DESONDULANDO LA MECANICA CUANTICA

A. C. de la Torre, D. Mirabella, G. Izús.
Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Mar del Plata, Funes 3350, 7600 Mar del Plata.

Se demuestra que los experimentos llamados de difracción pueden ser explicados sin hacer referencia a ninguna onda. Se propone que dichas ondas son un puro artefacto matemático sin realidad física. Si se aceptan a las propensidades como realidad física y la transmisión entre éstas, el concepto de ondas puede ser abandonado así como la dualidad y la complementaridad, eliminando así aspectos controversiales de la interpretación de la mecánica cuántica. Se esboza una formulación de la teoría basada en la preparación del sistema según las propensidades y la transmisión entre éstas.

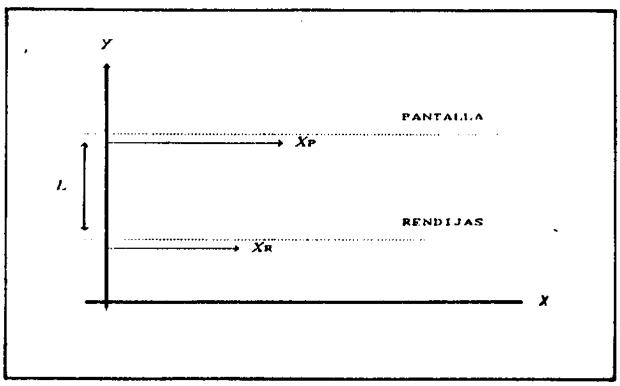
Las ondas que aparecen como solución de la ecuación diferencial de Schrödinger han sido utilizadas para explicar la difracción de la materia en cristales. Sin embargo, los intentos de asignar a las mismas una realidad física [2] como portadoras o flujo [3] de impulso y energía, así como los intentos de asignarles una realidad como portadoras de información estadística o generadoras de potenciales cuánticos [4,5,6], están plagados de dificultades, que también permanecen en su interpretación como ondas de probabilidades [7], gnoseológicas u ontológicas. Existen excelentes exposiciones de dichos intentos [8] que no analizaremos aquí. En este trabajo demostraremos que dichas ondas, que han introducido más problemas que los que han resuelto, pueden ser eliminadas de la mecánica cuántica porque no corresponden a nada en la realidad física y no son necesarias para su estudio. Para demostrar que es posible eliminar las ondas de la mecánica cuántica, consideremos por qué fueron introducidas: primero, las ondas aparecen como soluciones de la ecuación de Schrödinger y segundo "explican" la difracción de la materia en cristales. Veremos a continuación que ninguno de los dos argumentos justifican la necesidad de la existencia de las ondas.

Hoy, con el formalismo actual de la mecánica cuántica se puede ver que las mencionadas ondas son solamente una propiedad de la representación matemática elegida dentro de una infinidad de posibilidades donde las ondas no aparecen. De hecho, el formalismo actual de la mecánica cuántica requiere definir un espacio de Hilbert de dimensión adecuada, cuyos elementos representan a estados (puros) del sistema, siendo los observables operadores en dicho espacio. Muchas predicciones sobre el sistema (posiblemente todas) pueden hacerse sin necesidad de elegir ninguna representación concreta del espacio de Hilbert, utilizando únicamente el álgebra de conmutadores de los operadores asociados a los observables. Así, por ejemplo se pueden calcular los posibles valores del impulso angular (autovalores) sin especificar el espacio de Hilbert. Otro ejemplo lo brinda el oscilador armónico, cuyos niveles de energía se calculan a partir de las relaciones de conmutación sin necesitar especificar alguna representación del espacio de Hilbert. La solución algebraica del potencial de Coulomb es también posible [9], aunque no tan sencilla con en los ejemplos anteriores. No es obligatorio, pero es a veces conveniente elegir alguna representación concreta del espacio de Hilbert para simplificar los cálculos. Debe quedar claro, sin embargo, que toda estructura que dependa exclusivamente de la representación elegida no corresponde necesariamente a alguna realidad física. La ecuación diferencial de Schrödinger aparece únicamente cuando, entre los infinitos espacios de Hilbert a nuestra disposición, elegimos el espacio de las funciones integrables cuadráticas,

$$\mathcal{L}_2(\mathbf{R}) = \{f(\xi) \mid \int d\xi \, |f(\xi)|^2 < \infty\} \qquad (1)$$

