

# DINAMICA DE LASERES ACOPLADOS CON DOBLE RETRASO\*

M.S.Torre, H.F.Ranea Sandoval\*\*

Instituto de Física "Arroyo Seco". Facultad de Ciencias Exactas,  
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires,  
Pinto 399, 7000 Tandil.

Se presenta un modelo para simular la dinámica de láseres acoplados a cavidades múltiples. El mencionado modelo se basa en las ecuaciones de Maxwell-Bloch para cavidades monomodales de tipo anillo, en el límite de campo medio.

La dinámica del sistema queda determinada por un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales con retardo. En esta situación las condiciones de contorno se convierten en condiciones de recurrencia.

Del análisis en estado estacionario de estas ecuaciones se obtiene el término de corrección en la frecuencia de operación del láser y el valor del campo en estado estacionario a través de la resolución de una ecuación trascendente. Los resultados obtenidos coinciden con los de la simulación numérica.

Se presenta también un análisis de estabilidad lineal para estas ecuaciones con retardo.

La configuración del resonador compuesto elegido para estudiar estos láseres autoinyectados consiste en una doble cavidad tipo anillo, mano única, como se muestra en la Fig. 1. Para modelar la interacción no lineal entre el campo y el medio activo en una cavidad empleamos las ecuaciones de Maxwell-Bloch en la aproximación de campo medio.<sup>[1]</sup> La condición de contorno para la amplitud compleja de variación lenta del campo en este resonador, resulta:

$$F(0,t) = r_1^2 r_2^2 F(L,t-\Delta t_1) e^{i\omega_0 \Lambda_1/c} + r_1^2 r_3^2 t_2^2 F(L,t-\Delta t_2) e^{i\omega_0 \Lambda_2/c} \quad (1)$$

donde  $\Delta t_1$  y  $\Delta t_2$  son los retrasos del campo al circular por las dos subcavidades fuera del medio activo.

Esta expresión no es una condición de contorno en el sentido usual, no es ni isócrona ni homogénea. La falta de homogeneidad podría salvarse con una adecuada transformación de variables.<sup>[2]</sup> Sin embargo la condición de isocronismo no puede obtenerse debido a la existencia de dos retrasos temporales distintos. La presencia de los retrasos temporales transforma este conjunto de ecuaciones diferenciales parciales en otro de dimensión infinita en el espacio de las fases, en el sentido que las condiciones iniciales deben ser especificadas sobre todo el intervalo  $(0, \Delta t_2)$ .

La ecuación que modela este sistema en condiciones tales que la velocidad de decaimiento del campo sea mucho menor que la velocidad de decaimiento de la polarización y de la diferencia de pobla-

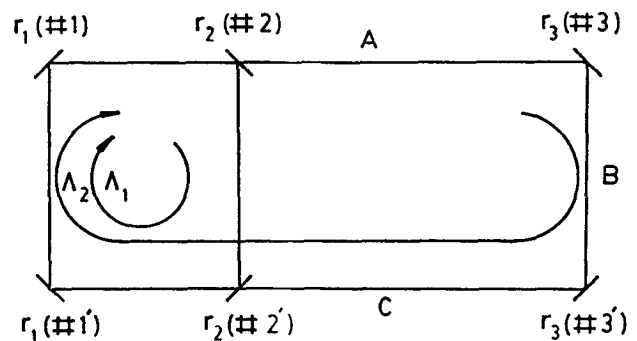


Figura 1: Doble cavidad anillo.

ción, resulta, para la amplitud compleja de variación lenta del campo  $F(t) = \rho(t) \exp [i \vartheta(t)]$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + F(t) \left[ \frac{c}{l} - \frac{\alpha c}{2(1+\bar{\Delta}^2+\rho^2)} + i \frac{\alpha c \bar{\Delta}}{2(1+\bar{\Delta}^2+\rho^2)} \right] = \frac{c}{l} \left\{ r_1^2 r_2^2 F(t-\Delta t_1) e^{i\omega_0 \Lambda_1/c} - r_1^2 r_3^2 t_2^2 F(t-\Delta t_2) e^{i\omega_0 \Lambda_2/c} \right\} \quad (2)$$

siendo  $\alpha$  el coeficiente de ganancia en  $m^{-1}$ ,  $l$  la longitud del medio activo y  $\bar{\Delta}$  la desintonía en unidades de  $\gamma_1$ . En esta ecuación ya se ha incluido la condición de contorno.

