

# FLUCTUACIONES DE LA CONDUCTANCIA EN CONDUCTORES UNIDIMENSIONALES

J. L.D'Amato y H.M. Pastawski  
INTEC. Güemes 3450, 3000 Santa Fe

Se presenta un estudio de las fluctuaciones de la conductancia  $G$  en conductores unidimensionales incluyendo desorden y procesos inelásticos utilizando el formalismo de Landauer. Los procesos inelásticos se introducen conectando conductores adicionales a la muestra como fue propuesto por Büttiker. Mostramos que mediante una adecuada definición de los mismos su efecto es equivalente a un potencial imaginario en los niveles de energía del conductor. Se considera la influencia de estos procesos en diferentes condiciones de desorden.

Hoy es técnicamente posible medir la resistencia de conductores en escalas de longitud del orden de la longitud de relajación de los electrones. Este hecho hace que los fenómenos de interferencia cuántica no puedan despreciarse en contraste con los sistemas macroscópicos. La observación del efecto Aharonov-Bohm en anillos metálicos es una muestra irrefutable de este hecho. Un marco teórico adecuado para la descripción del transporte electrónico en estas escalas es el formalismo de Landauer<sup>1</sup>. Este describe la conductancia en función de las probabilidades de transmisión entre los conductores conectados a la muestra y permite comprender diversos fenómenos observados en sistemas submicrónicos. Sin embargo, una de las suposiciones del mismo es que los electrones sólo sufren colisiones elásticas dentro de la muestra. Recientemente se ha propuesto que los procesos inelásticos pueden incluirse conectando conductores adicionales unidos a reservorios de electrones<sup>2</sup>. En este trabajo mostramos cómo pueden modelarse estos conductores de tal forma que su efecto es equivalente al de un potencial imaginario. Esto permite definir un tiempo de colisión inelástica  $\tau_{in}$  y estudiar cómo modifica el mismo las propiedades de transporte. En la presente comunicación presentamos los resultados obtenidos en sistemas unidimensionales.

El modelo corresponde a la Fig. 1. Se emplean Hamiltonianos discretizados para simular todos los conductores. La región desordenada se extiende desde el sitio 1 al sitio  $N$  ( $L = Na$ ). Las energías de sitio toman valores aleatorios en el intervalo  $[-W/2, W/2]$ . La región se conecta por medio de dos conductores perfectos de ancho de banda  $4V$  (canales 0 y  $N + 1$ ) a dos reservorios de electrones. Estos introducen y extraen portadores del sistema. Para incluir procesos inelásticos se conectan a cada sitio conductores ordenados unidos a reservorios (canales  $1, \dots, N$ )<sup>2</sup> El ancho de banda de estos conductores

es  $4\eta$  y sus energías de sitio, aunque iguales, son diferentes de cero. Por ahora las llamaremos  $E_r$ . La conductancia del sistema se obtiene mediante las probabilidades de transmisión  $T_{i,j}$  desde el canal  $j$  al canal  $i$  y de reflexión  $R_{j,j}$  en el mismo canal  $j$ . El requisito fundamental para obtener la misma es la imposición de la conservación de la corriente en la muestra<sup>2</sup>. La corriente neta no local está dada por  $I = (2e^2/h) T_{ef} (\mu_L - \mu_R)$  donde  $T_{ef} = T_{N+1,0} + \sum_{i,j} W_{i,j}^{-1} T_{j,0}$ .  $W^{-1}$  es la matriz inversa de la matriz  $W$  cuyos elementos diagonales son  $1 - R_{i,i}$  y los no diagonales  $-T_{i,j}$ . La caída de voltaje  $eV$  corresponde a la diferencia de potencial electroquímico  $eV = \mu_A - \mu_B = (1 - T_{ef}) (\mu_L - \mu_R)$  de dos conductores debilmente acoplados a los canales 0 y  $N + 1$ <sup>3</sup>. El resultado final para la conductancia es  $G = (2e^2/h) T_{ef} / (1 - T_{ef})$ , muy similar a la fórmula de Landauer original. Debe notarse que aunque ésta es independiente de la descripción de los conductores, los coeficientes  $T_{i,j}$  y  $R_{i,i}$  dependen de los mismos. Es justamente esta característica la que utilizaremos para describir de una manera simple los eventos inelásticos en la muestra. El punto clave de los conductores adicionales es que extraen portadores del sistema. Los reservorios devuelven estos portadores pero incoherentemente. Cuando más portadores extraigan, más incoherencia introducen en el transporte. Este hecho está íntimamente relacionado a la perturbación con que afectan al sitio al que están unidos, que corresponde a la autoenergía  $\Sigma_r = (E - E_r) / 2 - i \sqrt{\eta^2 - ((E - E_r) / 2)^2}$ . Definiendo  $E_r$  igual a la energía de Fermi,  $E$  la autoenergía,  $\Sigma_j = -i\eta$  es equivalente a un potencial imaginario. De esta forma los estados no son renormalizados por la parte real de  $\Sigma$  y se puede definir un tiempo de colisión inelástica  $\eta = h / 2\tau_{in}$ . Cuando  $\eta = 0$ , la conductancia corresponde a la fórmula de Landauer  $G = (2e^2/h) T / (1 - T)$ .