Más aún, aunque elijamos dicho espacio como representante del espacio de Hilbert, las ondas aparecen solamente cuando además elegimos a $\varphi_x = \delta\,(x-\xi)$ como autovectores del operador de posición X asociados con los autovalores ξ. Cualquier otra base $f_x(\xi)$ que elijamos como autovector de X determinará autovectores para el operador de impulso que no serán del tipo $exp(ip\xi)$, desvaneciéndose las ondas. Queda entonces claro que las ondas que aparecen como soluciones de la ecuación Schrödinger no representan alguna realidad física, sino que son consecuencias de una elección totalmente arbitraria.

A continuación se demostrará que el segundo argumento a favor de la existencia de ondas, la evidencia empírica de la difracción de materia, tampoco implica necesariamente la existencia de las mismas, porque los experimentos llamados de difracción pueden explicarse con el formalismo de la mecánica cuántica sin hacer alusión alguna a las ondas. Para demostrar esto, tomemos como ejemplo el caso de una partícula que se mueve en un plano caracterizado por las coordenadas X e Y, que será ''difractada'' por una, o dos, o un número cualquiera de rendijas a lo largo de una línea paralela al eje X y que será detectada por su impacto en otra línea, también paralela al eje X, situado a una distancia L de las rendijas. Sea X_R el observable correspondiente a la coordenada X de la partícula en la línea de las rendijas y X_p la correspondiente coordenada de impacto de la misma en la línea de la pantalla. Ver la figura.



El sistema estará caracterizado por un conjunto de observables con sus correspondientes operadores hermíticos en un espacio de Hilbert abstracto $\mathcal{H}$

$$\{X, Y, P_x, P_y, \dots H = P^2/2m, \dots X_R, X_p, \dots\} \quad (2)$$

Entre todos estos operadores nos vamos a interesar particularmente por X_R y X_p. Asociado a cada uno de estos operadores hermíticos, tenemó un conjunto de autovectores que forman una base del espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ Sea φ_x el autovector de X_R asociado al autovalor x y sea ϕ_x el autovector de X_p con autovalor x. Entre los observables X_R y X_p existe una relación clásica trivial:

$$X_p = X_R + V_{x,t} = X_R + \frac{P_x}{P_y} L \quad (3)$$

Esta relación implica que los operadores correspondientes, a pesar de ser dos coordenadas, no conmutan. Teniendo en cuenta que tanto X_R y X_p conmutan con P_y, pero no lo hacen con P_x, se obtiene:

$$[X_R, X_p] = [X_R, P_x] \frac{L}{P_y} = i\hbar \frac{L}{P_y} \quad (4)$$

Para ser un poco más rigurosos, se debe mencionar aquí que, a pesar de que el operador P_y no es acotado y por lo tanto no tiene inversa, dicho operador en el denominador puede ser considerado como un simple número cuando es aplicado a los autovectores de X_R y X_p, debido a que estos autovectores también son autovectores de P_y (recordemos que $[X_R, P_y]=[X_p, P_y]=0$). Todo problema de una o más rendijas implica preparar al sistema en una superposición de autovectores de X_R. El estado del sistema será un elemento ψ del espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ dado por

$$\psi = \int dx \, \varphi_x \, \psi(x) \quad (5)$$

Los números $\psi(x)$ serán elegidos para caracterizar la preparación deseada. Por ejemplo si tenemos una rendija de ancho d en el origen, será

$$\psi(x)= \begin{cases} (x/\sqrt{d}) & [-d/2, d/2]. \\ 0 \textit{ Para otros valores de } x \end{cases} \quad (6)$$

