

MEDICION DEL INDICE DE REFRACCION EN CRISTALES MONOAXIALES EN FUNCION DEL ANGULO DE INCIDENCIA

M.C. Simon, R. Echarri, P. Larocca, C. Vanney y G. Gottschalk

Laboratorio de Optica, Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Pabellón I, Ciudad Universitaria, 1428 Buenos Aires.

Se modificó un refractómetro de Pulfrich para medir el índice de refracción de un cristal monoaxial para distintos planos de incidencia.

Se verificó que la dependencia del índice de refracción con el ángulo de incidencia obtenido a partir de las mediciones concuerda con la deducida a partir de la teoría para muestras preparadas según distintas orientaciones del eje óptico.

INTRODUCCION

Aplicando las ecuaciones de Maxwell al problema de la radiación que atraviesa un cristal birrefringente, se encuentra que el rayo (dirección de avance del flujo luminoso) y la onda (dirección de avance de la fase) no coinciden. Además, para una dada dirección de avance de la onda dentro del cristal, existen dos rayos que avanzan en distinta dirección: el llamado rayo ordinario, que avanza en la misma dirección que la onda, y el llamado rayo extraordinario, que tiene distinta dirección.

La existencia de un índice de refracción diferente para cada una de las dos posibles polarizaciones en que puede descomponerse la luz incidente, se traduce en una doble refracción de la misma cuando pasa de un medio isótropo a otro birrefringente. Cada una de estas refracciones recibe el nombre de extraordinaria u ordinaria, según sea el índice que le corresponda, n_e y n_o respectivamente. Para la onda extraordinaria el índice de refracción cambia de acuerdo con el ángulo que forma el haz con el eje óptico.

CALCULO DEL INDICE DE REFRACCION

Llamaremos δ al ángulo que forman la sección principal con la onda dentro del cristal y n'' al índice de refracción extraordinario.

Obtenemos la dependencia funcional de n'' con δ para el caso del rayo rasante. Esto se debe a que compararemos los valores de n'' obtenidos de esta forma con las mediciones realizadas con el refractómetro de Pulfrich, cuyo funcionamiento involucra al rayo rasante en la superficie de separación cristal-medio-

isótropo.

La expresión de n'' en función de la dirección del frente de onda, cuyo versor normal es N'' , es ⁽¹⁾:

$$n'' = c / [(u_o^2 - u^2)(N'' \cdot z_3)^2 + u_e^2]^{1/2} \quad (1)$$

donde u_o y u_e son las velocidades de fase principales del cristal definidas como $u_o = c/n_o$, $u_e = c/n_e$.

Se designa z_3 al versor que está en la dirección del eje óptico (figura 1) y N'' a la normal al frente de onda extraordinaria.

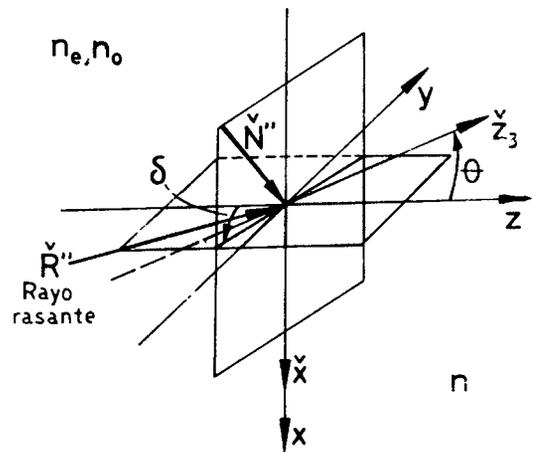


Figura 1: Sistema de coordenadas: el plano y-z es la superficie de separación entre los medios isótropo y anisótropo. R'' es el rayo rasante.

Según referencia [2]

$$N'' = \frac{(u_e^2 - u_o^2)(R'' \cdot z_3) z_3 + u_o^2 R''}{[(u_e^4 - u_o^4)(R'' \cdot z_3) + u_o^4]^{1/2}} \quad (2)$$

donde \mathbf{R}'' es el versor en la dirección del vector de Poynting.

