

# MODELO DE CONVECCION ATMOSFERICA PROFUNDA EN 3D: PARTE 1

C. M. Scavuzzo, G. M. Caranti y R. A. Comes

Facultad de Matemática, Astronomía y Física,

Universidad Nacional de Córdoba, Laprida 854, 5000 Córdoba.

En este trabajo se presenta un modelo numérico 3D de convección atmosférica en la cual puede producirse condensación sin precipitación. Se tiene en cuenta la variación de los parámetros físicos con la altura. Se presentan los esquemas de integración utilizados: diferencias finitas y un método espectral. Se incluyen resultados preliminares, que muestran que el modelo se comporta bien al describir la etapa de formación de una nube convectiva.

## INTRODUCCION.

Múltiples hechos observados en tormentas severas en latitudes medias son intrínsecamente tridimensionales. Fuertes cortes de viento con la altura, rotaciones de la nube, el flujo troposférico tipo obstáculo alrededor de la nube son ejemplos de dichos hechos[1],[2]. Por otra parte el gran desarrollo vertical es una característica de nubes tipo cúmulus. Es así que resulta de sumo interés, para el estudio de nubes convectivas, desarrollar un modelo numérico que sea tridimensional y que tenga en cuenta las variaciones de los parámetros físicos con la altura, es decir, que sea de convección profunda.

## EL MODELO

### 1. Suposiciones Básicas.

Se asume la aproximación anelástica. La precipitación y la fase hielo no son incluídas en esta etapa del trabajo. Se desprecia la fuerza de Coriolis frente a las otras fuerzas presentes. Toda el agua líquida se mueve con la velocidad del aire (agua de nube). En aire saturado la parcela cambia su temperatura según el gradiente térmico (tasa) adiabático húmedo. Si la parcela está sobresaturada se lleva a la saturación instantáneamente y si hay agua líquida en un lugar no saturado, se evapora hasta alcanzar la saturación también instantáneamente. Para los procesos turbulentos se propone un esquema provisorio, que describiremos luego.

### 2. Ecuaciones.

Las ecuaciones del modelo son [2],[3]:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} - R_d \theta_0 \nabla P^* + \hat{k} g \left( \frac{\theta'}{\theta_0} + a q_v - q_l \right), \quad (1)$$

donde  $R_d$  es la constante de los gases para el aire seco,  $\theta$  es la temperatura potencial,  $P^*$  es la variable transformada de la presión  $P$  (ver (6)).  $q_l$  y  $q_v$  son la razón de mezcla del agua líquida y del vapor de agua respectivamente. Las variables primadas indican las perturbaciones de las variables respectivas respecto del estado inicial, denotadas por el subíndice 0. En esta ecuación aparece  $R_d \theta_0$  en vez del esperado  $(1/\rho)$  debido a que  $P^*$  no es la presión, así:

$$\frac{1}{\rho_0} \nabla P' = - \frac{1}{\rho_0} \nabla \left( \frac{\theta_0 P_0}{T_0} P^* \right) = R_d \theta_0 \nabla P^* .$$

$$\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{V}) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot (\rho_0 \theta' \mathbf{V}) - W \frac{\partial \theta_0}{\partial z} + \frac{\theta_0}{T_0 C_p} Q , \quad (3)$$

donde  $Q$  es la tasa de calentamiento por liberación de calor latente.

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot (\rho_0 q_v \mathbf{V}) - \frac{Q}{L_{v0}} \quad (4)$$

$$\frac{\partial q_l}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot (\rho_0 q_l \mathbf{V}) - \frac{Q}{L_{v0}}$$

$L_{v0}$  es el calor latente de vaporización. En las ecuaciones (3), (4) y (5) se ha utilizado (2) para escribir el término de advección.

$$P^* = \frac{T_0}{\theta_0 P_0} P' \quad (6)$$

$$\frac{T'}{T_0} = \frac{\theta'}{\theta_0} + \frac{R_d \theta_0}{C_p T_0} P^* \quad (7)$$

$$Q = C_p (\gamma_d - \Gamma) W \quad (8)$$

donde  $\gamma_d$  y  $\gamma_w$  son las tasas adiabática seca y húmeda respectivamente.  $\Gamma$  toma los valores  $\gamma_w$  o  $\gamma_d$  según que el aire esté saturado o no. El significado de esta ecuación es que si la parcela asciende con aire no saturado  $Q = 0$ , y si está saturado  $Q > 0$  y por lo tanto  $q_l$  crece.