Comencemos analizando la conductancia de un conductor ordenado. El requisito de conservación

de la corriente determina una solución lineal para los potenciales electroquímicos en la muestra<sup>4</sup>. Evaluando la corriente, se obtiene  $T_{ef} = 1/(1 + L/2L_{in})$ , donde  $L_{in} = v\tau_{in}$  es la longitud de colisión inelástica. Por lo tanto la conductancia esta dada por  $G = (2e^2/h)(2L_{in}/L)$ , que no es ni más ni menos que la fórmula de Drude. Es importante remarcar que este resultado es fuertemente dependiente de la suposición que la medición de la diferencia de voltaje no perturba al sistema. Este fórmula es sólo válida cuando la separación entre los conductores utilizados para medir el voltaje es bastante mayor a  $L_{in}$ . Este hecho es claramente visible en la Fig. 2 donde dos conductores fuertemente acoplados a la muestra en los sitios 30 y 100 miden la diferencia de voltaje. En la misma se grafican los potenciales electroquímicos a lo largo de la muestra. Oscilaciones que decaen exponencialmente en escalas de longitud  $L_{in} = 15a$  se observan a ambos lados de los contactos. Sólo cuando su separación es bastante mayor a  $L_{in}$  puede despreciarse su perturbación. Por la misma razón se observan oscilaciones cerca de los contactos (1 y N) si conductores arbitrarios introducen la corriente. Sólo luego de algunas longitudes  $L_{in}$  la dependencia lineal es recuperada. Esto implica que los conductores utilizados para introducir la corriente no son importantes si el voltaje se mide en sitios alejados algunas longitudes inelásticas de los contactos.

Consideremos ahora un conductor fuertemente desordenado. La transmisión coherente en función de la energía de Fermi consiste de una superposición de resonancias angostas<sup>5</sup>. Investigamos cómo se modifican las mismas debido a los procesos inelásticos. Debido a que las resonancias están relacionadas a los autoestados del sistema, la transmisión efectiva en energías cercanas a un estado es de la forma<sup>4</sup>

$$T_{ef} = T \frac{\Gamma_0(\Gamma_0 + \eta)}{(E - E^v - \Delta E^v)^2 + (\Gamma_0 + \eta)^2} \quad (1)$$

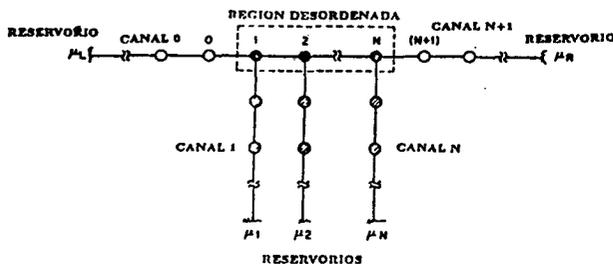


Fig.1: Representación del modelo. La región desordenada se conecta mediante dos conductores perfectos (canales 0 y N + 1) a reservorios de electrones. A cada sitio de la muestra se conectan conductores adicionales para incluir eventos inelásticos.

