

# APLICACIONES DEL ESTUDIO DE LAS ALAS DE ALFVÉN CON FUNCIONES CORRIENTE

## ALFVÉN WINGS ANALYSIS USING CURRENT FUNCTIONS METHODOLOGY - APPLICATIONS

P.A. Sallago\*

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas - Universidad Nacional de La Plata  
Paseo del Bosque s/n - (1900) -La Plata - Argentina  
*e-mail: pato@fcaglp.unlp.edu.ar*

Las alas de Alfvén son estructuras formadas por las ondas de Alfvén que se generan cuando una fuente conductora se mueve en un plasma magnetizado. En un trabajo anterior (Sallago, P. A. & A.M. Platzcek, J. Geophys. Res., 105, 27393, 2000) se ha mostrado que estas estructuras también existen cuando los campos de fondo no son uniformes sino que varían en una dirección rectilínea. En el presente trabajo se analizan en particular las alas de Alfvén producidas por las lunas galileanas Io, Europa y Calixto, las que poseen ionósfera, y por lo tanto es el conductor moviéndose en la magnetósfera de Júpiter. El campo de inducción magnética de Júpiter a la distancia correspondiente a la órbita de Io varía en dirección perpendicular a ésta y lo mismo sucede con la densidad y la presión del plasma. La dependencia espacial de los campos de fondo en el caso de las lunas galileanas Europa y Calixto es más compleja debido al cabeceo en la órbita. Además, en un trabajo anterior (Sallago, P. A. & A. M. Platzcek, J. Geophys. Res., 109, A04218, 2004) se ha mostrado que estas estructuras también existen cuando debido a las características de los plasmas debe tenerse en cuenta los efectos de los términos de Hall y gradiente de presión electrónica. En este caso, se analizan las alas generadas por los asteroides Ida y Gaspra en el viento solar. La trayectoria de la sonda Galileo ha realizado mediciones en las alas de Alfvén. Se comparan dichas mediciones, en particular del módulo del campo de inducción magnética, realizadas por la sonda con los resultados teóricos. Para ello se proponen modelos para la densidad de corriente en la dirección del ala, mientras que la dependencia espacial de los campos de fondo se obtiene a partir de observaciones de los mismos publicados por varios autores (Wolf-Gladrow, D. A. et al. J. Geophys. Res., 92, 9949, 1987). Cualitativamente los resultados teóricos se corresponden con los datos observacionales obtenidos del PDS/PPI.

Alfvén wings are structures builded up by the Alfvén waves generated by a conducting source moving in a magnetized plasma. In an earlier work (Sallago, P. A. & A. M. Platzcek, J. Geophys. Res., 105, 27393, 2000) it was showed that these structures also exist in nonuniform background fields, varying on a rectilinear variable. In the present paper it is analyzed Alfvén wings produced by the galilean moons Io, Europa and Callisto. They have ionosphere. Ionosphere plays the role of the conductor moving in the jovian magnetosphere. On the other hand, in other paper (Sallago, P. A. & A. M. Platzcek, J. Geophys. Res., 109,A04218, 2004) it was proved that Alfvén wings also exist in plasmas in which, due to their characteristics, the effects of the Hall and electronic pressure gradient terms must be taken into account in the Ohm's law. As examples of the later wings, it is analyzed the case of the wings generated by the asteroids Ida and Gaspra in the solar wind. In its trajectory, Galileo spacecraft has been performed measurements in the neighbourhood of all the above mentioned systems. Those measurements and the corresponding theoretical results are compared. A model for the current density in the direction of the Alfvén wing is proposed, whereas for the background fields, the geometrical dependence is taken from the data analyzed by other authors (Wolf - Gladrow, D. A. et al. J. Geophys. Res., 92, 9949, 1987). From a qualitative point of view, the observations made by Galileo spacecraft obtained from the PDS/PPI web-site and theoretical results match.

**keywords:** Alfvén wings - Galilean moons- asteroids- magnetohydrodynamics- Hall magnetohydrodynamics- current function

---

\* Autor a quién debe dirigirse la correspondencia.

## I. INTRODUCCIÓN

Las alas de Alfvén son estructuras formadas por las ondas de Alfvén que se generan cuando una fuente conductora se mueve en un plasma magnetizado. Dicha fuente produce en forma simultánea varios tipos de perturbaciones, algunas de ellas podrán ser analizadas en la aproximación magnetohidrodinámica y otras no. Las ondas de Alfvén son perturbaciones incompresibles, cuya velocidad de grupo en el sistema en que la fuente se encuentra en reposo es paralela al campo de inducción magnética de fondo, las perturbaciones en velocidad y campo de inducción magnética están relacionadas y, además, existe una cantidad física que permanece constante. Las ondas de Alfvén son particularmente interesantes ya que son las perturbaciones que transportan la energía en forma más eficiente<sup>(1)</sup> y, en sistemas reales, son las que experimentan menor atenuación<sup>(2)</sup>.

Este análisis se concentra exclusivamente en las estructuras llamadas "alas de Alfvén". Este es un fenómeno estacionario, que presenta una simetría, por lo que puede estudiarse con la metodología de funciones corriente con una variable ignorable. Utilizando las expresiones de los campos en términos de las funciones corriente se obtiene, partiendo de las ecuaciones de la MHD estacionaria, un sistema de ecuaciones entre jacobianos de las distintas magnitudes<sup>(3),(4),(5)</sup>. En un trabajo anterior se ha analizado las condiciones que deben satisfacer los campos de fondo para que sea posible el desarrollo de las alas de Alfvén, en el caso en que pueda considerarse ley de Ohm simple<sup>(6)</sup>.

Por otra parte, cuando debido a las características de los plasmas deben considerarse los términos de gradiente de presión electrónica y de Hall en la ley de Ohm, se ha mostrado que, bajo ciertas condiciones, también existen las alas de Alfvén<sup>(7)</sup>. Es conocido el hecho que las ondas linealizadas incompresibles con término de Hall son dispersivas. Sin embargo, se ha encontrado que no hay contradicción entre esto y la construcción de paquetes de ondas. Se pueden construir paquetes de ondas monocromáticas de manera que resulte su velocidad de grupo independiente del vector de ondas, como se ha probado en el trabajo mencionado anteriormente. En HMHD es posible también aplicar la metodología de funciones corriente que ha sido desarrollada por Palumbo (1993)<sup>(8)</sup>.

A continuación se resumen estos resultados.