Eligiendo el sistema de referencia de la figura 1, las componentes de \mathbf{N}'' en función de las del rayo son

$$N''_z = \frac{(u_e^2 - u_o^2)(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{z}_3)(z_3 \cdot \mathbf{z}) + u_o^2(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{z})}{[(u_e^4 - u_o^4)(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{z}_3) + u_o^4]^{1/2}} \quad (3)$$

$$N''_y = \frac{u_e^2(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{y})}{[(u_e^4 - u_o^4)(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{z}_3) + u_o^4]^{1/2}} \quad (4)$$

$$N''_x = [1 - (N''_z)^2 - (N''_y)^2]^{1/2} \quad (5)$$

donde (5) se calcula a partir de la condición de normalización.

Dado que elegimos el eje z en la sección principal del cristal:

$$\text{tg } \delta = \frac{N''_z}{N''_y} = \frac{(u_e^2 - u_o^2)(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{z}_3)(z_3 \cdot \mathbf{z}) + u_o^2(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{z})}{u_e^2(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{y})} \quad (6)$$

Como el rayo es rasante

$$\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{z}_3 = (z_3 \cdot \mathbf{z})(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{z}) \quad (7)$$

Reemplazando (7) en (6) se obtiene:

$$\text{tg } \delta = \frac{(u_e^2 - u_o^2)(z_3 \cdot \mathbf{z})(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{z}) + u_o^2(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{z})}{u_e^2(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{y})} \quad (8)$$

y utilizando la condición de normalización

$$\text{tg } \delta = \frac{[1 - (\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{y})^2]^{1/2}}{(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{y})} \frac{(u_e^2 - u_o^2)(z_3 \cdot \mathbf{z})^2 + u_o^2}{u_e^2} \quad (9)$$

Mediante los correspondientes cálculos algebraicos obtenemos:

$$(\mathbf{R}'' \cdot \mathbf{z}_3)^2 = \frac{u_e^4 \cos^2 \theta}{[(u_e^4 - u_o^4) \cos^2 \theta + u_o^4(A + 1)]/A} \quad (10)$$

donde θ es el ángulo que forma el eje óptico con el eje z y A está dado por la expresión:

$$A = \frac{\text{tg}^2 \delta u_e^4}{[(u_e^2 - u_o^2) \cos^2 \theta + u_o^2]^2} \quad (11)$$

Reemplazando (11) en (10) y (10) en (1) se obtiene la dependencia buscada.

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL Y PREPARACION DE LAS MUESTRAS

Con el objeto de verificar en forma experimental

la dependencia funcional de $n''(\delta)$ calculada anteriormente, medimos el índice n'' con el refractómetro de Pulfrich, y el ángulo δ colocando sobre la muestra (calcita) un cuadrante graduado de 0° a 360° en divisiones de un grado, fijo al refractómetro (fig. 2).

Las muestras se cortaron con simetría cilíndrica. Esto se debe a que dicha simetría permite, mediante la rotación de la muestra, medir n'' para distintos valores de δ . Una aguja doble adosada al centro de la muestra marcaba en el cuadrante el ángulo a medir. Usamos una aguja doble para determinar con mayor precisión dicho ángulo.

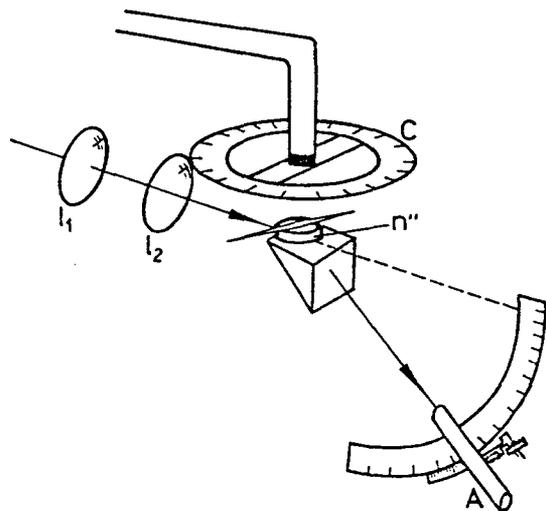


Figura 2: Esquema del refractómetro de Pulfrich modificado; c: cuadrante agregado. l_1, l_2 : lentes. A: anteojo.

