

# ESTUDIO OPTICO-GEOMÉTRICO DE LA RESPUESTA POLARIMÉTRICA DE REFLECTORES DE ESQUINA

## OPTICAL GEOMETRIC STUDY OF THE POLARIMETRIC RESPONSE OF CORNER-CUBE REFLECTORS

C. A. Torazza.<sup>1</sup>, R. H. Romero<sup>1</sup>, y R. A. Depine<sup>\*2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Física-Facultad de Ciencias Exactas y Naturales-Universidad Nacional del Nordeste, Campus Libertad, Av. Libertad 5600 (3400), Corrientes, Argentina

<sup>2</sup> Grupo de Electromagnetismo Aplicado, Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Ciudad Universitaria, Pabellón 1 (1428), Buenos Aires, Argentina  
e-mail: [rdep@df.uba.ar](mailto:rdep@df.uba.ar)

En este trabajo se investiga la sección eficaz geométrica y la respuesta polarimétrica de reflectores de esquina cúbica para ángulos de incidencia arbitrarios respecto al eje de simetría del reflector. El método presentado es válido para longitudes de onda de la radiación incidente mucho menor que las longitudes características del triedro reflector de paneles homogéneos.

In this work the geometric cross section and the polarimetric response of corner-cube reflectors is reported for incidence angles of arbitrary magnitude measured with respect to the reflector symmetry axis. The method is valid for incident radiation of wavelength much smaller than the characteristic lengths of the reflector of homogeneous walls.

Palabras claves: radar de apertura sintética, reflector de esquina, firma polarimétrica.

Keywords: synthetic aperture radar, corner-cube reflector, polarimetric signature.

### I. INTRODUCCIÓN

Desde su introducción en la década de 1950, los radares de apertura sintética (SAR) han encontrado un creciente rango de aplicaciones en geofísica, detección de catástrofes, prospección de recursos naturales, etc.<sup>(1)</sup>. Las denominadas misiones SAOCOM del Plan de Actividades Espaciales de la Republica Argentina, prevé la puesta en órbita de radares de apertura sintética polarimétricos (POLSAR). La interpretación cuantitativa de imágenes POLSAR requiere de un procedimiento de calibración preciso. Un dispositivo habitualmente empleado como reflector y blanco de calibración de SARs, es el denominado reflector de esquina cúbica (CCR, por las siglas en ingles de cubic-corner reflector)<sup>(2)</sup>. El mismo consiste en tres planos mutuamente perpendiculares que forman una esquina cúbica en uno de sus octantes con la propiedad de reflejar paralelamente las ondas planas incidentes sobre el mismo (Fig. 1). Otras geometrías han sido también estudiadas<sup>(3,4)</sup>. Para la adecuada calibración de las imágenes POLSAR es necesario la correcta descripción de (i) la sección eficaz geométrica y (ii) la respuesta polarimétrica del reflector. La primera es usualmente aproximada mediante la ec. (1), válida para ángulos de incidencia próximos a la normal, esto es, en la dirección de simetría del reflector, caracterizada por los ángulos  $\theta = 54.73561^\circ$  y  $\phi = 45^\circ$  y longitudes de onda  $\lambda$  mucho menores que la arista del triedro  $l$ .

$$\sigma = 4\pi \frac{l^4}{\lambda^2} \left[ \cos \theta + \frac{2}{\cos \theta + \text{sen} \theta (\text{sen} \theta + \cos \theta)} \right]^2 \quad (1)$$

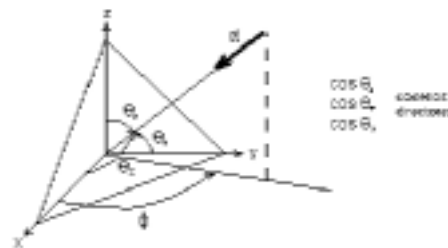


Figura 1. Disposición angular del CCR en el sistema de coordenadas polares esféricas. CCR con aristas iguales.

En la ec. (1) se suponen paneles perfectamente reflectantes y no se discriminan los estados de polarización de las ondas incidentes y reflejadas. La respuesta polarimétrica de diversos tipos de reflectores, en cambio, ha sido estudiada mediante el cálculo de Stokes y de Jones<sup>(1,5)</sup>. En este trabajo estudiamos la sección eficaz geométrica de un reflector de esquina cúbica de paneles triangulares para ángulos de incidencia arbitrarios y su respuesta polarimétrica a ondas electromagnéticas planas de longitud de onda mucho menor que las dimensiones del reflector incluyendo los efectos de los materiales.