## II. PROBLEMA CON LEY DE OHM SIMPLE

### Sistema de ecuaciones de la MHD con funciones corriente

Los problemas estacionarios en MHD con una variable ignorable pueden resolverse con la metodología de funciones corriente. Utilizando las expresiones de los campos en términos de las funciones corriente es

posible obtener, partiendo de las ecuaciones de la MHD estacionaria, un sistema de ecuaciones entre jacobianos de las distintas magnitudes. Cuando dicho sistema, es escrito en coordenadas curvilíneas generales  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , se reduce a:

$$[\chi, \psi] = 0, \quad (1)$$

$$[\chi, V_\gamma] + [B_\gamma, \psi]/4\pi = 0, \quad (2)$$

$$[\psi, V^\gamma] - [\chi, B^\gamma/\rho] = 0, \quad (3)$$

$$-[\chi, w^\gamma/\rho] + [\psi, J^\gamma/c\rho] - [B_\gamma, B^\gamma/\rho] - [p, 1/\rho] = 0. \quad (4)$$

El sistema de ecuaciones (ec. (1) - (ec. (3))) puede integrarse, obteniéndose las siguientes ecuaciones (ver<sup>(5)</sup>).

$$\chi = \chi(\psi), \quad (5)$$

$$F_1(\psi) = -V_\gamma \chi' + B_\gamma/4\pi, \quad (6)$$

$$F_2(\psi) = -V^\gamma \chi' + B^\gamma \chi'/\rho, \quad (7)$$

donde  $\chi' = d\chi/d\psi$ . Nótese que en este caso se tiene una única función corriente independiente,  $\psi$ . Mayores detalles en el desarrollo del sistema equivalente de ecuaciones de la MHD en función de las funciones corriente empleando la notación jacobiana pueden encontrarse en la tesis de Palumbo<sup>(8)</sup>.

### Condiciones sobre los campos de fondo

Cuando se escribe la ecuación de movimiento en coordenadas curvilíneas generales  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , para un problema estacionario, con  $\gamma$  la variable ignorable, expresada en función de las funciones corriente de las cantidades con divergencia nula, bajo la condición que la velocidad de grupo tenga componente no nula solamente en la dirección del ala ( $\gamma$ ), esto es que la velocidad de grupo de las ondas de Alfvén que forman el ala esté en la dirección del "eje" de la misma, ésta resulta en una ecuación,  $F_1(\psi) = \pm g\gamma\gamma F_2(\psi) (\rho/4\pi)^{1/2}$ , que impone restricciones sobre las posibles dependencias funcionales de  $g\gamma\gamma$ ,  $F_1$  y  $F_2$ . Ya que  $g\gamma\gamma$  y  $\psi$  no están relacionados, ésta ecuación puede satisfacerse sólo en dos casos: la componente  $g\gamma\gamma$  del tensor métrico es una constante, ó las  $F_1$  y  $F_2$  son funciones nulas. Esto implica una restricción sobre las formas de dependencia espacial de los campos de fondo que permiten la generación de alas de Alfvén. La forma de las alas se encuentra relacionada con la estructura de los campos de fondo. Es de interés de este trabajo sólo el primer caso: para que  $g\gamma\gamma$  sea constante, los sistemas de coordenadas deben ser o cartesianas o cilíndricas. En coordenadas cilíndricas  $(r, \phi, z)$ , se debe limitar el estudio a que  $r$  sea la coordenada ignorable, resultando que la velocidad de grupo  $V'_A$  está en la dirección del eje del cilindro, y cada una de las alas de Alfvén tiene forma de un cilindro cuya sección depende de la forma de la fuente. En el sistema en que la fuente se encuentra en reposo el problema puede considerarse estacionario con una simetría en un subespacio que

contiene al ala y no contiene a la fuente.

Son posibles diferentes configuraciones para los campos de fondo de acuerdo con la variable,  $r$ ,  $\phi$ , o  $f(r, \phi)$ , de la que dependen las funciones corriente. Para mayor detalle sobre el análisis de los campos de fondo ver <sup>(6)</sup>.

### Consideraciones para el problema de las alas de Alfvén en MHD en plasmas no uniformes

Supongamos que en un plasma magnetizado, totalmente ionizado en que los campos de fondo varían en la dirección  $y$ , existe un conductor que se mueve sobre el plano  $(x, z)$  con velocidad constante. El conductor generará ondas de Alfvén que bajo ciertas condiciones conformarán una, o dos, alas de Alfvén <sup>(9)</sup>. Las alas son estructuras cilíndricas, cuya sección depende de la forma de la fuente y cuyo eje coincide con la dirección de la velocidad de Alfvén  $\mathbf{V}'_A = \mathbf{V}_0 \pm \mathbf{B}_0 / (4\pi\rho_0)^{1/2}$ ; en ellas los campos de inducción magnética y velocidad toman valores diferentes a los del plasma de fondo. Para que sea posible la formación de alas de Alfvén en plasmas de fondo que varían en una dirección rectilínea, es necesario imponer una condición adicional a los campos de fondo:  $\mathbf{V}_0$  y  $\mathbf{B}_0$  deben variar con  $y$  de tal manera que

$$d\mathbf{V}'_A / dy \parallel \mathbf{V}'_A. \quad (8)$$

Se considera el signo (+) en la expresión de  $\mathbf{V}'_A$ , esto corresponde a la solución del problema para un ala, llamada ala "norte". Si se define una superficie de separación para el espacio, de tal manera que para algún  $y$ ,  $\mathbf{V}_0$  y la dirección  $y$  estén contenidas en esta superficie y tal que la misma toque a la fuente en un solo punto, se puede dividir el espacio en dos regiones, una conteniendo a un ala y otra conteniendo a la fuente. En la primer región, la dirección de la velocidad de grupo es una dirección invariante. Si se eligen coordenadas cartesianas  $(\xi, \eta, \zeta)$  con  $\zeta$  en la dirección de  $\mathbf{V}'_A$  y con  $\eta$  coincidente con  $y$ ,  $\zeta$  resulta la variable ignorable, y  $\mathbf{V}'_A \xi = \mathbf{V}'_A \eta = 0$ . Un análisis similar puede llevarse a cabo para el otro signo de la velocidad de grupo, esto es para la otra ala, si existe. Para mayores detalles de la solución de las alas de Alfvén y su estrategia constructiva ver <sup>(6)</sup>, <sup>(9)</sup>.

