

# DECAIMIENTO BETA DOBLE: NUEVO FORMALISMO

J.Hirsch<sup>1</sup> y F.Krmpotic<sup>2</sup>.

*Departamento de Física. Facultad de Ciencias Exactas,  
Universidad Nacional de La Plata,  
C.C. 67, 1900 LaPlata.*

Se estudia la legitimidad de los métodos consistentes en promediar las soluciones asociadas a los estados iniciales y finales dentro de la aproximación de fases al azar para cuasipartículas (QRPA), para el decaimiento beta doble. Se desarrolla un nuevo método, que trabaja con una única ecuación de QRPA para el núcleo intermedio, en el cual las correlaciones de estado fundamental para las transiciones  $\beta^+$  son las  $\beta^+$  y viceversa.

Los resultados numéricos coinciden en las distintas formulaciones, lo que avala los procedimientos de promedio conocidos, a la vez que exhibe la mayor simplicidad operativa del método propuesto, que en el caso del modo de dos neutrinos permite sustituir el proceso de diagonalización por una inversión de matriz. La comparación con los datos experimentales muestra un excelente

Hasta 1986, los cálculos teóricos de la intensidad de decaimiento  $\beta\beta_{zv}$  arrojaban valores sistemáticamente mayores que los correspondientes experimentales; la discrepancia era particularmente importante para los isótopos <sup>128,130</sup>Te. Recientemente Vogel y Zimbauer [Vog86] lograron un progreso significativo: aplicaron la aproximación de fases al azar para cuasipartículas (QRPA) y mostraron que las correlaciones de estado fundamental (GSC) inducidas por la interacción residual protón-neutrón (PN) juegan un rol esencial en reducir las probabilidades de decaimiento  $\beta\beta_{zv}$ . Estudiosos posteriores [Civ87, Mut88] con interacciones realistas llevaron esencialmente a la misma conclusión: al ser evaluadas dentro de la QRPA, independientemente de la fuerza empleada, las vidas medias predichas son desconcertantemente sensibles a las correlaciones de estado fundamental del tipo PN dentro del canal partícula-partícula (PP).

Las amplitudes  $\beta\beta_{zv}$  están dadas por

$$\mathcal{M}_{zv}^I(I) = \sum_{\alpha} \langle O_i^{\dagger} | \varphi_{+}(I) | I^{\dagger}\alpha \rangle \langle I^{\dagger}\alpha | \varphi_{+}(I) | O_j \rangle / D(\alpha I) \quad (1)$$

donde  $\mathcal{M}_{zv}^I(I=0) \equiv \mathcal{M}_{zv}^I$  y  $\mathcal{M}_{zv}^I(I=1) \equiv \mathcal{M}_{zv}^{GT}$ ,  $|O^{\dagger}\rangle$  es la función de onda de los núcleos iniciales,  $\varphi(I)$  representa el operador  $F : \tau_{+}(I=0)$  o el operador  $GT : \sigma_{+}(I=1)$ , el denominador de energía  $D(\alpha I)$  es

$$D(\alpha I) = E_{\alpha I} - (E_i + E_f) / 2, \quad (2)$$

donde  $E_i$  y  $E_f$  son las energías iniciales y finales respectivamente, y la suma se extiende sobre un conjunto completo de estados nucleares intermedios  $|I^{\dagger}; \alpha\rangle$ .

Dentro de QRPA hay ambigüedad en el tratamiento de los estados intermedios que aparecen en la cc. (1) y deben hacerse aproximaciones adicionales para evaluar  $\mathcal{M}_{zv}^I$ . Estas usualmente consisten en realizar dos cálculos separados en la QRPA (uno para el núcleo inicial y otro para el final) y luego efectuar cierto tipo de promedio para los elementos de matriz resultantes. Claramente, los estados intermedios  $|\alpha I^{\dagger}\rangle$  obtenidos en estos dos cálculos son diferentes y obedecen reglas de suma distintas, pero este es el precio que se debe pagar si se pretende usar la QRPA. Actualmente hay tres métodos diferentes en la literatura para evaluar  $\mathcal{M}_{zv}^I$ : uno fue propuesto por Vogel y Zimbauer [Vog86, Eng88] (Método I), el segundo por los grupos de Faessler [Civ87] y Klapdor [Mut88] (Método II) y el tercero por Hirsch y Krmpotic [Hir90b] (Método III). Estos son:

**Método I:**

$$\mathcal{M}_{zv}^I = - \frac{3}{4} \sum_{\alpha} [\Lambda_{+}(\alpha)\Lambda_{-}(\alpha) / D(\alpha) + \bar{\Lambda}_{+}(\alpha)\bar{\Lambda}_{-}(\alpha) / \bar{D}(\alpha)] \quad (3)$$

**Método II:**

$$\mathcal{M}_{zv}^{II} = - \frac{3}{4} \sum_{\alpha\alpha'} \Lambda_{+}(\alpha)\bar{\Lambda}_{-}(\alpha') \langle \alpha\alpha' | \overline{\alpha' I^{\dagger}} \rangle \times [D(\alpha) + \bar{D}(\alpha')]^{-1}, \quad (4)$$