Si tenemos dos rendijas de ancho d separadas por una distancia a, la preparación será,

$$\psi(x)= \begin{cases} (x/\sqrt{d}) & [-a/2-d,-a/2] \cup [a/2,a/2+d] \\ 0 \textit{ Para otros valores de } x \end{cases} \quad (7)$$

Cualquiera sea la preparación ψ, lo que deseamos calcular es la probabilidad que la partícula haga impacto en cierto lugar x de la pantalla. (Más precisamente, la densidad de probabilidad de impacto en el intervalo $[x,x+dx]$). Designemos dicha densidad de probabilidad por $P(X_p = x \mid \psi)$. Según las reglas de la mecánica cuántica dicha probabilidad será el valor de expectación del proyector $\phi_x\langle\phi_x;\rangle$ en el estado ψ,

$$P(X_p) = x|\psi) = \langle\psi;\phi_x\langle\phi_x;\rangle\psi\rangle$$

$$= \int dx' \int dx'' \, \psi^*(x')\psi(x'')\langle\varphi_{x'},\varphi_x\rangle\langle\varphi_x;\varphi_{x''}\rangle. \quad (8)$$

Para calcular esta densidad de probabilidad, sólo necesitamos conocer los números complejos $<\varphi_{x'};\phi_x>$. Si podemos calcular dichos números sin utilizar ninguna onda en el plano donde se mueve la partícula y sin resolver la ecuación de Schrödinger en $\mathcal{L}_z$, entonces podemos resolver el problema, llamado de difracción, sin ondas. Veremos que es posible calcular $<\phi_{x'};\phi_x>$ utilizando únicamente la relación de conmutación (4) sin especificar en ningún momento al espacio de Hilbert. Para este fin es interesante demostrar el siguiente resultado más general:

LEMA. Sean A y B dos operadores hermíticos en un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ con relación de conmutación $[A,B]=iZ\,\mathbf{I}$, $Z\in\mathbf{R}$. Sean φ_a el autovector de A con autovalor a, y ϕ_b el autovector de B con autovalor b. Entonces, es:

$$<\varphi_a;\phi_b>=exp\,(iab/Z). \tag{9}$$

Para demostrar esto utilizamos el conocido,

TEOREMA. Sean A y B dos operadores hermíticos en un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ con relación de conmutación $[A,B]=iZ\,\mathbf{I}$, $Z\in\mathbf{R}$. Sea φ_a, el autovector de A con autovalor a. Entonces B es el generador de traslaciones en A, lo que significa:

$$U^+_\alpha F(A)\,U_\alpha=F(A+\alpha\mathbf{I}), \tag{10}$$

$$U_\alpha\varphi_\alpha=\varphi_{\alpha+\alpha}, \tag{11}$$

$$\text{con } U_\alpha=exp(-i\alpha b/Z). \tag{12}$$

Para demostrar el lema, tomamos la ecuación (10), con F=Id. aplicada al elemento ϕ_b, y hacemos el producto interno con φ_a.

$$<\varphi_a;(A+\alpha\mathbf{I})\phi_b>=<\varphi_a;U^+_\alpha A\phi_b>exp(-i\alpha b/Z),$$

$$<\varphi_a;(A+\alpha\mathbf{I})\varphi_a;\phi_b>=<AU_\alpha\varphi_a;\phi_b>exp(-i\alpha b/Z),$$

$$(a+\alpha)<\varphi_a;\phi_b>=(a+\alpha)<\varphi_{a+\alpha};\phi_b>exp(-i\alpha b/Z).$$