Las mediciones se realizaron para dos muestras distintas cuyos ejes ópticos forman ángulos de 50° (figura 3a) y 5° (figura 3b) con sus caras planas. Se utilizó luz de sodio ($\lambda_p = 589 \text{ nm}$) para el caso $\lambda = 5^\circ$ y $\theta = 50^\circ$, y luz de mercurio ($\lambda_c = 546 \text{ nm}$) para $\theta = 50^\circ$.

Los resultados obtenidos se muestran en los gráficos de las figuras 4, 5 y 6, donde n''_{cal} es la curva calculada y n''_{pul} corresponde a los valores medidos. Se observa que las mediciones concuerdan con los valores obtenidos a partir de la teoría.

IV. CONCLUSIONES

De lo expuesto se concluye que, a partir de una modificación sencilla, es posible ampliar el uso de un refractómetro de Pulfrich a la medición de índices de refracción de medios birrefringentes, teniendo en cuenta su variación con el plano de incidencia.

Asimismo, de los resultados obtenidos, se desprende que es posible alcanzar la misma precisión lograda para medios isótropos con sólo aumentar la resolución del cuadrante adosado.

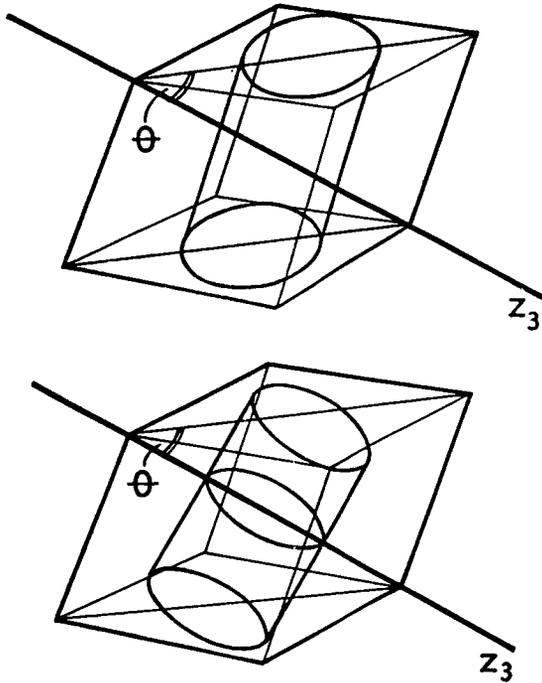


Figura 3: a) Corte de la muestra con $\theta = 50^\circ$, b) Corte de la muestra con $\theta = 5^\circ$

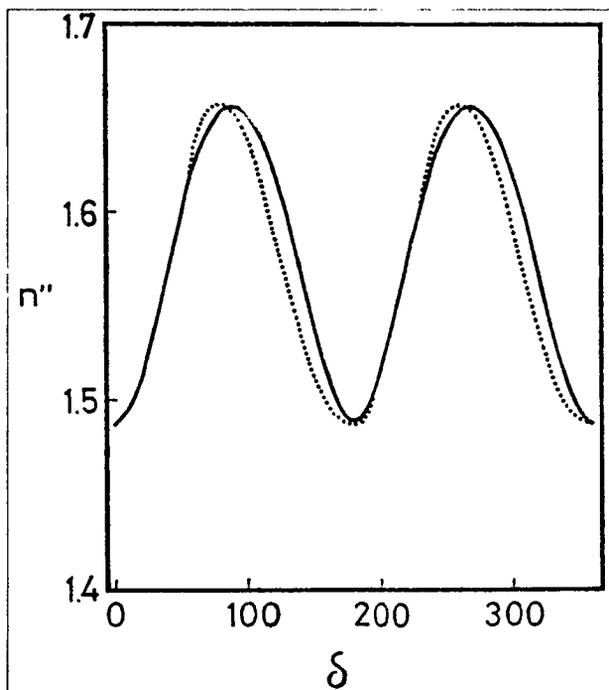


Figura 4: gráfico $n''_{pul}(\delta)$ y $n''_{cal}(\delta)$, este último con línea gruesa, para $\theta = 5$ y λ_p .

