

LASER ACOPLADO A CAVIDADES MULTIPLES ESTADO ESTACIONARIO Y TEOREMA DE CAMPO MEDIO

H. F. Ranea Sandoval*, M. S. Torre

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Pinto 399, 7000 Tandil

L. M. Narducci

Drexel University, Philadelphia, USA

Se presentan resultados del análisis de un modelo para simular la dinámica de láseres acoplados a cavidades múltiples en condiciones de estado estacionario, comparándolos con los que arroja el Teorema del Campo Medio.

ECUACIONES DE MAXWELL-BLOCH

La configuración del resonador compuesto elegido para éstos láseres "autoinyectados", consiste en una doble cavidad de tipo anillo, "mano única" como se muestra en la Figura 1.

En ella, R_1, R_2, R_3 son las reflectividades de los espejos, Λ_1, Λ_2 las longitudes totales de cada subresonador; el medio activo se encuentra ubicado en un brazo de longitud L de uno de los subresonadores en la dirección de la coordenada z .

Las ecuaciones de Mazwel-Bloch para sistemas de dos niveles homogéneamente ensanchados en la aproximación dipolar resultan¹ en la SVAPA².

$$\frac{\partial F}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial F}{\partial t} = -\frac{g \mu N P}{h \gamma_{\perp}} \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\gamma_{\perp} \left(1 + i \Delta \right) P + \frac{\gamma_{\perp}}{2} D F \quad (2)$$

y...

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma_{\parallel}^{(p+1)} - (1/2) \sqrt{\gamma_{\perp} \gamma_{\parallel}} (F P^* + P F^*) \quad (3)$$

Donde F, ρ y D representan respectivamente al campo, la polarización y la diferencia de población entre el nivel inferior y el superior, convenientemente adimensionalizadas y μ, g, γ_{\perp} y γ_{\parallel} son el momento dipolar de la transición, la constante de acoplamiento y las inversas de los tiempos transversales y longitudinales de las transición.¹

Trabajo parcialmente realizado con aportes del PID 3-155200/88, CONICET.

* Investigador del CONICET.

CONDICIONES DE CONTORNO O DE RECURRENCIA

La condición para el problema de la cavidad esquematizada en la Figura 1 es

$$E(0, t) = R_3 R_2 E(L, t - \Delta t_1) + R_1 R_3 T_2 E(L, t - \Delta t_2) \quad (4)$$

siendo Δt_1 y Δt_2 el retraso sufrido por el campo en cada una de las subcavidades.

Nótese que de no existir alguna de ellas, la (4) representaría una verdadera condición de contorno; así planteada, es una arelación de recurrencia que muestrea el pasado de una señal y modifica su presente. En el estado estacionario, este comportamiento no-local puede ser tratado en forma sencilla.

Es conveniente representar el campo según su módulo, ρ y su fase, ϑ . Cuando el sistema alcanza

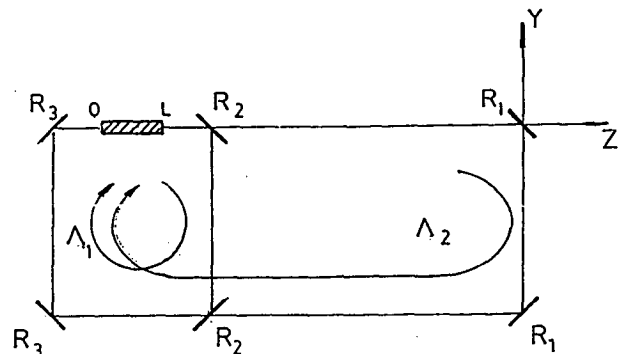


Fig. 1: Cavidad doble anillo. Debe entenderse que sólo un modo circula por la cavidad. R_1, R_2, R_3 son las reflectividades de los espejos, Λ_1, Λ_2 las longitudes totales de cada subresonador; el medio activo se encuentra ubicado en un brazo de longitud L de los subresonadores en la dirección de la coordenada z .

su estado estacionario, ρ no depende del tiempo de modo que

$$\rho_{\vartheta}(0) = \rho_{\vartheta}(L) R_{ef} \quad (5)$$

donde la reflectividad efectiva, R_{ef} , se define como

$$R_{ef} = R_9 \left(R_2^2 + R_{-1}^2 T_2^2 + R_1 R_2 T_2 \cos(\omega_E \Delta t) \right)^{1/2} \quad (6)$$

la cual surge de la aplicación de las condiciones de recurrencia enunciadas. Aquí ω_E es una autofrecuencia de la cavidad completa y Δt la diferencia entre Δt_2 y Δt_1 .

ANÁLISIS DEL ESTADO ESTACIONARIO DE LAS ECUACIONES DE MAXWELL-BLOCH PARA UNA CAVIDAD DOBLE

Los estados estacionarios de las ecuaciones de Maxwell-Bloch se obtienen haciendo el operador $\partial/\partial t = 0$. Las variables F , P_s y D son sólo funciones de z .