### III. PROBLEMA CON GRADIENTE DE PRESIÓN ELECTRÓNICA Y TÉRMINO DE HALL CON FUNCIONES CORRIENTE

#### Sistema de ecuaciones de la MHD con gradiente de presión electrónica y término de Hall con funciones corriente

En estas condiciones pueden definirse funciones corriente para todas las magnitudes de divergencia nula; la metodología de funciones corriente para los problemas estacionarios con una simetría, cuando se consideran los términos de gradiente de presión electrónica y de Hall, fue desarrollada por Palumbo <sup>(8)</sup>. En este caso existen dos funciones corriente

independientes  $\psi$  y  $\chi$ . De las ecuaciones de la HMHD se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones equivalentes:

$$\chi - \varepsilon B_\zeta / 4\pi = G_1(\psi), \quad (9)$$

$$\psi + \varepsilon V_\zeta = G_2(\chi), \quad (10)$$

$$-V_\zeta + G'_1 B_\zeta / \rho_0 + \varepsilon J_\zeta / (c \rho_0) = G_3(\psi), \quad (11)$$

$$-G'_2 V_\zeta + B_\zeta / \rho_0 + \varepsilon w_\zeta / \rho_0 = G_4(\chi). \quad (12)$$

Donde  $G_1, G_2, G_3$  y  $G_4$  son funciones arbitrarias, a diferentes situaciones físicas les corresponden distintas relaciones funcionales (para mayores detalles ver <sup>(8)</sup>).

### Consideraciones para el problema de las alas de Alfvén en HMHD

La velocidad de grupo de las ondas de Alfvén de amplitud finita, cuando el gradiente de presión electrónica y el término de Hall de la ley de Ohm deben tenerse en cuenta, para "polarización" circular derecha, tiene la siguiente expresión

$$\mathbf{V}'_A H = \mathbf{V}_0 + \varepsilon \mathbf{b} \mathbf{B}_0 / (8 \pi \rho_0) + \pm \left\{ \left[ |\mathbf{B}_0|^2 / (4 \pi \rho_0) \right] + \left[ \varepsilon \mathbf{b} \mathbf{B}_0 / (8 \pi \rho_0) \right]^2 \right\}^{1/2} \mathbf{B}_0 / |\mathbf{B}_0|,$$

donde  $\varepsilon = m^+ c / e$ . Se considerará en adelante el signo (+) de  $\mathbf{V}'_A H$ . Luego de definir una superficie de separación de manera que pueda dividirse el espacio en dos regiones, una conteniendo la fuente y otra conteniendo el ala, en ésta última región la dirección de la velocidad de grupo  $\mathbf{V}'_A H$  es invariante. Se eligen coordenadas cartesianas  $(\xi, \eta, \zeta)$  con  $\zeta$  en la dirección de  $\mathbf{V}'_A H$ , tal que  $\zeta$  se convierte en la variable ignorable y  $\mathbf{V}'_A \xi H = \mathbf{V}'_A \eta H = 0$ . Para mayores detalles acerca de la deducción de la condición de "polarización", la cantidad que permanece constante en la región perturbada llamada presión generalizada, y sobre la solución de las alas de Alfvén y su estrategia constructiva ver <sup>(7)</sup>.

### IV. COMPARACIÓN CON LAS OBSERVACIONES

Para efectuar una aplicación práctica a algún sistema concreto en el que se produzcan alas de Alfvén, primero debe analizarse la viabilidad de aplicación de la aproximación magnetohidrodinámica. Para esto debe considerarse, fundamentalmente, si la longitud característica del problema es mayor que la longitud de Debye  $\lambda_D$ . Al tratarse de un fenómeno estacionario puede decirse que la escala de tiempo del problema es mucho mayor que cualquier otra escala de tiempo. Además, si las velocidades que caracterizan al problema son mucho menores que  $c$  se está dentro de las condiciones de aplicabilidad de la aproximación magnetohidrodinámica. Posteriormente debe analizarse el valor del número de Reynolds magnético  $R_m$  para evaluar si se considera MHD ideal  $R_m \gg 1$  o disipativa. Finalmente, debe examinarse el valor de  $\Omega e \tau_{ei}$  para determinar si se tiene en cuenta el término de Hall ( $\Omega e \tau_{ei} \gg 1$ ) y si los términos de ionización parcial de la ley de Ohm son

despreciables.

Cabe señalar que los valores de  $|B|$  medidos por la sonda Galileo tienen una densidad de muestras heterogénea dependiendo del interés del experimento particular realizado por NASA en cada intervalo, en los gráficos que se mostrarán se representan lecturas instantáneas con una densidad de muestreo adecuada, tal que permita identificar la tendencia del comportamiento de  $|B|$ .

### Lunas galileanas

Se analizan en particular los encuentros de la sonda Galileo y las lunas galileanas Io (7/12/95), Europa (19/12/96) y Calixto (4/11/96), los datos se encuentran en la web en el sitio <http://www.igpp.ucla.edu> del PDS/PPI. Los datos de interés correspondientes a las lunas Io, Europa y Calixto se encuentran en tabla 1. La inclinación de la órbita de Io es de 0.04 grados, la de Europa es de 0.47 grados, y la de Calixto es de 0.281. Se toma el sistema de referencias centrado en cada luna tal que  $x$  apunta en la dirección de corotación del plasma,  $z$  es paralelo al eje de rotación de Júpiter e  $y$  completa la terna derecha, apunta hacia Júpiter y yace sobre el plano de la órbita de cada luna.

Como antecedentes del estudio de la formación de alas de Alfvén en el sistema de lunas galileanas moviéndose en la magnetósfera de Júpiter, puede mencionarse los trabajos de Wolf-Gladrow et al. (1987)<sup>(10)</sup>, Bagenal (1997)<sup>(11)</sup>, Frank, L. A. & W. R. Paterson<sup>(12)</sup>, Saur et al. (1998)<sup>(13)</sup>, Neubauer (1999)<sup>(14)</sup>. De todas las lunas galileanas, Io es la que orbita más cercana a Júpiter. Debido a su ionósfera, Io es un conductor que se mueve en un plasma magnetizado, la magnetósfera joviana. Wolf-Gladrow et al. (1987)<sup>(10)</sup> han estudiado las alas de Alfvén que se forman debido al movimiento de Io, la luna joviana interior, en la magnetósfera de Júpiter mediante la información registrada por la sonda Voyager. Bagenal (1997)<sup>(11)</sup> ha estudiado los datos registrados por Galileo en las proximidades de Io, para sus deducciones propone densidad número  $n = 3700/\text{cm}^3$  velocidad del plasma de la magnetósfera joviana relativo a Io  $V_{0X} = 57 \text{ km/s}$ , campo de inducción magnética de Júpiter a la distancia de la órbita de Io  $B_{0Z} = -1600 \text{ nT}$ .