Usamos esta última expresión para calcular la derivada siguiente,

$$\frac{\partial<\varphi_a;\phi_b>}{\partial a}=\lim_{\alpha\to0}\frac{<\varphi_{a+\alpha};\phi_b>-<\varphi_a;\phi_b>}{\alpha}$$

$$=\lim_{\alpha\to0}.<\varphi_{a+\alpha};\phi_b>\frac{1-exp(-i\alpha b/Z)}{\alpha}$$

$$\frac{\partial<\varphi_a;\phi_b>}{\partial a}=<\varphi_a;\phi_b>\frac{ib}{Z} \tag{13}$$

Intercambiando los roles de A y B en el teorema anterior, se llega fácilmente a la derivada

$$\frac{\partial<\varphi_a;\phi_b>}{\partial b}=<\varphi_a;\phi_b>\frac{ia}{Z} \tag{14}$$

La solución a las ecuaciones (13) y (14) es justamente la relación (9) que queríamos demostrar.

Retomando el problema anterior, podemos usar el resultado (9) con $Z=\hbar L/P_y$ para calcular $<\varphi_{x'};\phi_x>$ y con esto obtener la probabilidad buscada sin hacer alusión alguna a las ondas. La preparación correspondiente a una rendija da lugar, una vez calculadas las integrales indicadas en (8), a:

$$P(X_P=x|\psi)=1/d\left(\frac{sin(ud)}{u}\right)^2,\quad u=\frac{xP_y}{2\hbar L} \tag{15}$$

Similarmente, la preparación correspondiente a dos rendijas de ancho d separadas una distancia a, da lugar a una probabilidad

$$P(X_P=x|\psi)=2/d\left[\frac{sin(u(a+d))-sin(ua)}{u}\right]^2,$$

$$u=\frac{xP_y}{\hbar L} \tag{16}$$

En ambos casos se ha obtenido el mismo resultado que se obtiene cuando se hacen interferir ondas difractadas en las rendijas. Es importante resaltar aquí cuáles son los elementos esenciales que han participado en el cálculo. Estos son : la preparación con respecto a un observable, ec(5), y los coeficientes $<\varphi_{x'};\phi_x>$ que relacionan al observable de la preparación con la propiedad que deseamos observar. Llamaremos a éstos "coeficientes de transmisión". En los ejemplos siguientes veremos aparecer nuevamente estos elementos, lo que sugiere que éstos son llamados a ocupar un rol central en una posible formulación de la teoría cuántica.

En forma similar al calculo del sistema de rendijas, es posible describir al llamado paquete de ondas, sin ondas. En este sistema se considera una preparación, con respecto al observable posición en un instante t=0, que designamos por X_0, y deseamos calcular la probabilidad para otro observable X, la posición en otro instante t. Ambos observables están relacionados por $X_o=X+tP/m$ lo que significa que no conmutan:

$$[X_o,X]=it\hbar/m \tag{18}$$

Sean φ_x el autovector de X_0 con autovalor x, y ϕ_x el autovector de X con autovalor x. El sistema es preparado con respecto al observable X_0 como en (5) y mediante (8) calculamos la probabilidad de localización en x, insertando en las integrales el valor de los coeficientes de transmisión, que calculamos mediante (9),

$$<\varphi_{x'};\phi_x> = exp(i\,\frac{x'xm}{\hbar t}). \qquad (19)$$

Calculamos así la evolución temporal del llamado paquete de ondas, pero sin utilizar ondas en ningún momento. Es interesante notar que el isomorfismo entre los dos sistemas cuánticos mencionados, el de las rendijas en un plano y el de la propagación en una dirección, queda velado en un tratamiento con ondas.