1 Becario CONICET

2 Investigador CONICET

**Método III:**

$$\mathcal{M}_{zv}^{III} = 3/2 \sum \tilde{\Lambda}_+(\alpha) \tilde{\Lambda}_-(\alpha) / \tilde{\omega}_{\alpha} \quad (5)$$

donde

$$\Lambda(\alpha | \mu_{\tau} = -1) = -\sqrt{2} \hat{I}^{-1} \sum_{pn} \langle p | | O(I) | | n \rangle [u_p v_n X(pnI; \alpha) + v_p u_n Y(pnI; \alpha)], \quad (6)$$

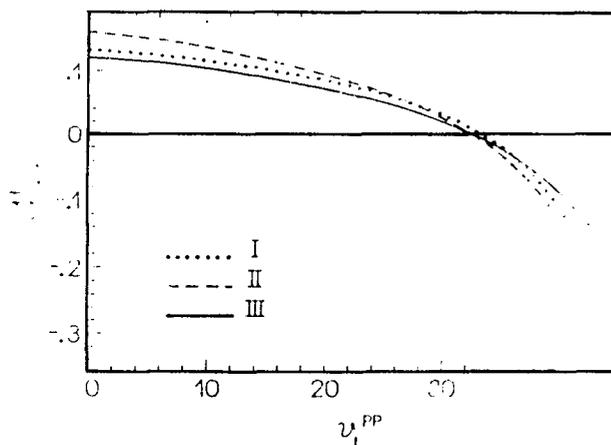
$$\Lambda(\alpha | \mu_{\tau} = +1) = -\sqrt{2} \hat{I}^{-1} \sum_{pn} \langle p | | O(I) | | n \rangle [v_p u_n X(pnI; \alpha) + u_p v_n Y(pnI; \alpha)],$$

las cantidades barradas indican que las cuasipartículas y excitaciones son definidas respecto de  $|O_{\tau}^{\pm}\rangle$ , como se explica en [Hir90b], donde se describe en detalle el formalismo usado en el método III y se definen las energías  $\tilde{\omega}_{\alpha}$ , y las amplitudes de transición  $\tilde{\Lambda}_{\pm}$

$$\tilde{\Lambda}_+(\alpha) = 1/\sqrt{3} \sum_{pn} \sqrt{\rho_p \rho_n} \langle p | | \sigma | | n \rangle [u_p v_n \tilde{X}(pn I=1; \alpha) + v_p u_n \tilde{Y}(pn I=1; \alpha)], \quad (7)$$

$$\tilde{\Lambda}_-(\alpha) = 1/\sqrt{3} \sum_{pn} \sqrt{\rho_p \rho_n} \langle p | | \sigma | | n \rangle [v_p u_n \tilde{X}(pn I=1; \alpha) + u_p v_n \tilde{Y}(pn I=1; \alpha)],$$

representan sólo excitaciones en el núcleo (N-1, Z+1) y no en otros núcleos impar-impar (N+1, Z+1), (N+1, Z+3), etc. como ocurre en los cálculos usuales.



**Fig.1:** Dependencia de los elementos de matriz  $\mathcal{M}_{zv}$  con el parámetro  $v_1^{pp}$  en el canal PP. Los resultados obtenidos con los métodos I, II y III se indican con línea de puntos, cortada y entera, respectivamente.

y están construídas de modo que las correlaciones "atrasadas" para las transiciones  $\beta$  sean las transiciones  $\beta^+$  y viceversa.

Con la interacción residual y los parámetros descritos en [Hir90a], realizamos la comparación numérica entre los tres métodos. Encontramos que todos ellos dan resultados bastante similares. En la fig.1 se ilustran las amplitudes  $\mathcal{M}_{zv}$  para el decaimiento  $^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$ , como función de la constante de acoplamiento en el canal PP  $v_1^{pp}$ .

En la Tabla I se exhiben los resultados teóricos para las vidas medias  $T_{zv}$ , donde los valores de los coeficientes cinemáticos se tomaron de [Doi85], y se usó una constante de acoplamiento axial efectiva  $g_A^{eff} = -g_v$ . En la misma tabla se muestran los datos experimentales [Avi86, Kir86, Man86, E1187] para permitir la comparación.

Núcleo	Unidades	I	II	III	Experimento
$^{76}\text{Ge}$	$10^{21}\text{y}$	12.3	9.6	8.1	$>0.3^a$
$^{82}\text{Se}$	$10^{20}\text{y}$	3.58	1.85	2.35	$1.3 \pm 0.05^b$ $1.0 \pm 0.4^c$ $1.1^{+0.8}_{-0.3}^d$
$^{128}\text{Te}$	$10^{24}\text{y}$	1.46	0.84	0.86	$>5^b$ $1.4 \pm 0.4^c$
$^{130}\text{Te}$	$10^{21}\text{y}$	0.47	0.27	0.22	$1.5 - 2.75^b$ $0.7 \pm 0.2^c$

**Tabla I.** Vidas medias  $T_{zv}$  calculadas y experimentales para los decaimientos  $\beta\beta_{zv}$  en los núcleos  $^{76}\text{Ge}$ ,  $^{82}\text{Se}$ ,  $^{128}\text{Te}$  y  $^{130}\text{Te}$ . Los valores teóricos fueron obtenidos mediante los tres procedimientos de promediar, métodos I, II y III.

a: [Avi86], b: [Kir86], c: [Man86], d: [E1187].