Se sabe que Europa y Calixto tienen ionósfera<sup>(13)</sup>, en consecuencia, constituyen un sistema del tipo de un conductor que se mueve en un plasma magnetizado, la magnetósfera joviana. Neubauer (1999)<sup>(14)</sup> ha estudiado los datos obtenidos por la sonda Galileo en su aproximación a Europa y Calixto, y ha propuesto para la velocidad del plasma de Júpiter relativo al movimiento orbital de estas lunas que el valor del número de Mach-Alfvén es tal que  $M_A \ll 1$ , además tiene en cuenta tanto el cabeceo de la órbita de estas lunas respecto al ecuador joviano como la posibilidad de campos inducidos. Además propone que el plasma joviano sea de bajo  $\beta$ .

Para el análisis de los datos de Europa y Calixto, en particular del campo de inducción magnética,

se debe considerado que su órbita se desarrolla sobre el ecuador joviano con un cabeceo de la misma en  $\pm\phi^*$ , se ha tomado el sistema de coordenadas cartesianas centrado en cada una de las lunas, con  $y$  apuntando hacia Júpiter. Sólo puede inferirse de las observaciones de  $|B|$  que alguna dependencia espacial del campo de fondo debe existir, pero no relacionada con la contribución de origen interno del campo magnético joviano, sino con algún sistema de corrientes que algunos autores proponen con ubicación próxima a la órbita de Io, llamado plasma-torus, similar a las producidas en la Tierra por el cinturón de van Allen.

En el presente trabajo se analiza en particular el módulo del campo de inducción magnética. Para el caso de Io, se considera  $n = 3700/\text{cm}^3$ . Se toma  $V_{0X} = 57 \text{ km/s}$ ,  $B_{0Z}/(4\pi\rho_0)^{1/2} = -180 \text{ km/s}$ . El campo de inducción magnética de Júpiter, en las proximidades de la órbita de Io, se considera dependiente espacialmente de la coordenada  $y$  solamente en la forma lineal,  $\mathbf{B}_0 = -B_{\{C\}}(1 + y/y_c) \mathbf{k}$ , donde  $y_c$  es un valor crítico que asegura que el modelo sea físico. Para la densidad de corriente, en la dirección de una de las alas ( $\zeta$ ), se propone el modelo  $J_1 \zeta = J_c(1 - 3r/2R_c)$ , donde  $R_c$  es el radio del ala, correspondiente al radio de Io más el espesor de su ionósfera (del orden de los 100 km) y  $J_c$  es un valor que permite que el flujo magnético se encuentre acotado, que surge del hecho de que la derivada convectiva de  $\psi$  es nula, resultando para el módulo del campo de inducción perturbado por el ala la relación  $|B|^2 = -B_c \psi(\xi, \eta) [1 + B_c^2/(V_c^2 4\pi \rho_c)]^{1/2} 1/y_c$ , donde  $V_c$  y  $\rho_c$  son constantes positivas correspondientes al modelo de los campos de fondo. Con estas constantes se calcularon los resultados teóricos de módulo del campo de inducción magnética  $|B|$  en una sección del ala. Luego se tomaron los valores que corresponderían a la trayectoria de la sonda Galileo. Se encuentra que Galileo ha detectado el ala sur. En general el comportamiento cualitativamente se corresponde con los datos observacionales dados por otros autores<sup>(11), (12)</sup> a pesar de haber usado una dependencia espacial sencilla para los campos de fondo.

Durante el paso de la sonda Galileo en las proximidades de Europa y Calixto en las órbitas conocidas como E4 y C3, (ver fechas), el cabeceo en las órbitas puede ser ignorado y el modelo para el campo de inducción magnética de fondo puede considerarse como una primera y rudimentaria aproximación, uno con una dependencia espacial similar al del modelo para Io. Para el caso de Europa se considera<sup>(15)</sup>  $n = 10^3/\text{cm}^3$ . Se toma  $V_{0X} = 60 \text{ km/s}$ ,  $V_{0Y} = 60 \text{ km/s}$ ,  $B_{0X}/(4\pi\rho_0)^{1/2} = 10 \text{ km/s}$ ,  $B_{0Y}/(4\pi\rho_0)^{1/2} = -20 \text{ km/s}$ ,  $B_{0Z}/(4\pi\rho_0)^{1/2} = -70 \text{ km/s}$ . Se encuentra que Galileo ha detectado el ala norte.

Para el caso de Calixto se considera<sup>(15)</sup>  $n = 10/\text{cm}^3$ . Se toma  $V_{0X} = 130 \text{ km/s}$ ,  $B_{0X}/(4\pi\rho_0)^{1/2} = -30 \text{ km/s}$ ,  $B_{0Y}/(4\pi\rho_0)^{1/2} = -220 \text{ km/s}$ ,  $B_{0Z}/(4\pi\rho_0)^{1/2} =$

- 40 km/s. Se encuentra que Galileo ha detectado el ala sur. El procedimiento de comparación es el mismo que el realizado para el caso de Io. Ver gráficos de los valores medidos y de los valores teóricos del  $|B|$  en figuras 1 y 2.

### Asteroides

Se analizan los encuentros de la sonda Galileo y los asteroides Ida (28/8/93) y Gaspra (29/10/91); hay que tener en cuenta que los encuentros con los asteroides corresponden a épocas de actividad solar diferentes para la consideración de los valores de intensidad del viento solar y densidad de partículas de los modelos disponibles. Se toma el sistema de referencias solar eclíptico centrado en cada el asteroide (CSE), (donde  $x$  apunta hacia el sol e  $y$  se encuentra sobre la eclíptica). Se detallan algunos datos de interés de estos asteroides en tabla 2.

Como antecedentes del estudio de la interacción del viento solar con asteroides, puede mencionarse que, según Wang & Kivelson (1996)<sup>(16)</sup>, la densidad número del plasma del viento solar a la distancia de las órbitas de Ida y Gaspra (en la región de asteroides entre Marte y Júpiter) es del orden de  $n=1/\text{cm}^3$  y el valor de  $M_A$  varía entre 8 y 10. Aunque, según Baumgärtel et al. (1996)<sup>(17)</sup>, podría considerarse que el número de Mach-Alfvén varía entre 5 y 8. El campo de inducción magnética, (CSE), tiene componentes  $B_{0X} = 4 \text{ nT}$  y  $B_{0Y} = 3 \text{ nT}$ . Wang & Kivelson (1996)<sup>(16), (18), (19)</sup> han hallado que, en la aproximación de plasma frío, la mayor velocidad de grupo que pueden obtener es del orden de los  $27.8 B_0/(4\pi\rho_0)^{1/2}$ . Ellos consideraron que se trataba de un ala de whistler. El problema que se enfrentan es que no pueden explicar las dimensiones del ala, ni la distancia a la que es detectada. Respecto de las dimensiones del ala, ellos admiten que, como éstos asteroides son metálicos, pueden encontrarse rodeados por un escudo de cargas que aumente la dimensión de la fuente. Teniendo este hecho en cuenta, el problema persiste ya que no podría llegar a 100 veces la dimensión del asteroide. Además, a la distancia que las señales son detectadas, los whistlers deberían haber perdido su energía.