\* Autor a quién debe dirigirse la correspondencia.

## II. MÉTODOS Y RESULTADOS

### II.a. Sección eficaz de un triedro reflector perfecto para radiación incidente no polarizada

En esta sección consideraremos el caso de un triedro de paredes perfectamente reflectantes, sin tener en cuenta el estado de polarización de las ondas incidente y reflejada. La sección eficaz geométrica viene determinada por la intersección de la proyección de las pupilas de entrada y salida del reflector sobre un plano perpendicular a la dirección de incidencia. La Fig. 2 muestra los vectores usados en el cálculo de la sección eficaz geométrica.

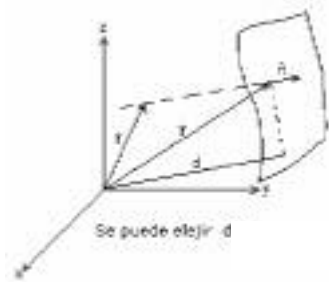


Figura 2: Representación vectorial de la geometría usada en el cálculo de la sección eficaz geométrica del reflector de esquina.  $\vec{r}$  representa el vector posición que recorre los puntos de las aristas del reflector,  $\vec{r}'$  es la proyección de  $\vec{r}$  sobre el plano  $\pi$  perpendicular a la dirección de incidencia, descrita por el versor  $\hat{n}$ ;  $d$  es la distancia del origen del vértice al plano  $\pi$ .

Consideremos una onda plana incidente sobre el reflector de esquina según la dirección dada por el versor  $\hat{n}$ . La proyección de las aristas, descritas por el vector  $\vec{r}$ , sobre el plano  $\pi$ , perpendicular a  $\hat{n}$ , ubicado a una distancia  $d$  del vértice, está dada por los puntos  $\vec{r}'$  tales que

$$\vec{r}' = \vec{r} - (\hat{n} \cdot \vec{r}) \hat{n} . \quad (2)$$

La *pupila de entrada* es, entonces, el lugar geométrico de los puntos del plano  $\pi$  que satisfacen la ec. (2) cuando  $\vec{r}$  es un punto de la arista del reflector. La distancia  $d$  entre el vértice y el plano de proyección puede elegirse arbitrariamente; en particular, tomaremos  $d = 0$ , con lo cual el vértice del CCR se mapea, según la ec. (2), en sí mismo, es decir,  $\vec{r}' = \vec{r} = 0$ . La *pupila de salida*, es el lugar geométrico, sobre el plano  $\pi$ , de los puntos de la pupila de entrada invertidos respecto del vértice del triedro. El área encerrada por la intersección de ambas pupilas sobre el plano  $\pi$  es la sección eficaz geométrica del reflector de esquina. Esta área tendrá forma de un hexágono o, eventualmente, para ciertas direcciones particulares, un cuadrilátero, dependiendo de la dirección de incidencia  $\hat{n}$ . En el caso particular de un haz de radiación incidente según la dirección del eje de simetría del triedro (incidencia normal), la sección es un hexágono regular. Las fotografías de la Fig. 3 ilustran la forma de la sección eficaz para diferentes direcciones de incidencia en

el caso de luz incidente sobre un triedro de espejos. Dentro de la aproximación considerada en este trabajo, esta situación, en la cual la longitud de onda de la radiación incidente es mucho menor que el tamaño característico del reflector, es análoga de lo que ocurre cuando la radiación de microondas, procedente de la antena del satélite, incide sobre el blanco de calibración. El grado de validez de esta aproximación dependerá, por supuesto, de la frecuencia de trabajo del satélite.



Figura 3. Dependencia de la sección eficaz geométrica con la dirección de incidencia. Las fotografías fueron tomadas con luz incidente no polarizada sobre un triedro de paneles espejados. De izquierda a derecha:  $\theta = 60^\circ \phi = 45^\circ$ ;  $\theta = 54^\circ \phi = 45.73^\circ$ ;  $\theta = 40^\circ \phi = 45^\circ$ .

Para el cálculo de la sección eficaz dividimos el hexágono formado por la intersección de las pupilas de entrada y salida en doce zonas triangulares como se indica en la Fig.4.