Cuando  $\eta = 0$ , su ancho es  $2\Gamma_0$  y está centrada en  $E^v + \Delta E^v$ . El corrimiento  $\Delta E^v$  y  $\Gamma_0$  se deben a los canales 0 y N + 1.<sup>4</sup>  $T_0$  está relacionado con una simetría generalizada de la función de onda<sup>4</sup>. Los eventos inelásticos afectan estos valores. La transmisión efectiva decrece en el centro de la resonancia y se ve incrementada en energías alejadas del centro. Este resultado es completamente independiente del desorden considerado y es válido siempre y cuando la corrección a la energía del nivel  $E^v$  y  $\eta$  sea pequeña en comparación a la separación entre niveles. Cuando  $\eta$  es mayor, todos los estados ubicados en un intervalo  $2\eta$  alrededor de la energía de Fermi contribuyen a  $T_{ef}$ . Para analizar este caso es necesario recurrir a la simulación numérica. En la Fig. 3 mostramos los resultados obtenidos en el máximo de una resonancia (a) y en el fondo de un valle entre dos resonancias consecutivas (b). Debe notarse que  $L_{in}$  no es más, en general, la longitud inelástica media porque el conductor es desordenado. Cuando  $\eta < \Gamma_0$ , el máximo en la resonancia toma su valor asintótico, mientras que en el valle la conductancia es exponencialmente chica. Cuando  $\eta$  es comparable a  $\Gamma_0$  ambas curvas se ven afectadas. El máximo decrece siguiendo la Eq. (1) que se ha graficado en línea de trazos, mientras que en el valle la conductancia se incrementa. Los procesos inelásticos favorecen la conducción no resonante. Cuando  $\eta$  toma valores del orden de la separación de ni-

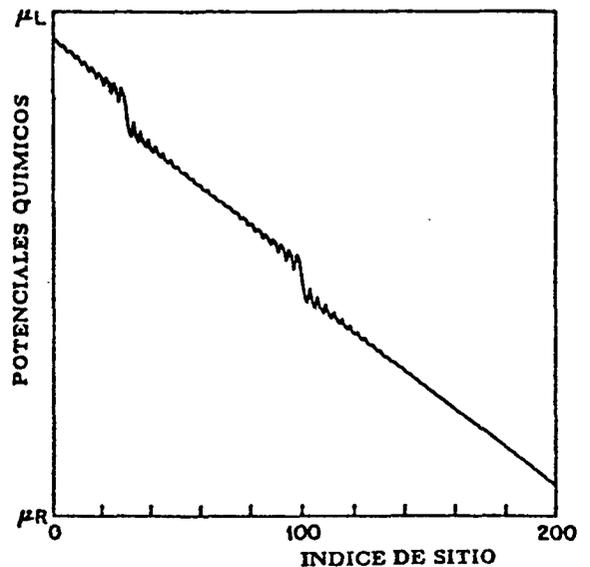


Fig.2: Potenciales químicos a lo largo de la muestra ( $N = 200$ ;  $L_{in} = 15a$ ). Los potenciales químicos en los sitios 30 y 100 corresponden a dos conductores fuertemente acoplados utilizados para medir la diferencia de voltaje.

veles ( $L_{in} \sim L$  aproximadamente) el resultado teórico predice valores menores que los obtenidos numéricamente. Esto se debe a que se han despreciado los otros niveles que también comienzan a contribuir a la transmisión. Debido a esto, el pico resonante comienza a crecer. Ambas curvas se unen cuando  $L_{in} \sim \lambda$  ( $\lambda$  es la longitud de localización) donde la conductancia toma un valor máximo. Si se incrementa aún más  $\eta$  la conductancia disminuye. En este régimen las funciones de onda son extendidas en longitudes del orden de  $L_{in}$ , por lo cual la conductancia corresponde a la fórmula de Drude en presencia de colisiones elásticas e inelásticas  $G = (2e^2/h) (2L_{\phi}/L)$ ;  $L_{\phi}^{-1} = L_{in}^{-1} + \lambda^{-1}$ . Esta fórmula se graficó a la izquierda de la Fig. 3. Estos resultados coinciden con observaciones experimentales y muestran que existe un régimen donde los eventos inelásticos incrementan los picos resonantes, un punto que resulta difícil de explicar por otros modelos.

