ISSN (EN LINEA): 1850 - 1158

Modelos físicos elementales de montañas y cordilleras

Julio Gratton[1,2,*] y Carlos Alberto Perazzo[3,2,**]

[1] *INFIP–CONICET, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA, Ciudad Universitaria, Pab. I, 1428 Buenos Aires.*

[2] *Investigador del CONICET.*

[3] *Universidad Favaloro, Solís 453, 1078 Buenos Aires.*

(Dated: 4 de octubre de 2007)

En este trabajo mostramos como mediante argumentos físicos sencillos se pueden obtener cotas para la altura de montañas y leyes de escala que describen el crecimiento de cordilleras y los cambios de sus perfiles topográficos regionales con el correr del tiempo.

In this paper we show how it is possible to obtain bounds for the height of mountains and scaling laws that describe the growth of mountain ranges and the changes of their regional topographic profiles with time, based on simple physical arguments.

I. INTRODUCCIÓN

Por medio del análisis dimensional y con base en modelos sencillos que toman en cuenta la esencia de la física involucrada, podemos describir muchos aspectos y fenómenos de la naturaleza en términos accesibles para los estudiantes de los primeros años (ver por ejemplo[1,2]). Creemos que es útil incorporar algunos de estos temas a los contenidos de las materias de grado de Física y de otras carreras como Geología, Ingeniería, etc. En este trabajo aplicamos esa metodología para obtener estimaciones de las principales características de los relieves de nuestro planeta y de su evolución, tanto a escala local (montañas) como regional (cordilleras).

II. LA CORTEZA TERRESTRE, LA LITOSFERA Y LA ISOSTASIA

Las características de los relieves dependen de las propiedades mecánicas de las capas externas de nuestro planeta, que el lector puede encontrar discutidas en los textos de Geología y Geofísica (ver por ejemplo[3]). En esta sección resumiremos los aspectos relevantes a nuestros propósitos para introducir aquellos términos que no son familiares para los físicos. Es importante señalar que la escala temporal t_o de la evolución de los relieves es de $\approx 10^6 - 10^7$ a. En tiempos tan largos las rocas sometidas a esfuerzos se deforman plásticamente por creep. La rapidez del creep aumenta muy rápidamente con la temperatura, que a su vez crece con la profundidad. La *litosfera* (ver figura 1) es la capa sólida exterior de la Tierra e incluye la *corteza* y parte del *manto superior*, que están separados por la discontinuidad de Mohorovičić (también llamada *Moho*), donde la composición química y la densidad de las rocas cambia bruscamente. La litosfera se apoya sobre la *astenosfera* que es la parte restante del manto superior y que en la escala de tiempo que nos interesa se comporta como un líquido. La transición entre litosfera y astenosfera ocurre a la profundidad en la que se alcanza la isoterma de 1500 °C, donde la viscosidad (que es del orden de 10^{19} Pa en la litosfera) se reduce por 2–3 órdenes de magnitud. Las rocas de la parte superior de la corteza son rígidas y sufren fractura frágil si los esfuerzos a que están sometidas superan su resistencia mecánica. A mayor profundidad, sin embargo, las rocas se deforman plásticamente. El nivel de esta zona de transición depende de la tasa de deformación y de la temperatura, y está más cerca de la superficie para deformaciones lentas.

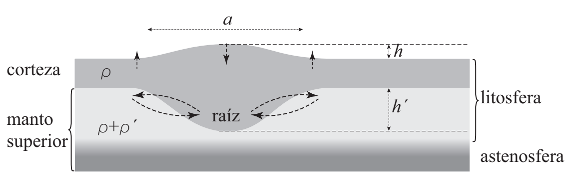

Figura 1: La corteza terrestre, la litosfera y la isostasia.

Se denomina *isostasia* el estado de equilibrio gravitacional de la litosfera gracias al cual la presión en su base es uniforme. Esto implica que todo relieve visible de escala regional está acompañado por un antirelieve del Moho, llamado *raíz*. El caso de un continente se muestra en la figura 1. Si ρ es la densidad de la corteza ($\approx 2{,}7$ g/cm^3), h la altura del relieve, $\rho + \rho'$ la densidad del manto superior ($\rho' \approx 0{,}5$ g/cm^3) y h' la profundidad de la raíz, la isostasia requiere

$$\rho' h' = \rho h. \qquad (1)$$

La densidad de la corteza oceánica es mayor que la de la corteza continental y el equilibrio gravitacional incluye la presión debida al océano por lo que se obtiene una expresión distinta a la anterior, que aquí no nos interesa. Todo apartamiento de la condición (1), como ocurre si un relieve se achata debido a la erosión, requiere un reajuste isostático que insume un tiempo $t_i \lesssim t_o$. Por este motivo las cordilleras están compensadas isostáticamente (con buena aproximación). La compensación isostática se da en escala regional y no localmente porque la corteza actúa como una placa elástica y por su rigidez distribuye las cargas sobre una región más amplia.

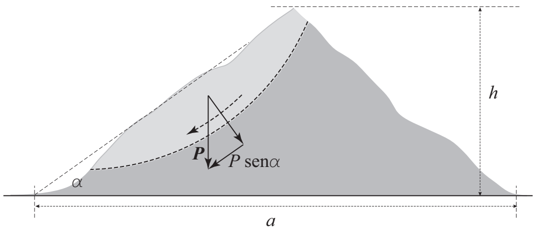

Figura 2: La altura de una montaña.