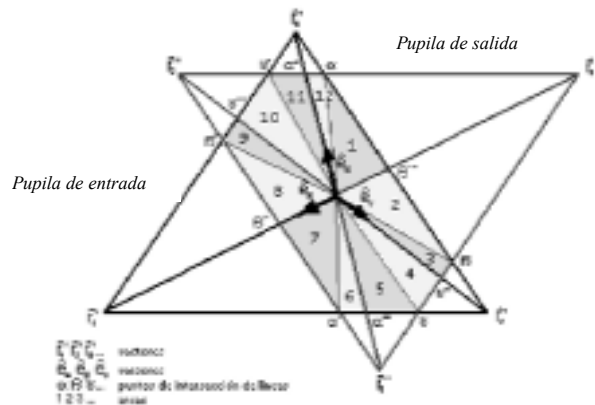


Figura 4. Zonas para el cálculo de las contribuciones a la sección eficaz geométrica del reflector de paneles triangulares.

El área de cada triángulo está dada por

$$A_i = \frac{1}{2} |\vec{r}_i \times \vec{r}_{i+1}| \quad (i = 1, \dots, 12), \quad (3)$$

donde  $\vec{r}_i$  y  $\vec{r}_{i+1}$  denotan los vectores posición de dos vértices consecutivos de cada triángulo centrado en el vértice del triedro. El área de la sección eficaz total es, entonces

$$A_T = \sum_{i=1}^{12} A_i . \quad (4)$$

Geoméricamente se ve que las áreas de la Fig. 4 satisfacen las relaciones

$$\begin{aligned}
 A_1 + A_2 &= A_7 + A_8, \\
 A_3 + A_4 &= A_9 + A_{10}, \\
 A_5 + A_6 &= A_{11} + A_{12}.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

En la Fig. 5 se representa el área (4) en función de los ángulos  $\theta$  y  $\phi$  de la dirección de incidencia. Es claro que la sección eficaz es máxima para la situación de incidencia normal.

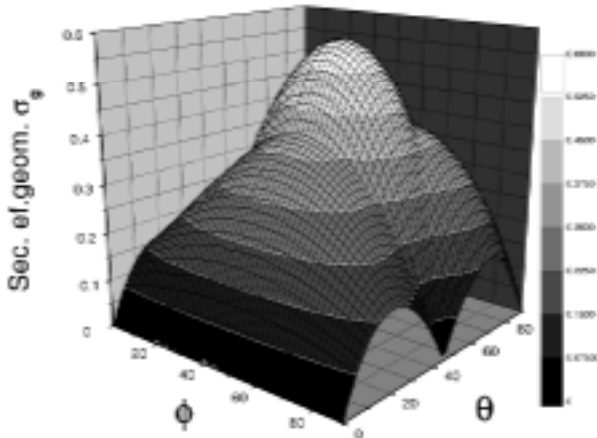


Figura 5. Sección eficaz no normalizada del reflector de esquina de paneles triangulares en función de los ángulos de la dirección de incidencia para radiación no polarizada.

Para el cálculo de la respuesta polarimétrica del CCR, es conveniente discriminar las diferentes contribuciones a la sección eficaz total en seis zonas, designadas como XL, XR, YL, YR, ZL y ZR, según al camino óptico recorrido por el rayo incidente a lo largo de las tres reflexiones que sufre en el triedro (Fig. 7).

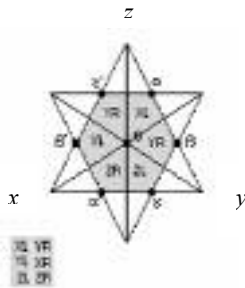


Figura 6. Esquemas de las áreas que contribuyen a la sección eficaz total, discriminadas según el camino óptico recorrido por el rayo incidente.

La nomenclatura X, Y o Z hace referencia al eje normal al panel de incidencia; L (*left* o antihorario) y R (*right* u horario) denotan la dirección según la cual se refleja el rayo incidente sobre los dos paneles restantes, cuando se observa el triedro desde la fuente de las ondas. Así, XL denota la región sobre la cual los rayos inciden sobre el panel perpendicular al eje  $x$ , se reflejan luego en dirección antihoraria sobre los paneles normales a los ejes  $y$  y  $z$ , respectivamente. Las áreas de estas zonas están dadas por

$$\begin{aligned}
 XL &= A_{12} + A_1, & XR &= A_2 + A_3, \\
 YL &= A_8 + A_9, & YR &= A_{10} + A_{11}, \\
 ZL &= A_4 + A_5, & ZR &= A_6 + A_7.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

## II.b. Respuesta polarimétrica del reflector de paneles triangulares

Consideraremos ahora la *respuesta polarimétrica* del reflector de paneles triangulares cuya sección eficaz se calculó en la sección anterior; es decir, estudiaremos la polarización e intensidad de la señal reflejada para una dada polarización del haz incidente. Trataremos aquí, el caso de un reflector no perfecto, constituido por un material homogéneo, incluyendo la influencia del material de los paneles a través de su índice de refracción.