De (2) y (3) se tiene, reemplazando en (1)

$$\frac{\partial F_s}{\partial z} = \frac{g \mu N F_s (1 - i \tilde{\Delta})}{2 h \gamma_{11} (1 + \tilde{\Delta}^2 + F_s^2)} \quad (7)$$

Esta ecuación diferencial no lineal debe ser resuelta sujeta a las condiciones de recurrencia establecidas. Por (5), y de la condición de contorno para r y para J , se obtienen

$$\frac{d}{dz} \rho_s(z) = \frac{\alpha (1 - \tilde{\Delta})^{1/2} \rho_s(z)}{2 (1 + \tilde{\Delta}^2 + \rho_s^2(z))} \quad (8)$$

$$\frac{d}{dz} \vartheta_s(z) = - \frac{\alpha (1 + \tilde{\Delta})^{1/2} \text{sen } \tilde{\Delta}}{2 (1 + \tilde{\Delta}^2 + \rho_s^2(z))} \quad (9)$$

donde hemos usado la definición del coeficiente de ganancia no saturada en resonancia

$$\alpha = 4 \pi \omega_0 \mu^2 N / c V \gamma_{11} \hbar,$$

en la cual N/V es el número de átomos por unidad de volumen activo y ω_0 es la frecuencia de la transición atómica.

En particular, si se trabaja en sintonía ($\tilde{\Delta} = 0$) las (8) y (9) pueden integrarse entre $z = 0$ y $z = L$ dan-

do para la intensidad de salida $\rho_s(L)$ en estado estacionario; recordando la (6).

$$\ln \frac{1}{R_{ef}} + \frac{1}{2} \rho_s^2(L) (1 - R_{ef}^2) = \frac{\alpha L}{2} \quad (10)$$

(el resultado para la fase es trivial).

De (10), a primer orden en la variable τ_{ef} ($\tau_{ef} = 1 - R_{ef}$), se tiene

$$\rho^2(L) = 2 C - 1 \quad (11)$$

donde la constante de cooperación C , queda definida como $C = \alpha L / 4 \tau_{ef}$.

Obsérvese que la intensidad de salida $\rho^2(L)$ se reduce a la que corresponde a una única cavidad, con tal de poner alternativamente $R_2 = 0, 1$.

TEOREMA DEL LIMITE DE CAMPO MEDIO EN SINTONIA

De las ecuaciones de Maxwell-Bloch para las variables P y D , luego de tomar el valor según z y definiendo $\langle F(z,t) \rangle = F(L,t) = F(t)^3$ resulta, para (1):

$$\frac{\partial F(t)}{\partial t} + \frac{c}{L} F(t) = -\alpha c P(t) + \frac{c}{L} F(0,t) \quad (12)$$

Nos interesa analizar el valor de la intensidad de salida en estado estacionario. Obtenidas P_9 y D_9 , el valor medio de la amplitud de campo en estado estacionario queda determinado por

$$F_s = \frac{\alpha L \tilde{F}_s (1 - i \tilde{\Delta})}{2 (1 + \tilde{\Delta}^2 + F_s^2)} + F_s(0,t) \quad (13)$$

Tratando con el módulo y la fase del valor medio de la amplitud compleja de campo en estado estacionario resulta, teniendo en cuenta la expresión (5)

$$F_s(0) = R_{ef} \rho_s(L) e^{i \Omega_s(L)} \quad (14)$$

Debe tenerse en cuenta, también que F_9 en la expresión (13) es la amplitud compleja de campo evaluada en $z = L$.

Bajo esta consideración y después de cierta álgebra, la (13) da el valor de la intensidad de salida $\rho^2(L)$ en sintonía, el cual es coincidente con la ecuación (11).

Debe recordarse que ambos resultados corresponden a una condición particular de sintonía, $\Delta = 0$.

CONCLUSIONES

Hemos demostrado que, en el estado estacionario, el valor de la intensidad de salida en el marco del Teorema de Campo Medio, coincide con el obtenido resolviendo explícitamente la dependencia espacial del campo. Estos resultados, a su vez, no difieren formalmente del caso de un anillo simple.

Sin embargo $\rho_s^2(L)$ depende de la autofrecuencia de la cavidad -a través de la reflectividad efectiva- si esta no fuera una de "coincidencia" entre ambas cavidades.

La dinámica responde de la misma forma que en el caso de una única cavidad con el espejo de entrada caracterizado por una reflectividad efectiva igual a la dada en (6).

El análisis de la dinámica de estos sistemas aún en sintonía resulta interesante en el caso de proponer una frecuencia portadora que no coincida inicialmente con una autofrecuencia de coincidencia. En esta situación, el estado estacionario alcanzado por el sistema depende de geometría de la cavidad. Aquí ya no es posible asegurar la validez del teorema de campo medio.

En el estudio de la dinámica de estos sistemas fuera de sintonía las ecuaciones (8) y (9) resultan acopladas a través de la variable $\rho(z)$. La verificación de la validez del teorema de campo medio requiere la existencia de una ecuación de autoconsistencia para la frecuencia del modo. La integración discreta de las ecuaciones (8) y (9) junto a las condiciones de recurrencia (4) deben dar cuenta de esta deriva en la fase.

REFERENCIAS

1. L. N. Narducci, L. R. Tredicce, L. A. Lugiato, N. B. Abraham and D. K. Bandy. Phys. Rev. A **33**, 1842 (1986).
2. F. A. Hopf, G. I. Stegeman; "Applied Classical Electrodynamics. Vol I. Linear Optics", John Wiley & Sons, N. Y. (1985).
3. L. A. Lugiato, L. N. Narducci, D. K. Bandy, and J. R. Tredicce. Phys. Rev. A **33**, 1109 (1986).
4. M. S. Torre, H. F. Ranea - Sandoval; Inf. Dto. Física UNCPBA Int. 5/89 (1989).

CEILAP

CITEFA - CONICET

ZUFRIATEGUI Y VARELA

1603 - VILLA MARTELLI

REPUBLICA ARGENTINA