Como vemos hay 10 ecuaciones para las 10 variables:

$$V, P^*, \theta', q_v, q_l, Q, P, T$$

### 3. Esquema Numérico.

La grilla utilizada fue tipo "stagger", o sea de punto cruzado, como se muestra en la Fig.1. El parámetro de red de la grilla se tomó de 500 m y el ancho total del dominio fue de 16 x 16 x 16 puntos. Si bien se ha podido utilizar un dominio de dos veces el número de puntos por lado, en esta etapa y con el objeto de reducir tiempos, se utilizó el dominio arriba mencionado.

Las derivadas espaciales en los términos de advección de velocidades, se realizaron con un esquema de 4° orden, o sea (en una dimensión):

$$D = \frac{1}{\Delta} [\delta_x - \delta_x^3 / 24 + O(\delta_x^5)]$$

donde  $\delta x = U_{j+1/2} - U_{j-1/2}$  y  $D$  es el operador de-

derivada. Las demás derivadas espaciales se hicieron sólo hasta 2° orden. En la integración temporal se utilizó "leap-frog" y debieron realizarse correcciones para evitar la separación entre la solución par y la impar. El paso de tiempo fue elegido  $\Delta t = 15$  s para asegurar los criterios de convergencia del método.

Para resolver la ecuación de Poisson que se obtiene de las ecuaciones (1) y (2):

$$[\nabla^2 + h(z) \partial/\partial z] P^* = f(x,y,z) \quad (9)$$

con condiciones de contorno

$$\frac{\partial P^*}{\partial z} \Big|_{z=0,L} = g(x,y)$$

realizando una transformada bidimensional de Fourier en las coordenadas  $x$  e  $y$ , en la que se aprovechan las condiciones de contorno periódicas en los contornos laterales nos queda una ecuación sólo dependiente de  $z$  para cada par de números de onda,  $k_1$  y  $k_2$ . Si se transforman también la inhomogeneidad y las condiciones de contorno tendremos para cada par de  $K$ 's:

$$\left[ -K^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + h(z) \frac{\partial}{\partial z} \right] \hat{P}^*(k_1, k_2, z) = \hat{f}(k_1, k_2, z)$$

con condiciones de contorno

$$\frac{\partial \hat{P}^*(k_1, k_2)}{\partial z} \Big|_{z=0,L} = \hat{g}(k_1, k_2)$$

donde

$$K^2 = k_1^2 + k_2^2$$

Escribiendo esta ecuación en diferencias finitas; el problema se reduce a resolver un sistema de ecuaciones lineales. Este se resuelve invirtiendo la matriz del operador, que es tridiagonal de dimensión  $N_x \times N_x$ . Luego antitransformando la solución obtenida, arribamos a la  $P^*$  buscada.

La ecuación diferencial (9) con condiciones de contorno para el gradiente de  $P^*$  tiene infinitas soluciones que difieren una de la otra por una constante. Si bien en las ecuaciones dinámicas este

factor no modificará los resultados, para los cálculos termodinámicos es imprescindible ajustar dicha constante. En términos numéricos esto se traduce en el hecho de que la matriz con  $k_1=k_2=0$  es singular. Para resolver este problema, se modifica un elemento en tal matriz antes de invertirla y la constante se ajusta luego, imponiendo que el promedio de  $P^*$  sobre el contorno sea cero, para minimizar la perturbación de la presión.

## RESULTADOS PRELIMINARES.

Un aspecto a considerar es la necesidad de incluir un término de la forma  $KE\nabla^2$  que cumple la función de un término de viscosidad en las ecuaciones de conservación. Luego de algunas pruebas generales del modelo, se eligió como el valor más adecuado para la constante de viscosidad artificial  $KE = 100 \text{ m}^2/\text{s}$ . Lo mismo se hizo para encontrar un valor apropiado para  $\Delta t$  el cual se eligió finalmente entre 10 s y 20 s. Todas las pruebas estuvieron limitadas a 15 minutos aproximadamente de tiempo real, ya que el modelo al ser no-precipitante no simula la etapa de madurez de la nube.

En las Figuras 2 a la 7 se muestran los campos de viento que se obtienen del modelo con condiciones iniciales de inestabilidad absoluta, una perturbación inicial de temperatura de  $2^\circ \text{C}$  y una humedad relativa del 98% en el suelo disminuyendo con la altura a razón de 3% por km. En estas figuras se puede observar que la convección producida está en acuerdo cualitativo con observaciones en procesos reales.