En los dos ejemplos anteriores hemos desarrollado una estrategia para calcular sistemas cuánticos utilizando solamente el concepto de preparación y de transmisión y de esta manera hemos eliminado las ondas cuya interpretación es sumamente problemática. Esta misma estrategia puede ser aplicada en otros sistemas cuánticos afirmando la idea que preparación y transmisión son los únicos elementos esenciales de la teoría. Veremos a continuación el caso del oscilador armónico. Supongamos que el sistema es preparado con respecto a la energía, o sea que el estado φ será alguna superposición de los autovectores del hamiltoniano, ϕ_n. Supongamos que deseamos conocer la probabilidad de localización. O sea que si φ_q son los autovectores del operador posición Q, necesitamos calcular los coeficientes de transmisión $<\varphi_q;\phi_n>$ para obtener, con una ecuación similar a (8), la probabilidad buscada. Veremos que dichos coeficientes pueden ser calculados utilizando solamente las relaciones de conmutación, sin necesidad de especificar el espacio de Hilbert. En este cálculo surgirán algunas diferencias con respecto a lo visto anteriormente, debido a que las relaciones de conmutación aquí no son como las encontradas en (4) o (18), lo que significa que el resultado (9) no puede ser utilizado. Además por el hecho que el espectro de Q es continuo, pero el espectro de H es discreto el coeficiente de transmisión $<\varphi_q;\phi_n>$ no satisface dos ecuaciones diferenciales del tipo (13) y (14) sino una ecuación diferencial en q y una relación de recurrencia en n. Elegimos unidades y escalas tales que se cumplan las siguientes relaciones:

$$A = (Q+iP)/\sqrt{2} \;;\; A^+ = (Q-iP)/\sqrt{2} \qquad (20)$$

$$[Q;P] = i \;;\; [A;A^+] = 1 \;, \qquad (21)$$

$$H = (Q^2+P^2)/2 = A^+A+1/2 \qquad (22)$$

$$A^+\phi_n = \sqrt{n+1}\,\phi_{n+1} \;;\; A\phi_n = \sqrt{n}\,\phi_{n-1} \;;\; A^+A\phi n = n\,\phi_n (23)$$

$$Q\,\varphi_q = q\,\varphi_q \qquad (24)$$

Para obtener los coeficientes de transmisión entre posición y energía, comencemos con la relación trivial

$$<\varphi_q;\phi_n> = \frac{1}{q}<Q\varphi_q;\phi_n> = \frac{1}{q}<\varphi_q;(A+A^+)\phi_n>/\sqrt{2};$$

mediante las (23) obtenemos la relación de recurrencia,

$$0 = \sqrt{n}<\varphi_q;\phi_{n-1}> - q\sqrt{2}<\varphi_q;\phi_n> + \sqrt{n+1}<\varphi_q;\phi_{n+1}> (25)$$

Esta relación es necesaria, pero no es suficiente para determinar los coeficientes de transmisión, ya que permanece válida cuando multiplicamos dichos coeficientes por una función arbitraria $f(q)$ que no depende de n. Debe, entonces, hallarse una condición adicional, que obtenemos partiendo de la relación trivial,

$$<\varphi_q;\phi_n> = \frac{1}{n}<\varphi_q;A^+A\phi_n> = \frac{1}{n}<A^+A\varphi_q;\phi_n>. \quad (27)$$

Utilizando (22) podemos expresar A^+A en términos de P y Q. Teniendo en cuenta que $[Q,P]=i$, determinamos cómo opera P^2 en los autovectores de Q siguiendo razonamientos similares a los que condujeron a la (13). Esto es,

$$P\varphi_q = i\,\frac{d}{dq}\,\varphi_q \;;\; P^2\varphi_q = -\frac{d^2}{dq^2}\,\varphi_q.$$

Con esto obtenemos la ecuación diferencial para los coeficientes de transmisión,

$$\left(\frac{d^2}{dq^2} - q^2 + 2n + 1\right)<\varphi_q;\phi_n> = 0. \qquad (28)$$

La solución de las ecuaciones (25) y (28) es

$$<\varphi_q;\phi_n> = (2^n n!)^{-1/2}\,exp(-q^2/2)\,H_n(q), \qquad (30)$$

donde $H_n(q)$ son los polinomios de Hermite. Nuevamente hemos calculado los coeficientes que nos permiten responder a cualquier pregunta referente a la localización del oscilador armónico preparado según la energía, sin necesidad de especificar el espacio de

Hilbert. Sólo hemos usado el álgebra de los operadores, la preparación, y los coeficientes de transmisión.