Introducimos, para la descripción de los campos incidente y reflejado en cada uno de los tres paneles, un conjunto de versores de base, como se indica en la Fig. 7.

Elegimos la base de versores para el campo incidente con los versores (vertical)  $\hat{a}_V$  en el plano  $\pi$  y coplanar con  $\hat{n}_z$ , el versor en la dirección de propagación  $\vec{w}$ , y el horizontal  $\hat{a}_H$ , relacionados por

$$\hat{a}_H = \frac{\vec{w}_1 \times \hat{n}_z}{\text{sen}(\ar \cos(\vec{w}_1 \cdot \hat{n}_z))}
 \tag{7}$$

$$\hat{a}_V = \hat{a}_H \times \vec{w}_1
 \tag{8}$$

Las otras bases en cada plano de reflexión se construyeron de manera análoga<sup>(6)</sup>. Los subíndices  $P$  denotan los versores paralelos a los planos de incidencia en cada plano, y los versores con subíndices  $S$  los correspondientes perpendiculares.

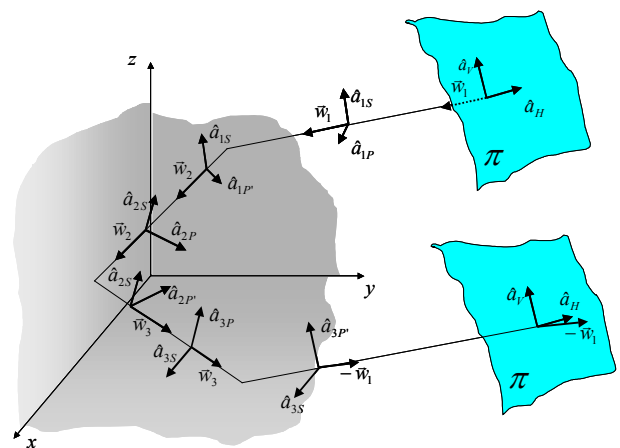


Figura 7. bases utilizadas en los paneles del CCR.

El efecto debido al material constituyente de los paneles se considera a través de los coeficientes de Fresnel<sup>(7)</sup> calculados para cada reflexión. Dado que la señal de radar que incide sobre el blanco, proviene de una fuente muy

lejana, podemos considerar como plano de polarización al plano  $\pi$  definido en el tratamiento geométrico de la sección II.a. Consideremos un rayo incidente a lo largo de uno de los caminos ópticos arriba descritos. En la base del plano  $\pi$ , el vector del campo eléctrico incidente sobre el triedro se expresa como

$$\vec{E}_O = E_O^V \hat{a}_V + E_O^H \hat{a}_H. \quad (9)$$

Transformando el vector (9) a la base definida sobre cada panel y calculando los correspondientes campos reflejados mediante los coeficientes de Fresnel para cada superficie<sup>(7)</sup>, el vector que emerge del reflector, expresado en la base inicial, tiene la forma

$$\vec{E}_R = E_R^V \hat{a}_V + E_R^H \hat{a}_H. \quad (10)$$

La ec. (10), describe el campo resultante luego de tres reflexiones sobre paneles homogéneos no perfectamente reflectantes para uno de los seis caminos ópticos discutidos previamente. Considerando la suma vectorial de todas las contribuciones debidas a los campos eléctricos de cada zona, resulta la expresión

$$\vec{E}_{TR} = \vec{E}_{Rk}^{ij} \frac{A_k^{ij}}{A} \quad (11)$$

con  $i, j, k = 1, 2, 3$  donde  $i \neq j \neq k$ .

Llamamos 1 al panel del plano  $x=0$ , 2 al panel en el plano  $y=0$  y 3 al panel en el plano  $z=0$  (ver Fig. 1). En la ec. (11), los supraíndices  $i, j$  y el subíndice  $k$ , dan la secuencia de reflexión en el interior del CCR. La primera reflexión se identifica con el supraíndice  $i$  y la última, con el subíndice  $k$ . Ejemplificando con  $k=3$ , la secuencia  $i, j, k$  puede darse en el orden  $1, 2, 3$  (ver Fig.7) ó  $2, 1, 3$  que están relacionados respectivamente con las zonas ZR y ZL de la Fig. 6.