En las figuras 8 a la 11 se presenta otra simulación donde se muestran diversos planos, a un tiempo fijo, donde puede verse la estructura interna de la convección que está también en acuerdo cualitativo con los resultados esperados.

Se corrieron varios tests para verificar la conservación del agua total dentro del dominio, encontrándose que ésta se conserva durante los 15 primeros minutos dentro de 1%

## CONCLUSIONES

El método de resolución de las ecuaciones del modelo aquí presentado se muestra apropiado y eficiente. Las simulaciones ya obtenidas son realistas y todo indica que al agregar la formulación microfísica se podrán extender hasta la madurez de la nube. Esto hará del modelo una herramienta

útil en el estudio de procesos tales como crecimiento de hidrometeoros en la nube. En conjunto con datos de experimentos con múltiples radares Doppler se podrá optimizar los parámetros del modelo con el objeto de llegar a utilizarlo en forma operativa.

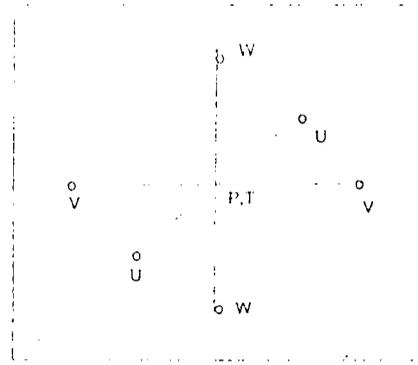


FIGURA 1: Grilla stagger.

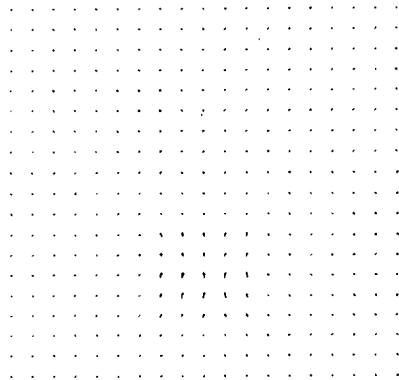


FIGURA 2: Plano: XZ, Y= 4Km, EXP: PB, Tiempo: 4m Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500 m y un vector de esa longitud en el gráfico es de 4 m/s.

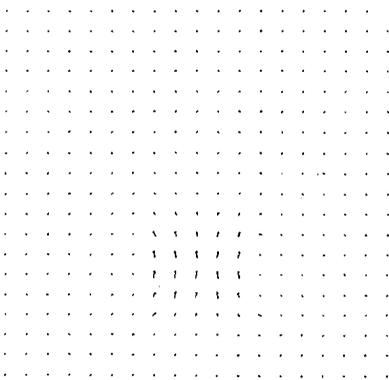
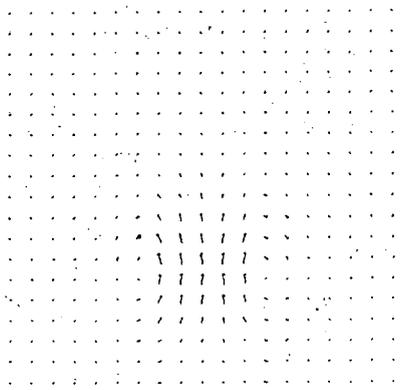
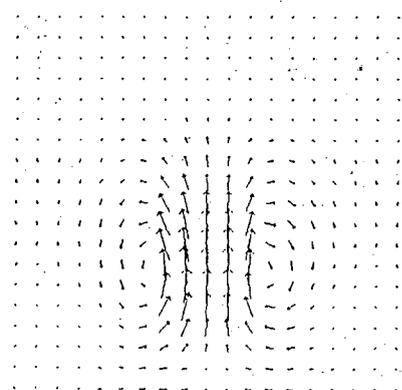


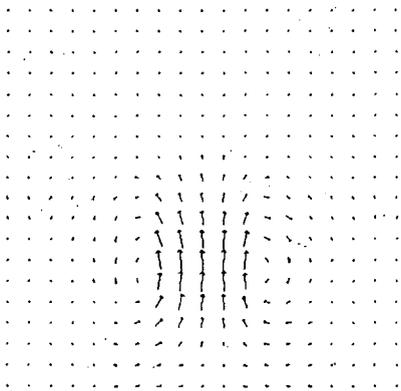
FIGURA 3: Plano: XZ, Y=4Km, EXP: PB, Tiempo: 6m. Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500 m y un vector de esa longitud en el gráfico es de 4m/s.