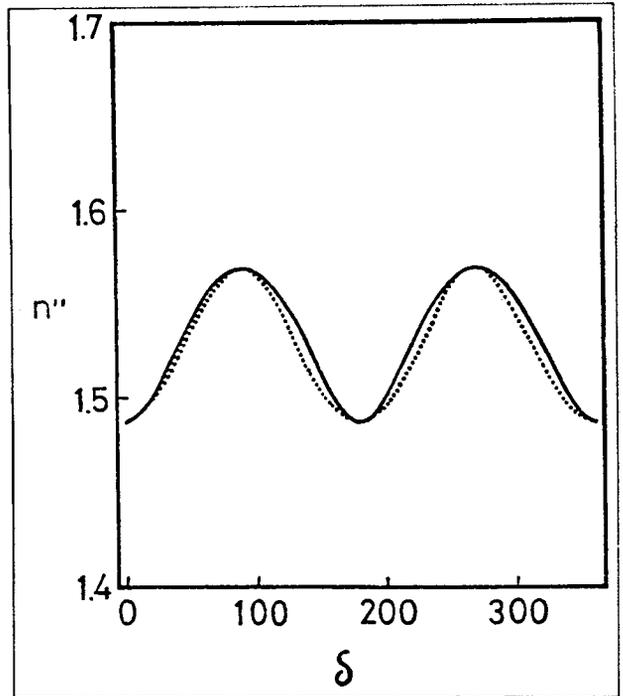


Figura 5: gráfico $n''_{pul}(\delta)$ y $n''_{cal}(\delta)$ este último con línea gruesa, para $\theta = 50$ y λ_p .

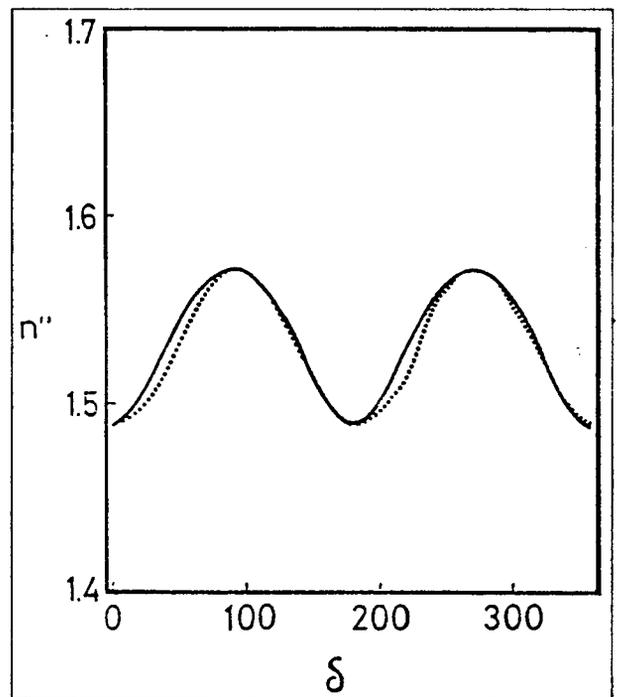


Figura 6: gráfico $n''_{pul}(\delta)$ y $n''_{cal}(\delta)$ este último con línea gruesa, para $\theta = 50$ y λ_e .

REFERENCIAS

- (1) M. C. Simon and L.I. Pérez, *Optik* 82, 37 (1989).
- (2) M. C. Simon and R.M. Echarri, *Appl. Opt.* 25, 1935 (1986).