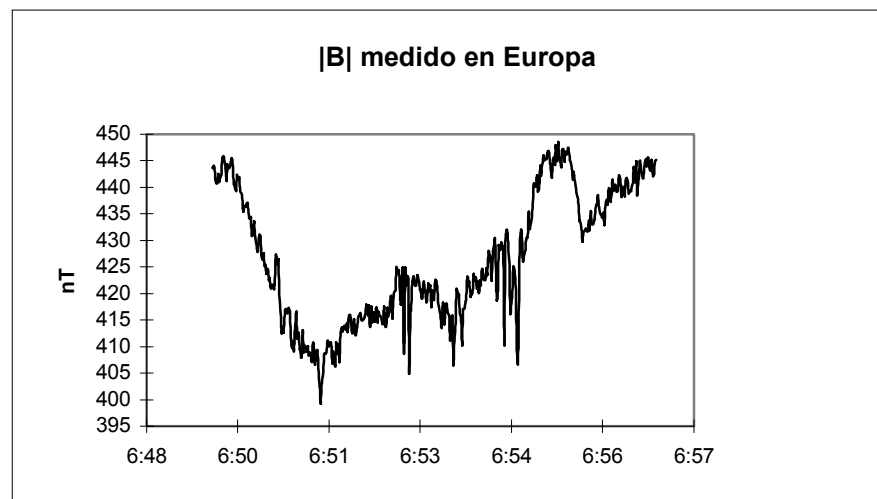
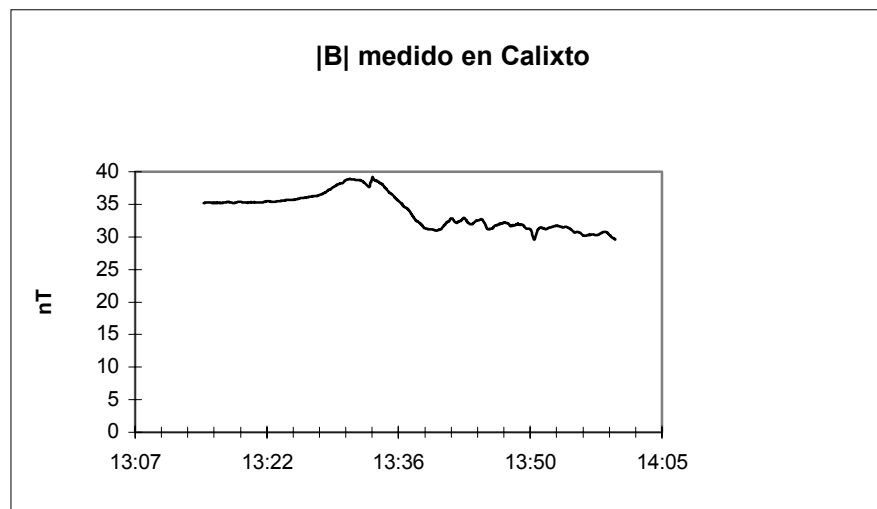
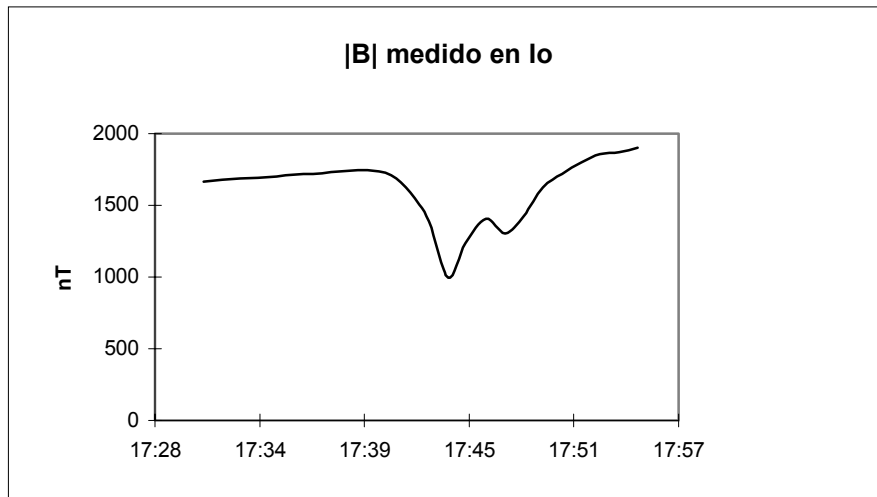
En el presente trabajo se comienza por obtener una confirmación en particular importante para poder realizar el estudio de las alas de Alfvén de estos asteroides en la aproximación MHD: la longitud de Debye es del orden de las decenas de metros para los electrones, mientras que la longitud característica del problema se encuentra en el orden de la decena de kilómetros. La contribución del término  $\varepsilon b / (8 \pi \rho_0)$  es aproximadamente 17 veces la de  $1/(4\pi\rho_0)^{1/2}$ , ésto remarca la importancia de la contribución del término de Hall en el cálculo de la velocidad de grupo. Ya que debe considerarse un aumento en la escala de longitud de la fuente por la formación del escudo de cargas, se tomará una contribución menor, del orden de 5 veces la contribu-

ción del término  $\varepsilon b / (8 \pi \rho_0)$  respecto de la contribución de  $1/(4\pi\rho_0)^{1/2}$ , ésto es tomar el triple del tamaño de la fuente. Al aumentar la escala de la fuente, se refuerza el hecho de poder estudiar este problema en la aproximación MHD.