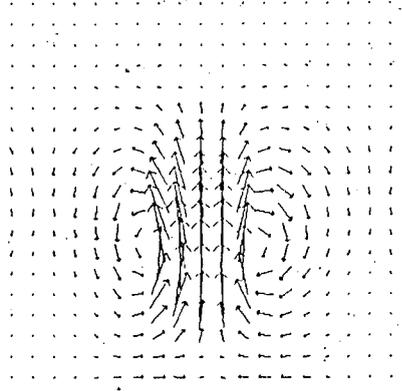
**FIGURA 4:** Plano: XZ, Y = 4Km, EXP: PB, Tiempo: 8m. Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500 m y un vector de esa longitud en el gráfico es de 4m/s.



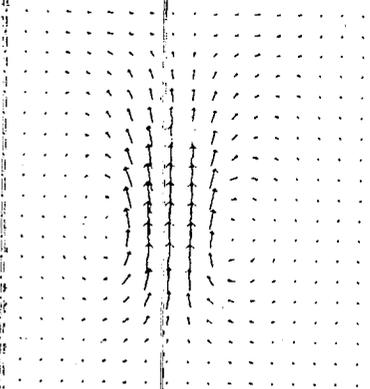
**FIGURA 6:** Plano: XZ, Y=4Km, EXP: PB, Tiempo:12m. Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500 m y un vector de esa longitud en el gráfico es de 4m/s.



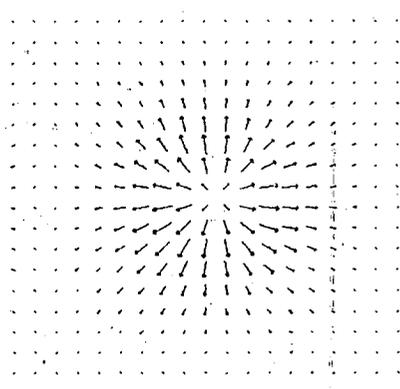
**FIGURA 5:** Plano: Xz, Y=4Km, EXP: PB, Tiempo: 10m. Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500m y un vector de esa longitud en el gráfico es de 4m/s.



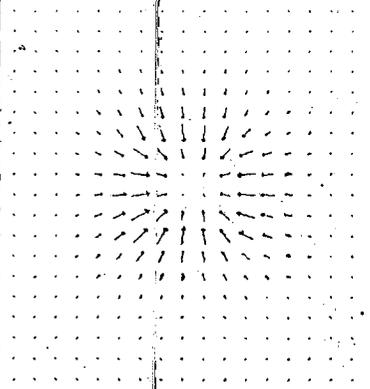
**FIGURA 7:** Plano: XZ, Y=4Km, EXP: PB, Tiempo: 14 m. Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500 m y un vector de esa longitud en el gráfico es de 4m/s.



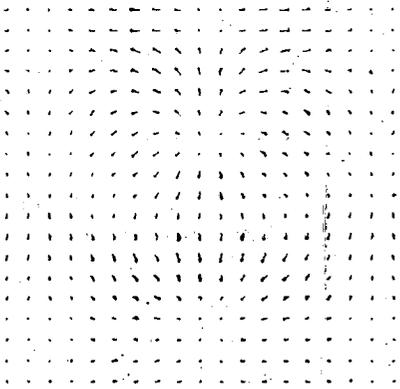
**FIGURA 8:** Plano: XZ, Y=4Km, EXP:PDO, Tiempo: 14 m. Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500 m y un vector de esa longitud en el gráfico es de 4m/s.



**FIGURA 10:** Plano: XY, Z=5.5 Km, EXP:PDO, Tiempo: 14 m. Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500 m y un vector de esa longitud en el gráfico es de 1m/s.



**FIGURA 9:** Plano: XY, Z=2.5 Km, EXP:PDO, Tiempo: 14 m. Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500 m y un vector de esa longitud en el gráfico es de 1m/s.



**FIGURA 11:** Plano: XZ, Y=2.5 Km, EXP:PDO, Tiempo: 14 m. Campos de viento del modelo. La escala espacial entre 2 puntos es 500 m y un vector de esa longitud en el gráfico es de 1m/s.

**REFERENCIAS.**

Newton, C. W. and Newton, H. R., 1959. J. M., 16 , 483.  
 Schlesinger, R., 1975. J. Atmos. Sci., 32 ,934.  
 Schlesinger, R., 1978. J. Atmos. Sci., 35 , 690.