En la Fig. 8 se muestran las intensidades de los campos  $\vec{E}_{HH}$ ,  $\vec{E}_{VV}$  y  $\vec{E}_{HV}$  dados por la ec. (11).

### III. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos presentado un método para el cálculo de la sección eficaz geométrica y la respuesta polarimétrica de un reflector de esquina de paneles triangulares. La generalización a paneles de forma arbitraria es inmediata. El método es válido para paneles homogéneos no conductores y longitudes de onda incidentes mucho menores que el tamaño típico del reflector. La respuesta polarimétrica calculada permitiría obtener la firma polarimétrica del blanco de calibración empleado.

### IV. REFERENCIAS

- 1 – F.T. Ulaby and C. Elachi, Eds., *Radar polarimetry for geoscience applications*, Norwood, Artech House, 1990.
- 2 – N. C. Curri, Ed., *Techniques of radar reflectivity measurement*, Norwood, Artech House, 1984.
- 3 – K. Sarabandi, IEEE Transactions on Antennas Propagat. **44**, 1348-1361 (1996). Optimum corner reflectors for calibration of imaging radars.
- 4 – M.H. Cohen and R. C. Fisher, IRE Transactions, Antennas and Propagat. 108-110, (1955). A dual-standard for radar echo measurements.
- 5 – E. Collet, *Polarized light: Fundamentals and Applications*, Marcel Dekker, New York, 1993.
- 6 – J. D. Jackson, *Electrodinámica Clásica*, Ed. Alambra, Madrid, 1980.
- 7 – S.E. Segre and V. Zanza. J. Opt. Soc. Am. A **20**, 1804-1811 (2003). Mueller calculus of polarization change in the cube-corner retroreflector.

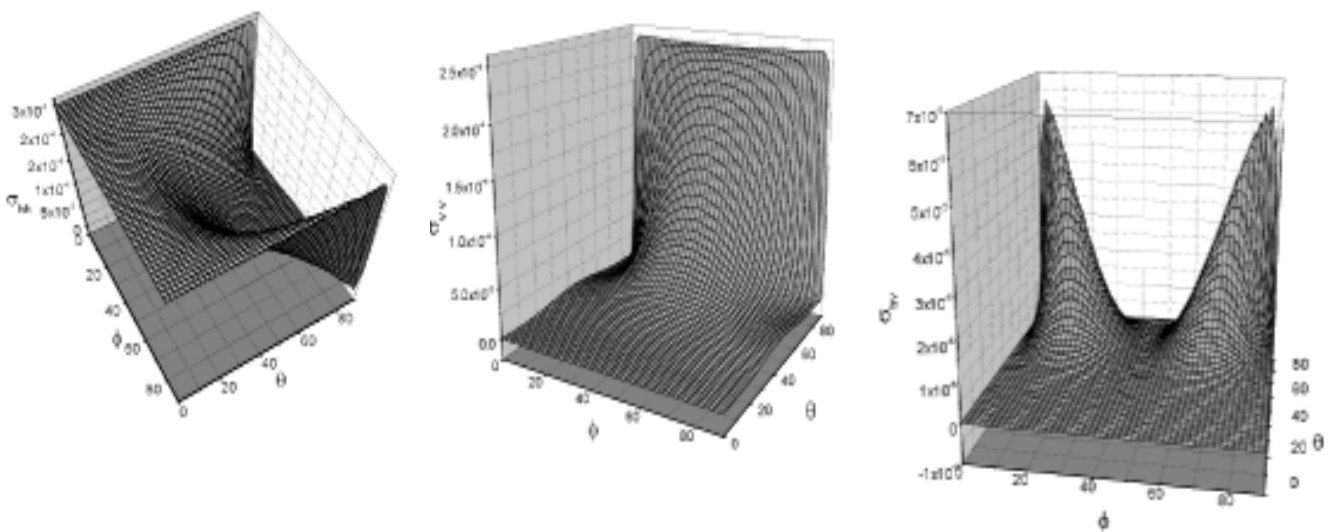


Figura 8. Respuestas en polarización no normalizadas HH, VV y HV (VH es idéntica a HV) del reflector de esquina de paneles triangulares y aristas iguales. El módulo del vector  $\vec{E}_O$  es unitario y en cada panel el índice empleado es  $n = 1.5$ .