Los ejemplos calculados anteriormente ilustran la posibilidad de eliminar las ondas de la mecánica cuántica. Analizándolos con más cuidado, se percibe que no sólo se pueden eliminar las ondas, sino que se puede prescindir de asignar interpretación física al estado φ, el cual es considerado como una herramienta matemática intermedia que no necesariamente debe representar alguna propiedad real existente en el sistema. Está en el espacio de Hilbert, y allí permance. Con la intención de esbozar una reformulación de la teoría cuántica con una interpretación bien definida, se puede reconocer, en los ejemplos calculados, cuáles debef ser los elementos esenciales de la misma.

SISTEMA. El sistema físico está definido por un conjunto de observables representados por operadores en un espacio de Hilbert abstracto.

$$\{ A, B, D, \ldots \}. \tag{31}$$

Dichos operadores satisfacen un álgebra de conmutadores, cuyas constantes de estructura se obtienen a partir de los conmutadores canónicos $[X,P]=i\hbar$ en el caso de observables con parangón clásico, o son postulados apropiadamente para operadores sin equivalente clásico (espín, por ejemplo).

PROPIEDADES. Designamos por $A=a$ al evento que el sistema posea la propiedad que el observable A tenga asignado el valor a, elemento del espectro del operador. La propiedad $A=a$ es poseída en forma *objetiva* cuando la observación experimental siempre conduce a $A=a$ o bien como *propensidad* [10], cuando su observación resulta algunas veces en dicho valor pero otras no. Cada propiedad está representada matemáticamente por el autovector correspondiente en el espacio de Hilbert.

TRANSMISION. Toda propiedad poseída en un sistema es transmitida a todas las otras propiedades en una intensidad cuantificada por el producto interno entre los autovectores correspondientes. Dichos va-lores, llamados coeficientes de transmisión, surgen exclusivamente del álgebra de conmutadores de los operadores. Hemos elegido el término de "coeficiente de transmisión" en lugar del nombre convencional de "amplitud de transición" porque consideramos que no se trata aquí de una transición entre estados, como la que se produce en una medición, sino que postulamos una transmisión entre las propiedades del sistema, las cuales dejan de ser totalmente independientes. El coeficiente de transmisión se anula únicamente para propiedades que se excluyen mutuamente, tales como $A=a_1$ y $A=a_2$, pero ambas propiedades pueden ser receptoras simultáneamente de una tercera propiedad $B=b$.

PREPARACION. Como consecuencia de las interacciones pasadas o de las mediciones hechas, el sistema se encuentra en un estado que puede ser descripto por una superposición de propiedades de uno de sus observables. Debido a la transmisión, cada observable contiene información de todos los otros observables: la posición de una partícula contiene información sobre su impulso. Por eso es posible describir a un sistema con una propiedad objetiva A=a mediante una superposición de propensidades $B=b_1$, $B=b_2$,... Los coeficientes de dicha superposición con los coeficientes de transmisión entre las propiedades. El estado será representado por:

$$\psi = \sum_n C_n \phi_n \tag{32}$$

donde φ_n son los autovectores del observable elegido para describir al sistema (B, por ejemplo) y C_n son los coeficientes de transmisión entre la propiedad objetiva del sistema ($A=a$) y las propensidades ($B=b_n$).