El Método III permite analizar algunos aspectos teóricos del decaimiento  $\beta\beta_{zv}$  haciendo uso de las ecuaciones:

$$\mathcal{M}_{zv} = 3/2 (\tilde{\Lambda}_+^0, \tilde{\Lambda}_-^0) \begin{pmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ \tilde{B} & -\tilde{A} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\Lambda}_+^0 \\ -\tilde{\Lambda}_-^0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

o

$$\mathcal{M}_{zv} = 3/2 [\tilde{Q}_+ (\tilde{A} + \tilde{B})^{-1} \tilde{Q}_+ - \tilde{Q}_- (\tilde{A} - \tilde{B})^{-1} \tilde{Q}_-], \quad (8)$$

con  $\tilde{Q}_{\pm} = \tilde{\Lambda}_+^0 \pm \tilde{\Lambda}_-^0$ .

Analizaremos un núcleo "de juguete" con un solo modo pn con intercambio de carga, que ya fuera discutido previamente por Engel et al. [Eng88]. En esta situación, las matrices A y B definidas en [Hir90b] se transforman en simples números y la amplitud de transición  $\mathcal{M}_{zv}$  puede ser expresada en la forma

$$\mathcal{M}_{zv} = u_p v_n \bar{u}_n \bar{v}_p \rho_p \rho_n |\langle p | \sigma | n \rangle|^2 |\tilde{A}^2 - \tilde{B}^2|^{-1} \times$$

$$\times [G(\text{pn}, \text{pn}; 1) - G^{\text{pair}}(\text{pp}, \text{pp}; 0) / 4 -$$

$$- G^{\text{pair}}(\text{nn}, \text{nn}; 0) / 4]. \quad (9)$$

Esta fórmula es muy instructiva. Muestra que el elemento de matriz  $\mathcal{M}_{zv}$  es proporcional a las amplitudes no perturbadas  $\tilde{A}_+^0(\text{pn})$  y  $\tilde{A}_+^0(\text{pn})$  y que depende esencialmente de la interacción residual en los canales PP y de apareamiento; la dependencia de los elementos de matriz PHF sólo aparece en el denominador  $|\tilde{A}^2 - \tilde{B}^2|$ . Este resultado es de naturaleza cualitativa, pero ilustra los aspectos esenciales de la situación más realista: en particular, muestra claramente la extrema sensibilidad de la probabilidad de decaimiento  $\beta\beta_{zv}$  de la constante de acoplamiento pn en el canal PP, que se ha señalado en [Hir90a]. También es directo observar que en el caso de las transiciones tipo Fermi, y cuando se usa la misma interacción en los canales PP y de apareamiento, se obtiene que el factor entre corchetes en la ec. (9) es idénticamente nulo, lo que está de acuerdo con lo discutido en [Hir90a]. En un cálculo autoconsistente en la QRPA de las amplitudes Fermi, los dos términos en la ec.(8b) se cancelan mutuamente. Esta cancela-

ción también ocurre en el caso GT, pero ya no es más completa.

## REFERENCIAS

- Avi 86: F.T. Avignone III, R.L. Brodzinski, J.C. Evans Jr., W.K. Hensley, H.S. Miley and J.H. Reeves, Phys. Rev. C34, 269 (1986).
- Cal 86: D. O. Caldwell, California University Report UCSB - HEP - 86 - 6, 1986; D.O. Caldwell, R.M. Eisberg, D.M. Grumm and M.S. Witherell, Phys. Rev. Lett. 59, 419 (1987).
- Civ 87: O. Civitarese, A. Faessler and T. Tomoda, Phys. Lett. 194B, 11 (1987).
- Doi 85: M. Doi, T. Kotani and E. Takasugi, Prog. Theor. Phys. Suppl. 83, 1 (1985)
- El 1 87: S.R. Elliott, A.A. Hahn and M.K. Moe, Phys. Rev. Lett. 59, 2020 (1987).
- Eng 88a: J. Engel, P. Vogel and M.R. Zimbauer, Phys. Rev. C37, 731 (1988).
- Hir 90a: J. Hirsch and F. Krmpotic, Phys. Rev C41, 792 (1990).
- Hir 90b: J. Hirsch and F. Krmpotic, Phys. Lett. B (1990) (en prensa).
- Man 86: O.K. Manuel, Proc. Int. Symp. on Nuclear Beta Decay and Neutrino, eds. T. Kotani, H. Ejiri and E. Takasugi (World Scientific, Singapore, 1986) p. 71.
- Mar 85: K. Marti and S.V.S. Murty, Phys. Lett. 163B, 71 (1985).
- Mut 88: K. Muto and H.V. Klapdor, Phys. Lett. 201B, 420 (1988).
- Vog 86: P. Vogel and M.R. Zimbauer, Phys. Rev. Lett. 57, 3148 (1986).