La presencia de las autofrecuencias refleja una de las características singulares de este sistema, puesto que para un único retardo no hay referencia explícita a los valores de las autofrecuencias.<sup>[5]</sup> Las mismas se han obtenido modificando ligeramente el criterio dado por Siegman,<sup>[6]</sup> puesto que éste no es aplicable a cavidades doblemente conexas. Se define una reflexión

\* Trabajo parcialmente financiado por el CONICET

\*\* Investigador del CONICET

tividad efectiva para el segundo lazo, marcado en la Fig.1 con ABC. Es posible tener entonces una cavidad equivalente a la doble cavidad donde, ahora sí, se puede definir una reflectividad efectiva según el criterio de intensidades circulantes. Los polos de dicha reflectividad efectiva dan las autofrecuencias de la cavidad y su velocidad de decaimiento.<sup>[7]</sup>

Para resolver estas ecuaciones no lineales con doble retraso temporal no hay ningún método analítico. La simulación numérica es el único camino. La serie de figuras 2 a-c muestran la evolución temporal de  $\rho(t)$ . En este caso se ha variado la longitud  $\Lambda_2$  de la cavidad en fracciones de la longitud de onda correspondiente a la transición atómica. El sistema muestra

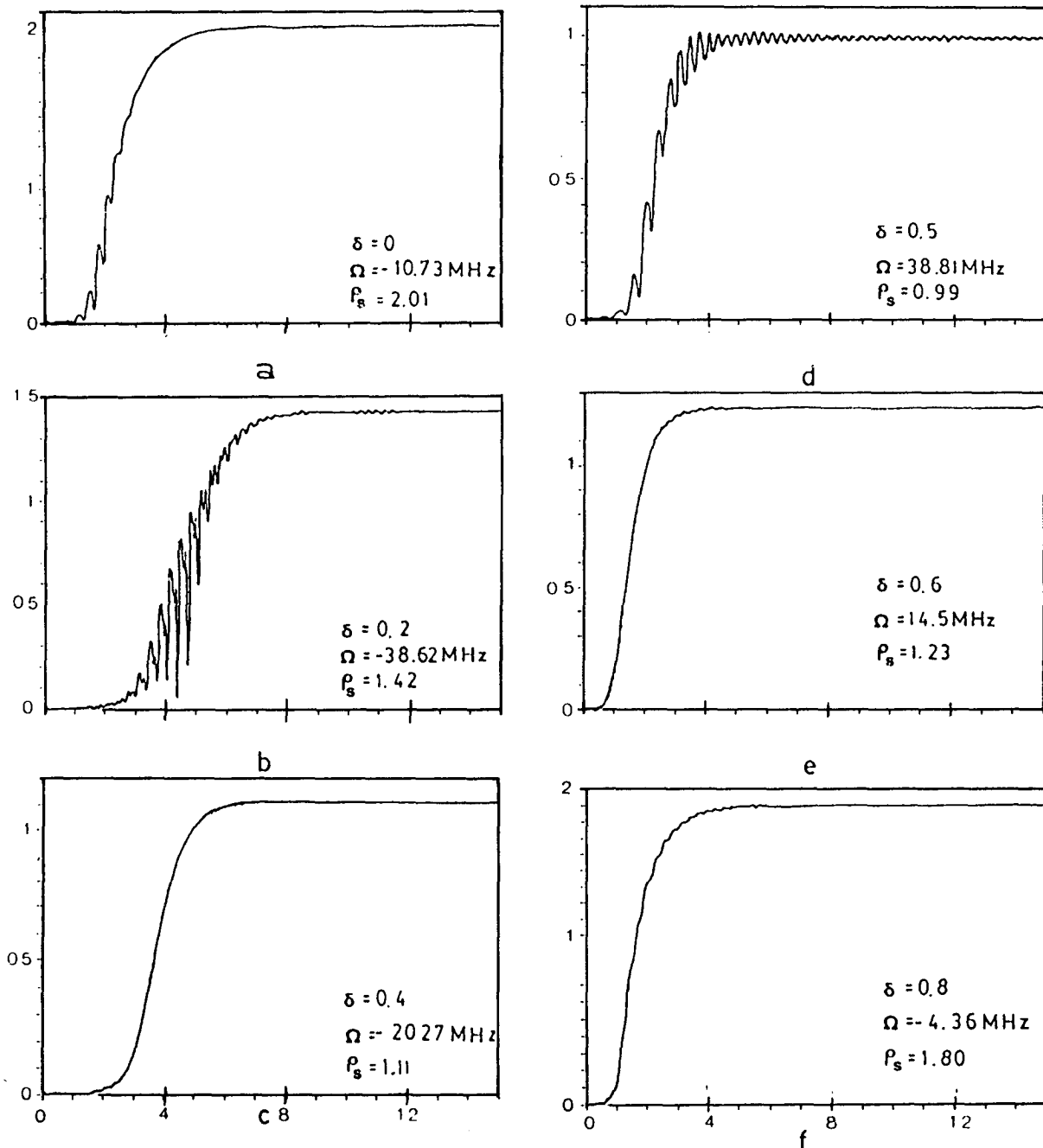
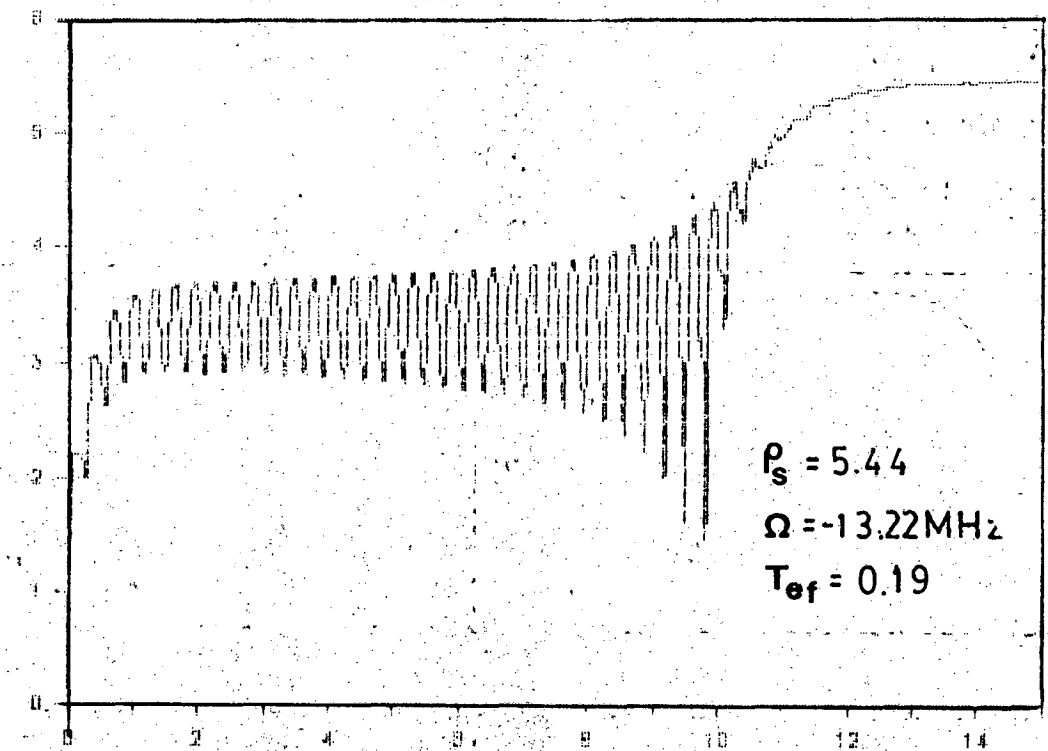
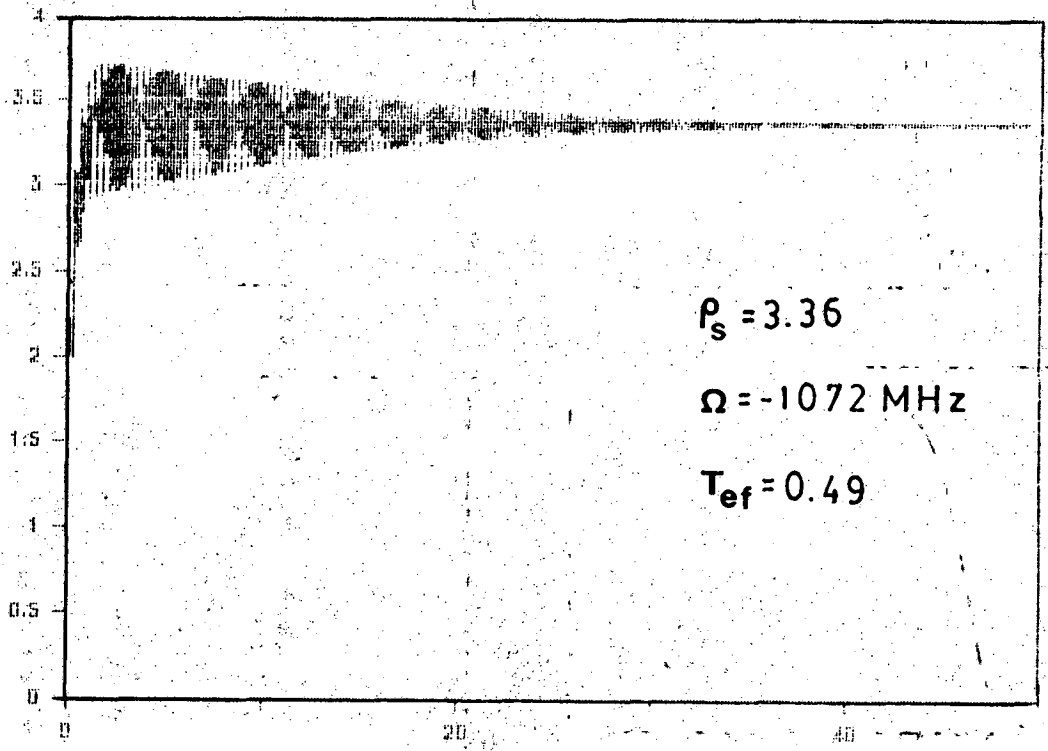