PREDICCIONES. Toda pregunta bien planteada sobre el sistema se puede expresar como la probabilidad asociada a una propiedad D=d, dado el sistema en un estado φ. Dicha probabilidad es dada por,

$$P(D=d|\psi) = \sum_r \sum_s C_r^* C_s <\phi_r;\xi><\xi;\phi_s> \tag{33}$$

donde ξ es el autovector asociado a la propiedad $D=d$. Es importante notar que $<\phi_r;\xi>$ es el coeficiente de transmisión entre $D=d$ y $B=b_r$. En consecuencia, la expresión anterior contiene exclusivamente coeficientes de transmisión, que son calculados con el álgebra de conmutadores. Los elementos del espacio de Hilbert φ, ϕ, ξ, no exigen ninguna interpretación física o sea no necesariamente deben corresponder a algún elemento de la realidad en el sistema. Sólo debemos aceptar la existencia en el sistema de las propiedades, en forma objetiva o como propensidades y la transmisión entre las mismas.

En este trabajo se ha demostrado la posibilidad de tratar a los sistemas cuánticos de forma tal que los elementos del espacio de Hilbert no requieran una interpretación física. Así, se demostró que se pueden resolver problemas llamados "de difracción" sin suponer ninguna onda que se difracte. Adoptando esta posibilidad, se pueden eliminar los problemas de interpretación que se presentan al asignar a dichos elementos alguna realidad física. Algunos físicos pueden no estar dispuestos a abandonar las ondas para explicar la difracción de la materia, ya que éstas presentan una descripción simple del fenómeno que es fácilmente aceptable por el alumno. Estos físicos pueden considerar este trabajo como una curiosidad o una alternativa más o menos atractiva, pero deberán apelar al principio de autoridad (de Bohr) y a posturas filosóficas obscuras para calmar las inquietudes de aquellos alumnos que no se contentan con una explicación simple y que deseen llegar a un conocimiento más profundo de la naturaleza. Estos físicos deberán decidir si es científicamente y didácticamente conveniente utilizar un modelo simple pero, en el mejor de los casos, incompleto, para describir una realidad compleja y desafiante. En nuestra opinión, no lo es. Finalmente se ha esbozado la estructura de una teoría donde el concepto de transmisión entre las propiedades del sistema juega un rol central. Dicha teoría será estudiada en detalles en otro trabajo. Uno de los autores (ACT) desea expresar su agradecimiento a H. Martin por interesantes discusiones.

REFERENCIAS

1. E. Schrödinger, Ann der Phys. **79**, 734, (1926).
2. E. Schrödinger, Ann. der Phys. **83**, 956 (1927).
   E. Schrödinger, Die Naturwissensch. **14**, 664, (1936).
3. E. Madelung, Zeit.für Phys. **40**, 322, (1926).
   A. Korn, Zeit.für Phys. **44**, 745, (1927).
4. de Broglie, Comptes Rendus **183**, 447, (1926).
   de Broglie, Comptes Rendus **184**, 273, (1927).
   de Broglie, Jour de Phys.et du Rad. **8**, 225, (1927).
   de Broglie, La Physique Quantique Restera-t-elle Indeterministique[2] Gauthier-Villar (1953).
5. D. Bohm, Phsy.Rev. **85**, 166,(1952).
   D. Bohm, Phsy. Rev. **85**, 180 (1952).
6. J.C. Cramer, Rev. Mod. Phys. **58**, 647,(1986).
7. M. Born, Zeit.für Phys. **37**, 863 (1926).
8. M.Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics*. J.Willey 74.
9. L. Infeld, T. E. Hull Rev. Mod. Phys. **23**, 21, (1951).
   H.R. Jauslin, Elv. Phys. Acta, **61**, 901, (1988).
   O.L.de Lange, R.E. Raab, Phys. Rev. **A37**, 1858, (1988).
10. K. Poper, Logik der Forschung, Springer, Wien, (1935).
   K. Poper, Teoría Cuántica y el Cisma de la Fïsica, Tecnos, Madrid (1985).

CEILAP
CITEFA CONICET
ZUFRIATEGUI Y VARELA
1603 VILLA MARTELLI
REPUBLICA ARGENTINA