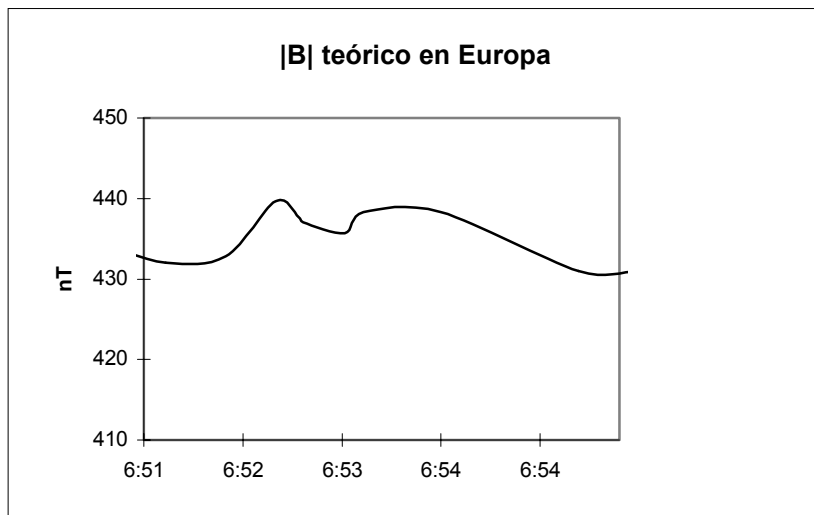
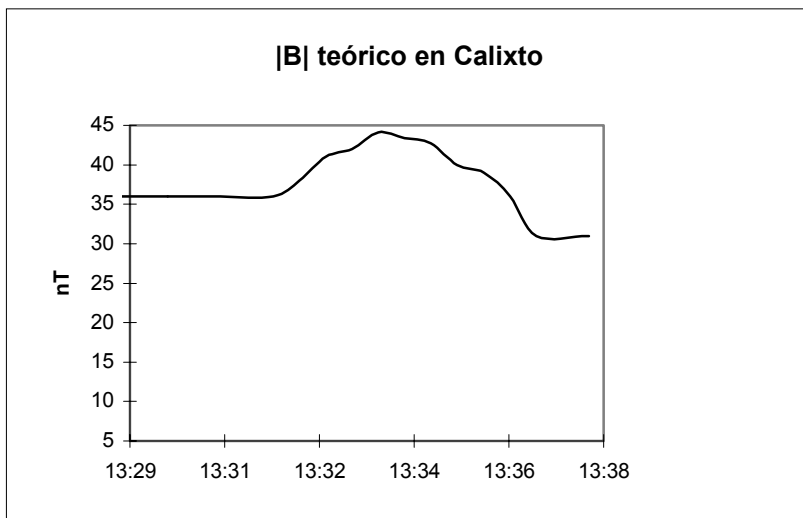
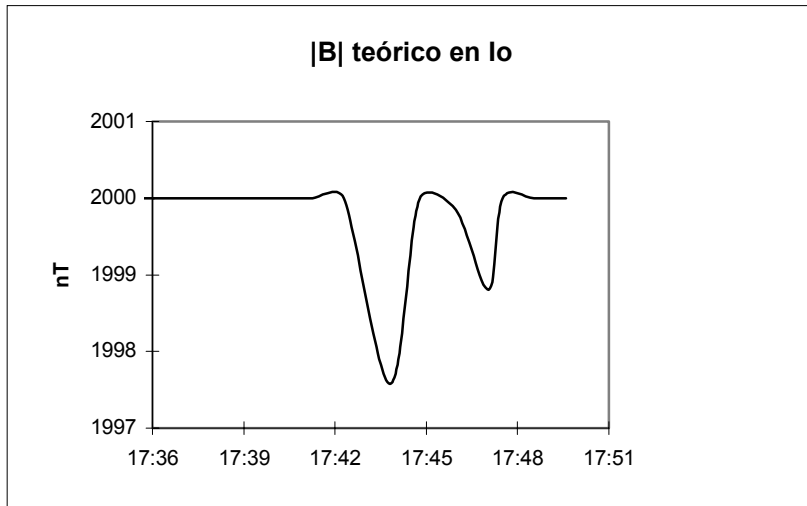
Para cada ala se tienen dos polarizaciones posibles, por lo que puede darse tanto la existencia de alas "norte" destrógira y levógira, como de alas "sur" destrógira y levógira, donde "norte" y "sur" es relativo al signo superior o inferior en la ecuación de la velocidad de grupo,  $V'_{AH}$ . Es importante notar que dependiendo de las direcciones que se tomen para la velocidad y el campo de inducción magnética de fondo es posible explicar el hecho que Galileo haya comenzado a detectar las alas de Alfvén mientras se aproximaba a Ida en la región  $x > 0$ , mientras que en Gaspra las ha detectado en la zona  $x < 0$ . Una selección natural del signo de la polarización está dada para el caso en que, con alguna de ellas, la velocidad de grupo de las ondas de Alfvén que conforman las alas fuera un valor cercano a  $c$ ; en este caso ya no será válida la aproximación MHD y esa "ala" resultará "descartada" (algo similar a lo que sucede con los whistlers para los que sólo es posible la propagación con una polarización en la aproximación de plasma frío).

Se propone para el caso del asteroide Gaspra  $V_{0X} = -500 \text{ km/s}$ ,  $B_{0Y}/(4\pi\rho_0)^{1/2} = 20 \text{ km/s}$ . Sólo dos alas pueden ser detectadas en la trayectoria de Galileo, las correspondientes a polarización izquierda-sur y polarización derecha-sur. Para el caso del asteroide Ida se propone que  $V_{0X} = -150 \text{ km/s}$ ,  $B_{0X}/(4\pi\rho_0)^{1/2} = 40 \text{ km/s}$ ,  $B_{0Y}/(4\pi\rho_0)^{1/2} = -60 \text{ km/s}$ . Como resultado se obtiene que sólo son detectables por la sonda en su trayectoria, las alas correspondientes a derecha-norte e izquierda-norte. El resultado más importante es que se puede explicar la detección del ala en la región anterior a la posición del asteroide, porque las direcciones de las alas de Alfvén en MHD y en HMHD pueden ser muy diferentes, como se confirma en este caso. Ver esquema mostrando la dirección de la velocidad de grupo de las ondas de Alfvén cuando se considera el término de Hall para el ejemplo de los asteroides en figuras 3 y 4.

Resta proponer un modelo para la densidad de corriente en la dirección de una de las alas, ( $\zeta$ ), una función del tipo:  $J_1\zeta = a_0 J_0(\text{br}) + a_1 J_1(\text{br})\cos(\theta + \alpha_1)$ , donde  $J_0$  y  $J_1$ , son las funciones de Bessel de orden cero y uno,  $a_0$  y  $a_1$  son constantes que aseguran que la solución sea acotada y surgen del hecho que la función corriente  $\chi$  tiene derivada convectiva nula. Ver gráficos de los valores de  $|B|$  medidos en figura 5, y de los valores de  $|B|$  calculados en figura 6.