Consideremos ahora un conductor debilmente desordenado. En este caso la transmisión coherente  $T$  presenta resonancias cuyo ancho es comparable a la separación entre niveles. Además los picos pueden tomar valores muy cercanos a la unidad debido al carácter extendido de las funciones de onda. Esto hace que la conductancia dada por la fórmula de Landauer adimensional  $g = 2T/(1-T)$  tome valores mucho mayores que la unidad en las energías resonantes. En contraste,  $g$  es del orden de la unidad entre resonancias. Por lo tanto las fluctua-

ciones de  $g$  en función de la energía de Fermi son enormes. Analizamos el efecto de los procesos inelásticos en las fluctuaciones  $\delta G$  para ver si se comportaban como en los sistemas metálicos y semiconductores en el régimen difusivo<sup>6</sup>. En estos se ha mostrado que  $\delta G \sim e^2/h$  cuando  $L_{in} \sim L$  si la longitud de localización  $\lambda > L$ , donde  $L_{in} = \sqrt{D\tau_{in}}$  ( $D$  es la constante de difusión), debido al carácter difusivo del transporte electrónico<sup>7</sup>. Cuando  $L_{in} < L$ ,  $\delta G \propto (L_{in}/L)^{3/2}$ . Hemos encontrado que los conductores estrictamente unidimensionales también muestran este comportamiento pero en términos de  $L_{in} = v\tau_{in}$ . Esto se debe a que en una dimensión el movimiento electrónico es balístico o localizado y  $\lambda > L$  corresponde al primer caso. Las fluctuaciones  $\delta G$  cuando  $L_{in} = L$  son del orden  $e^2/h$  debido a que los procesos inelásticos reducen drásticamente los picos resonantes. Estos picos no pueden ser mayores que la conductancia de un sistema ordenado con la misma longitud inelástica  $L_{in}$ , que fija un límite superior ( $G = 4e^2/h$  si  $L_{in} = L$ ). Para obtener una estimación cuantitativa calculamos el valor medio  $\langle g \rangle$  y  $\delta g = \sqrt{\langle g^2 \rangle - \langle g \rangle^2}$ . Obtuvimos  $g_{\phi} \sim 2.81$  y  $\delta g_{\phi} \sim 0.74$ . Este valor para las fluctuaciones es similar al obtenido en sistemas difusivos cuasi unidimensionales<sup>7</sup>. Los resultados para  $L_{in} < L$  se muestran en la Fig. 4 (círculos vacíos) normalizados a  $\delta g_{\phi}$ . La línea de trazos corresponde a la dependencia  $\delta g = \delta g_{\phi} (L_{in}/L)^{3/2}$ . También comparamos nuestros resultados con predicciones perturbativas recientes que

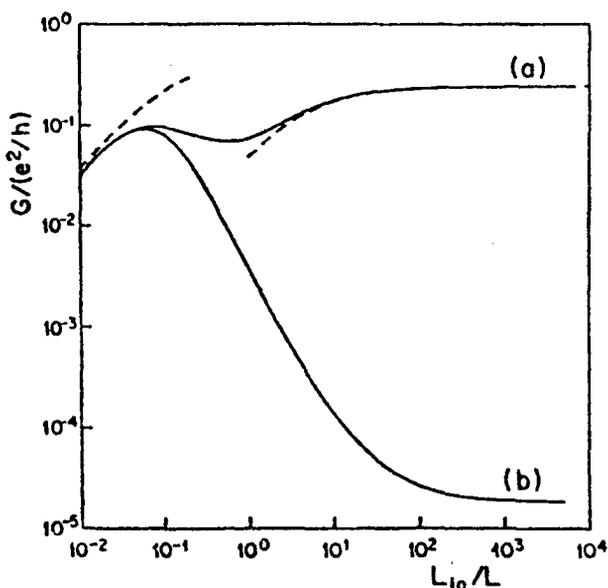


Fig. 3: Conductancia en un conductor fuertemente desordenado. a) En el máximo de una resonancia y b) En el valle entre dos resonancias consecutivas. La línea de trazos corresponde a la Eq.1. La línea de trazos a la izquierda corresponde a la fórmula de Drude.