Figura 2: Evolución temporal del módulo de campo  $\rho(t)$  vs  $t \gamma_\alpha$ . Los valores de los parámetros son:  $R_1 = 0.81$ ,  $R_2 = 0.25$ ,  $R_3 = 1$ ,  $\Lambda_1 = 1.3\text{m}$ ,  $\Lambda_2 = 1.8\text{ m}$ ,  $l = 0.1\text{ m}$ ,  $\alpha = 20\text{ m}^{-1}$ ,  $\gamma_\alpha = 5.10^{-7}\text{seg}^{-1}$ . La longitud  $\Lambda_2$  se ha variado en fracciones de  $\lambda$ ,  $\Lambda_2 = \Lambda_2 + \delta\lambda$ . El valor de  $\delta$  se indica en la figuras. En las figuras se consignan los valores de  $\Omega = \omega_0 - \omega_L$  (convección en la frecuencia de operación del láser) y de  $\rho_s$  (valor del campo en estado estacionario) resultantes en cada caso.



a



b

**Figura 3: Evolución temporal del módulo de campo  $\rho(t)$  vs.  $t \gamma_\alpha$ . Los valores de los parámetros son:  $R_1 = 0.81, R_2 = 0.25, R_3 = 1, \Lambda_1 = 1.3 \text{ m}, \Lambda_2 = 1.8 \text{ m}, l = 0.1 \text{ m}, \alpha = 120 \text{ m}^{-1}, \gamma_\alpha = 5 \cdot 10^{-7} \text{ seg}^{-1}$ . El caso a corresponde a la situación de menor transmisión efectiva. El estado estacionario del sistema es estable aún bajo perturbaciones de orden superior. El caso b solo resulta estable ante pequeñas perturbaciones. Se consignan los valores de  $\Omega$  y  $\rho_s$  como en la figura precedente; además, se consigna el valor de  $\tau_{ef}$  (transmisión efectiva) resultante en cada caso.**

una sensible dependencia con  $\omega_0$  estableciendo distintos estados estacionarios y transitorios que varían notablemente. Las fluctuaciones se mantienen en algunos casos por tiempos del orden de los  $\mu$ s.

Los posibles estados estacionarios del sistema quedan determinados por la siguiente ecuación

$$\gamma_\alpha \Omega/c - Z_y l/c + R_1 R_2 \sin [\Omega \Delta t_1 - \omega_0 \Lambda_1/c] - R_1 R_3 T_2 \sin [\Omega \Delta t_1 - \omega_0 \Lambda_2/c] = 0 \quad (4)$$

donde  $\Omega$  es el término de corrección en la frecuencia de operación del láser ( $\omega_L = \omega_0 - \Omega$ ).