*Figura 1*



*Figura 2*

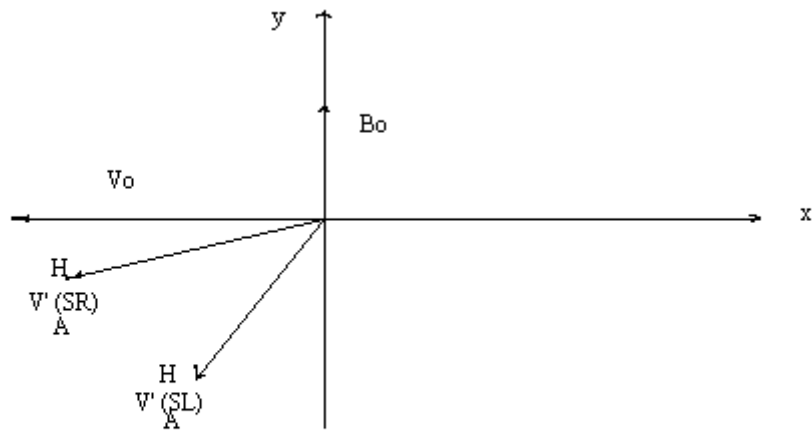


Figura 3: Esquema mostrando la dirección de la velocidad de grupo de las ondas de Alfvén cuando se considera el término de Hall, para el ejemplo del asteroide Gaspra.

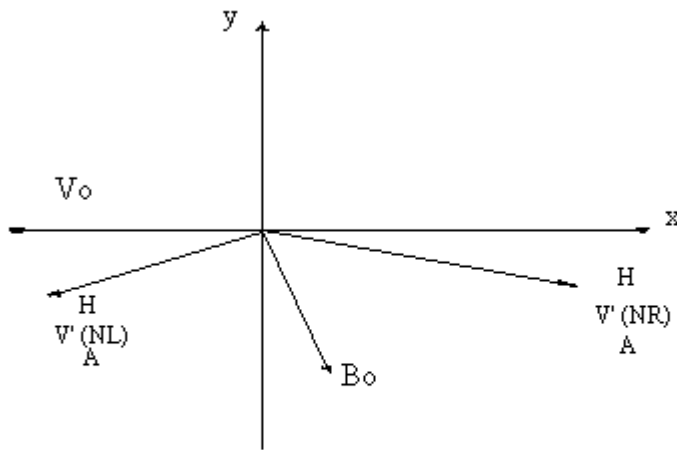
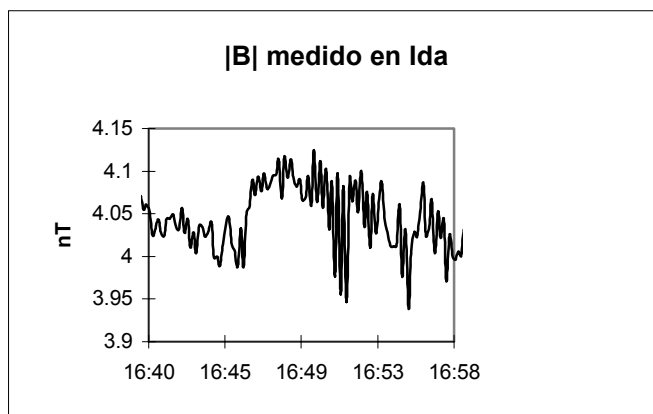
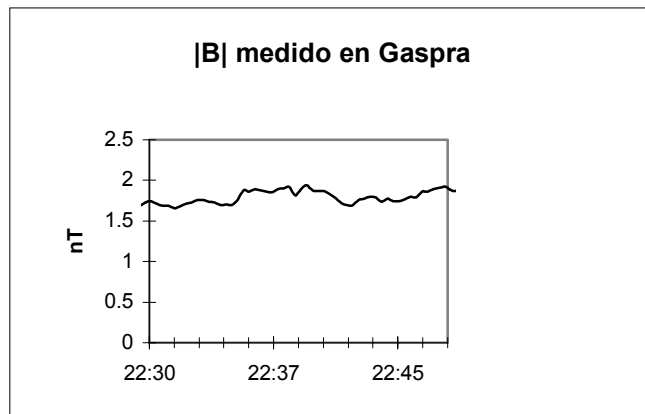
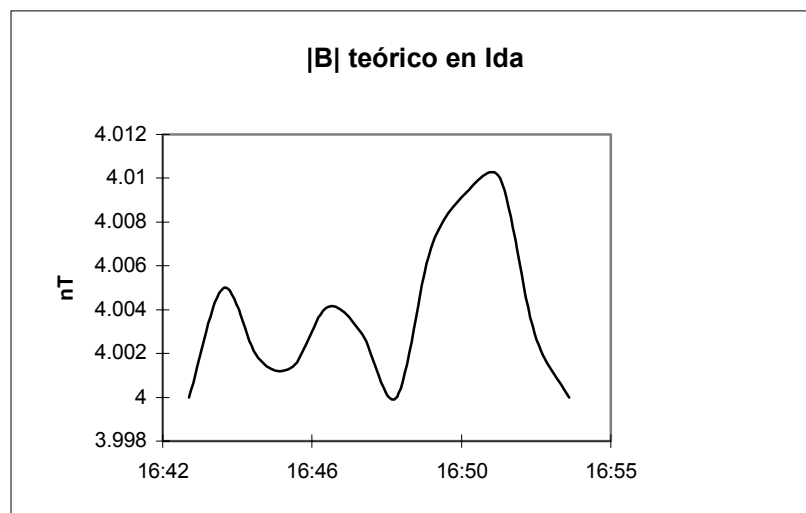
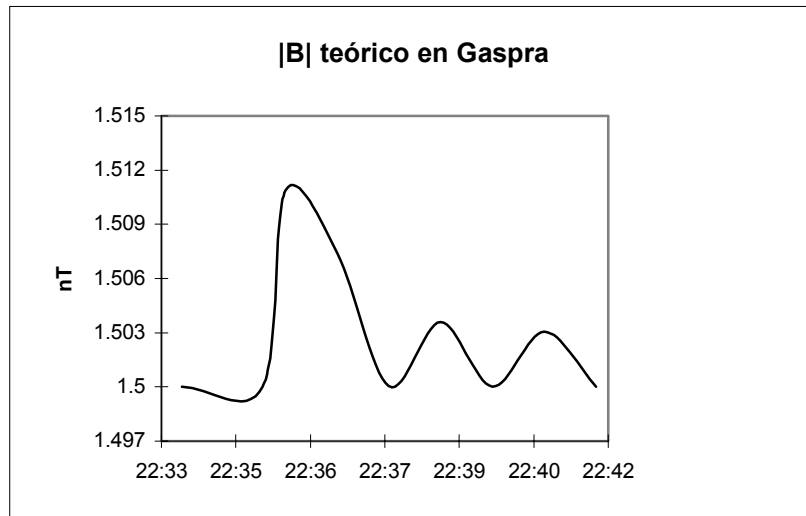


Figura 4 : Esquema mostrando la dirección de la velocidad de grupo de las ondas de Alfvén cuando se tiene en cuenta el término de Hall, para el ejemplo del asteroide Ida.