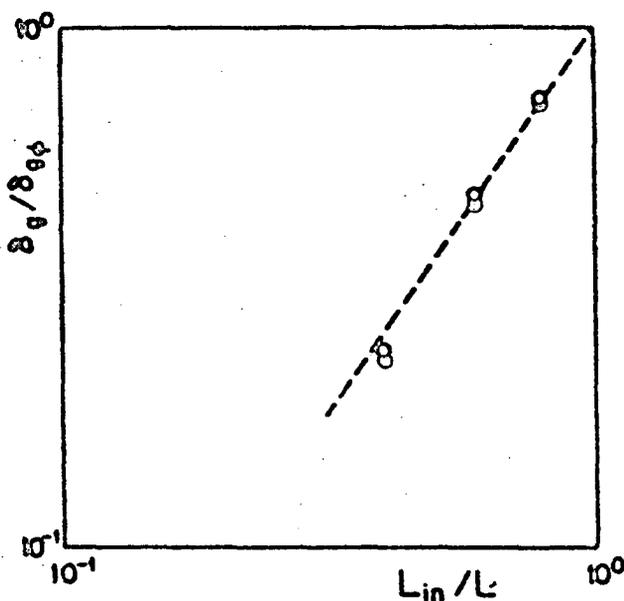


Fig. 4: Fluctuaciones de la conductancia  $\delta g / \delta g_{\phi}$  (círculos vacíos) en función de  $L_{in} / L$ . La línea de trazos corresponde a  $\delta g / \delta g_{\phi} = (L_{in} / L)^{3/2}$ . Los círculos llenos representan los valores  $(\delta G / G_{\phi})^2$ .

establecen una relación más general entre las fluctuaciones y la conductancia media de la muestra. Según la Ref. 8,  $\partial G \sim \langle G \rangle / G_0^2 \delta G_0$  donde  $\langle G \rangle$  es la conductancia media y  $G_0$  es la conductancia media de un conductor cuya longitud es  $L_{in}$ . En la Fig. 4 se graficó  $\langle G \rangle / G_0^2$  (círculos llenos) que coinciden muy bien con las fluctuaciones calculadas numéricamente (círculos vacíos).

Hemos propuesto interpretar un potencial imaginario en los niveles de energía de un conductor como debido a la perturbación de un conductor adicional conectado a dicho sitio.

Esto permite introducir procesos inelásticos en el formalismo de Landauer y describirlos simplemente mediante un tiempo de colisión inelástica. Mostramos, en particular, que las oscilaciones de la conductancia en sistemas estrictamente unidimensionales debilmente desordenados exhiben el mismo comportamiento que los sistemas difusivos. El modelo puede extenderse a mayores dimensiones e inclusive generalizarse a una versión continua para investigar el régimen difusivo.

## REFERENCIAS

1. R. Landauer, Philos. Mag. 21, 863 (1970)
2. M. Büttiker, Phys. Rev. B 33, 3020 (1986); IBM J. Res. Dev. 32, 317 (1988)
3. H.L. Enquist y P.W. Anderson, Phys. Rev. B 24, 1151 (1981); O. Entin-Wohlman, C. Hartztein y Y. Imry, Phys. Rev. B 34, 921 (1986).
4. J.L. D'Amato y H.M. Pastawski; enviado a Phys. Rev. B.
5. J.M. Lifschitz y V. Ya. Kirpichenkov, Sov. Phys. JETP 50, 499 s (1979); M. Ya Azbel Phys. Rev. B 28, 4106 (1983)
6. A. Benoit, C.P. Umbach; R.B. Laibowitz y R. A. Webb, Phys. Rev. Lett. 58, 2343 (1987); W.J. Skocpol, P.M. Mankiewick, R.E. Howard, L.D. Jackel, D.M. Tennant y A.D. Stone, Phys. Rev. Lett. 58, 2347 (1987)
7. P.A. Lee, A.D. Stone y H. Fukuyama, Phys. Rev. B 35, 1039 (1987); B.L. Al'tshuler, JETP Lett. 41, 648 (1985)
8. D.P. DiVincento y C.L. Kane, Phys. Rev. B 38, 3006 (1988)