El valor del módulo en estado estacionario queda determinado por la siguiente expresión

$$\rho^2 = \alpha l / 2\tau_{ef} - (1 + \tilde{\Delta}^2) \quad (5)$$

$$\tau_{ef} = 1 - R_1 R_2 \cos [\Omega \Delta t_1 - \omega_0 \Lambda_1/c] - R_1 R_3 T_2 \cos [\Omega \Delta t_1 - \omega_0 \Lambda_2/c] = 0 \quad (6)$$

donde definimos  $\tau_{ef}$  como la transmisión efectiva del sistema.

La ecuación (4) tiene múltiples soluciones. Físicamente posibles son aquéllas que verifican la condición umbral  $\rho_s^2 > 0$  y  $|\tau_{ef}| < 1$  simultáneamente. Aún bajo estas condiciones, ciertas regiones de parámetros permiten obtener más de una solución.

La simulación numérica es capaz de reproducir ambos resultados variando ligeramente las condiciones iniciales en el intervalo  $(0, \Delta t_2)$ . La Fig.3 a-b muestran una de esas situaciones.

Un análisis de estabilidad lineal a primer orden, suponiendo que las perturbaciones son dependientes del tiempo, permite obtener un sistema de ecuaciones diferenciales para las perturbaciones  $\delta\rho(t)$  y  $\delta\vartheta(t)$  según las cuales  $\delta\rho(t) = e^{-\lambda t}$  y  $\delta\vartheta \propto \delta\rho$  con lo cual si  $\lambda$  toma valores negativos esto permite asegurar que perturbaciones pequeñas alrededor del estado estacionario se amortiguan rápidamente. Los dos casos mostrados en la Fig.3 tienen valores de  $\lambda < 0$ .

## CONCLUSIONES

Presentamos un modelo basado en las ecuaciones semiclásicas de Maxwell-Bloch para estudiar la dinámica de láseres autoinyectados.

Se muestra cómo un láser acoplado a una cavidad del tipo de Ikeda<sup>[8]</sup> puede generar un comportamiento dinámico complejo.

Se demostró que este tipo de acoplamiento presenta variaciones de módulo y fase estacionarias mucho más sensibles que una cavidad única al cambio de longitud de la cavidad, sobre todo en las correcciones a la frecuencia de oscilación. Puede decirse, uniendo esto al "alargamiento" del transiente, que vibraciones microfónicas en la longitud de la "segunda" cavidad pueden acarrear, además, comportamientos temporalmente inestables.

Ya que la dinámica depende de las autofrecuencias de la doble cavidad fue necesario calcularlas explícitamente. Para ello se encontró una expresión para la reflectividad efectiva del sistema cuyos polos determinan las autofrecuencias y velocidad de decaimiento.

Para un mismo conjunto de parámetros se encuentran analíticamente múltiples estados estacionarios, los cuales son obtenidos por la simulación numérica con sólo variar ligeramente las condiciones iniciales en el intervalo  $(0, \Delta t_2)$ .

Cada uno de estos estados se caracteriza por tres parámetros: valor del campo en estado estacionario, término de corrección en la frecuencia de operación del láser y transmisión efectiva. Si bien algunos de estos múltiples estados resultan estables de acuerdo con el análisis de estabilidad lineal, en los casos estudiados hasta el momento sólo los estados de menor transmisión efectiva resultan estables frente a perturbaciones de ordenes superiores.

## REFERENCIAS

1. R. Bonifacio, L. Lugiato. Lett. Nuovo Cimento, **21**, 505, (1978).
2. V. Benza, L. Lugiato. Z. Physik B, **35**, 383, (1979).
3. J.D. Farmer. Physica **4D**, 366, (1982).
4. M. Le Berre, E. Ressayre, A. Tallet and H. Gibbs. Phys. Rev. Lett. **56**, 4, 274, (1984).
5. K. Ikeda, Opt. Comm. **30**, 2, (1979).
6. A. Siegman. "Laser". Univ. Sci. Books, Mill. Va. Cal. (1986).
7. M.S. Torre, H.F. Ranea - Sandoval. Inf. Int. **01** / 90. (1990).
8. M. Mizuno, K. Ikeda. Physica D, **36**, 327, (1989).