*Figura 5*



*Figura 6*

TABLA 1:

satélite	radio [km]	Distancia de Júpiter [RJ]	Velocidad en la órbita [km/s]
Io	1815	5.9	17.34
Europa	1569	9.5	13.74
Calixto	2403	26.6	8.21

datos provenientes de <http://www2.jpl.nasa.gov>

TABLA 2:

asteroide	Dimensión mayor [km]	T Rotación [hs]	T Orbital [años]	Eje semimayor [AU]	Inc. Orbital [grados]
Ida	58	4.633	4.84	2.861	1.14
Gaspra	19	7.042	3.29	2.209	4.10

datos provenientes de <http://www2.jpl.nasa.gov>

## V. CONCLUSIONES

Según los resultados teóricos de <sup>(6)</sup>, <sup>(9)</sup>, al considerar las alas de Alfvén en campos no uniformes el  $|B|$  dentro del ala no es más igual a  $|B_0|$  en el mismo punto, como ocurre en el caso de las alas de Alfvén en campos uniformes. Lo que sucede es que un dado elemento de plasma conserva el valor de  $|B|$  que tenía antes de ingresar en el ala. Esto lleva a que  $|B|$  presente una variación espacial diferente a  $|B_0|$ . El resultado más relevante de la presente comparación con datos observacionales es la verificación de éste hecho en los casos de las lunas jovianas Io, Europa y Calixto, aunque para estas últimas dos debe ajustarse el modelo para la densidad de corriente en la dirección del ala y, por lo tanto, resulta necesario un mayor análisis.

Asimismo, según los resultados teóricos de <sup>(7)</sup>, la velocidad de grupo de las ondas de Alfvén con término de Hall y, en consiguiente, la dirección de las alas de Alfvén en HMHD tienen distinta dirección que la velocidad de Alfvén, además puede presentar polarización circular derecha e izquierda para cada ala. El resultado más relevante de la presente comparación con datos observacionales es la verificación de éste hecho para los asteroides Ida y Gaspra, pudiéndose explicar las direcciones en las que la sonda detectó las señales provenientes de las perturbaciones. El objetivo de un futuro trabajo se centrará en el ajuste del modelo de la densidad de corriente en la dirección del ala.

## Referencias

1- Priest, E. R., Solar Magnetohydrodynamics, Reidel Publ. Company; London, (1982).

- 2- Mc Kee, C. F. & E. G. Zweibel, Alfvén waves in interstellar gasdynamics, *Astrophys. J.*, **440**, 686-696, (1995).
- 3- Tsinganos, K. C., magnetohydrodynamic equilibrium. II General integrals of the equations with one ignorable coordinate, *Astrophys. J.*, **252**, 775-790, (1982).
- 4- Agim, Y. Z. & J. A. Tataronis, General two-dimensional magnetohydrodynamic equilibria with mass flow, *J. Plasma Phys.*, **34**, 337-360, (1985).
- 5- Palumbo, L. J. & A. M. Platzek, Magnetically confined plasma flows with helical symmetry, *J. Plasma Phys.*, **60**, 449-467, (1998).
- 6- Sallago, P. A. & A. M. Platzek, Alfvén wings in nonuniform plasmas: Analysis using curvilinear coordinates, *J. Plasma Phys.*, vol. **67**, part 5, 321-328, (2002).
- 7- Sallago, P. A. & A. M. Platzek, Alfvén waves and wings in Hall magnetohydrodynamics, *J. Geophys. Res.*, **109**, A04218, 1-7, (2004).
- 8- Palumbo, L. J., 1993, Término de Hall y Simetría Helicoidal en flujos MHD Estacionarios, tesis doctoral, biblioteca de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, UNLP, (1993).
- 9- Sallago, P. A. & A. M. Platzek, Alfvén waves and wings in nonuniform plasmas, *J. Geophys. Res.*, **105**, 27393-27400, (2000).
- 10- Wolf-Gladrow, D. A., F. M. Neubauer & M. Lusse, Io's interaction with the plasma torus; a self consistent model, *J. Geophys. Res.*, **92**, 9949-9961, (1987).
- 11- Bagenal, F., The ionization source near Io from Galileo wake data, *Geophys. Res. Lett.*, **17**, 2111-2114, (1997).
- 12- Frank, L. A. & W. R. Paterson, Intense electron beams observed at Io with the Galileo spacecraft, *J. Geophys. Res.*, **104**, 28657-28669, (1999).
- 13- Saur, J., D. F. Strobel & F. M. Neubauer, Interaction of the jovian magnetosphere with Europa: Constraints on the

- neutral atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **103**, 19947-19962, (1998).
- 14- Neubauer, F. M., Alfvén wings and electromagnetic induction in the interiors: Europa and Callisto, *J. Geophys. Res.*, **104**, 28671- 28684, (1999).
- 15- McNutt, R. L., J. W. Belcher & H. S. Bridge, Positive ion observations in the middle magnetosphere of Jupiter, *J. Geophys. Res.*, **86**,8319-8342, (1981).
- 16- Wang, Z.& M. G. Kivelson, Asteroid interaction with solar wind, *J. Geophys. Res.*, **101**,24479-24493, (1996).
- 17- Baumgärtel, K., K. Sauer & T.R. Story, Comment on "The whistler-mode bow wave of an asteroid" by D.A. Gurnett, *J. Geophys. Res.* **101**, 24495-24498, (1996).
- 18- Kivelson, M. G., Z. Wang, S. Joy, K. K.Khurana, C. Polanskey, D.J. Southwood, & R.J. Walker, Solar wind interaction with small bodies: 1.Whistler wing signatures near Galileo's closest approach to Gaspra and Ida, *Adv. in Space Res.*, vol **16** , num 4, 47-57, (1995).
- 19- Kivelson, M. G., L. F. Bargatze, D.J. Southwood, R.J. Walker, & P.J. Coleman, Magnetic signatures near Galileo's closest approach to Gaspra, *Science*, **261**, 331-334, (1993).