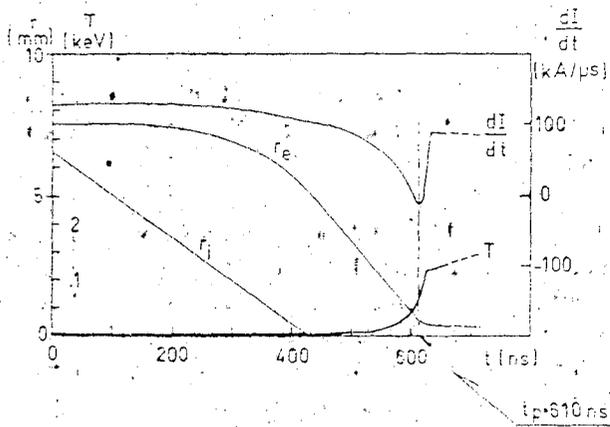


Figura 5: Curvas temporales teóricas de dI/dt , los radios del plasma, y la temperatura obtenidas para $M=4 \mu\text{g}$ y $V=6 \text{ kV}$.

OBSERVACIONES FINALES

El objetivo de fondo de este trabajo es el de producir un plasma apto para la fusión nuclear controlada. En caso de que el modelo presentado pueda ser comprobado en forma más completa -por ejemplo a través de una buena medición de M -ofre

cería la posibilidad de un diseño optimizado de electrodos para la obtención de condiciones finales del *pinch* más conveniente en la producción de reacciones de fusión nuclear, al usar gas deuterio.

REFERENCIAS

- 1- Marrs R.E., Dietrich D.D, Fortner R.J., Levine M.A., et al, Appl. Phys. Lett. 42 (1985) p. 946.
- 2- Hares J.D., Marrs R.E., Fortner R.J., J. Appl. Phys., 18 (1985) p. 1985.
- 3- Hammel B.A., Ph. D. Thesis, University of Colorado., 1984.
- 4- Shilch J. H., Ph.D. Thesis, University of California, Irvine, 1978.
- 5- Burkhalter P.J., Shilch J.H., Fisher A., Cowan R. D., J. Appl. Phys. 50 (1979) p.4532.
- 6- Degnana J. H., Reinovsky R.E., Honea D.L., Bengston R.D., J. Appl. Phys., 52 (1981) p.6-550.
- 7- Milanese M., Pouzo J., N. Fusion, 25 (1985) p.840.
- 8- Pouzo J., Cortázar D., Milanese M., Moroso R., Piriz R., "Small Plasma Physics Experiments", World Scientific Pub., London (1988) p. 19.
- 9- Cortázar D., Milanese M., Moroso R., Pouzo J., Anales AFA, Vol. 2, p. 180.
- 10- Cortázar D., Milanese M., Moroso R., Pouzo J., Proc. of 3rd. Latin-American Workshop in Plasma Phys., Santiago de Chile (1988) p.19.
- 11- Acuña H., Bernal L., Iglesias G., Pouzo J., Anales AFA, Vol. 2, p. 180.
- 12- L.D. Landau y E.M. Lifshitz, "Mecánica de Fluidos". Reverté, 1986.
- 13- Ya.B. Zel'dovich and Yu.P. Raizer, "Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena". Academic Press-1966.