La litosfera está dividida en *placas* que se encuentran en movimiento relativo y es dicho movimiento la causa de los procesos orogénicos. Se denomina *orogenia* al proceso de formación de cordilleras, que involucra el acortamiento y consiguiente espesamiento de la corteza que resulta de la colisión de dos continentes (caso del Himalaya y el Tibet) o la *subducción* de una placa debajo de un continente (caso de los Andes).

III. LA ALTURA DE UNA MONTAÑA

La altura de una montaña respecto de los valles adyacentes no puede ser arbitrariamente grande porque si los esfuerzos superan la resistencia Y del material sus laderas se derrumban ($Y \approx 0{,}2 - 0{,}4$ kbar). De la figura 2 se ve que la porción clara genera sobre la superficie de fractura incipiente indicada con la línea de trazos un esfuerzo de corte que vale aproximadamente $\tau = (P/S)\mathrm{sen}\alpha$, donde α es la pendiente de la ladera, P el peso de la porción clara y S el área de la superficie de deslizamiento. A menos de factores del orden de la unidad $P \approx \rho g h^3$ y $S \approx h^2$, luego $\tau \approx \rho g h \mathrm{sen}\alpha$. Habrá fractura si $\tau > Y$, luego la altura máxima de la montaña es

$$h_{max} \approx \frac{Y}{\rho g \mathrm{sen}\alpha} \approx \frac{2\,\mathrm{km}}{\mathrm{sen}\alpha}. \tag{2}$$

Aclaremos que esta estimación de h_{max} se refiere a desniveles locales. Desde luego si la montaña forma parte de un macizo o de una cordillera puede alcanzar alturas mayores sobre la llanuras más alejadas.

IV. EL EQUILIBRIO DE RELIEVES A ESCALA REGIONAL

Las consideraciones precedentes no se pueden extender a un relieve de escala regional compensado isostáticamente, como una cordillera. En efecto, en las escalas de tiempo típicas de la orogenia las rocas de la raíz y del manto superior que la rodea, que están a temperaturas muy elevadas, se deforman plásticamente y fluyen lateralmente como indican las flechas en la figura 1. Este flujo esencialmente horizontal ocurre en la parte inferior de la

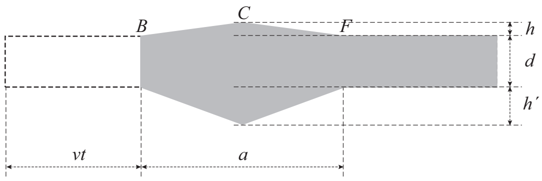

Figura 3: Modelo del acortamiento y engrosamiento de la corteza en una orogenia.

corteza y ensancha y achata la raíz. En correspondencia con esto hay movimientos verticales de la parte superior para mantener la compensación isostática, que aplanan el relieve visible. Como en toda cordillera (salvo en los estadios iniciales de su formación) $a \gg h$, la componente horizontal u de la velocidad es predominante y varía rápidamente con la profundidad. Para estimar el tiempo t^* que requiere el achatamiento pedimos que el esfuerzo viscoso $\tau_v \approx \mu \partial u/\partial z$ balancee el esfuerzo τ_f debido a la flotación. Teniendo en cuenta que $u \approx v/2$ donde $v = da/dt$ y que $\partial u/\partial z \approx u/h'$ resulta $\tau_v \approx \mu v/2h'$. Por otra parte con un razonamiento análogo al de la sección anterior se encuentra que

$$\tau_f \approx \frac{2\rho' g h'^2}{a}. \tag{3}$$

De $\tau_v = \tau_f$ obtenemos $v \approx (4\rho g/\mu)(\rho/\rho')^2 h^3/a$, de donde resulta, introduciendo valores, que $t^* = a/v$ es del orden de magnitud de t_o. Concluimos por lo tanto que el flujo que tiende a ensanchar la raíz se debe tomar en cuenta al describir la evolución de una cordillera.

V. LEYES DE ESCALA PARA LA EVOLUCIÓN DE UNA CORDILLERA

Una cordillera se levanta debido al engrosamiento de la corteza. Basándonos en las consideraciones precedentes podemos plantear un modelo sencillo[4] que describe los aspectos básicos de su evolución. Para esto consideramos una placa continental semiinfinita de espesor d que se acorta con la velocidad v_a debido a la colisión con otra placa o a la subducción. Suponemos que el borde B es recto e infinitamente largo y que la masa de la corteza no varía. La geometría del problema se aprecia en la figura 3, donde para simplificar suponemos que los perfiles del relieve y su raíz son triángulos de base a y alturas h y h'. Si t es el tiempo transcurrido desde el comienzo del proceso, la conservación de la masa implica que

$$2v_a t d = a(h + h'). \tag{4}$$

Además suponemos isostasia de modo que se cumple (1). Por último pedimos que la fuerza de origen viscoso balancee la fuerza de flotación que tiende a ensanchar la raíz, esto es que $\tau_v = \tau_f$, donde $\tau_v \approx \mu \partial u/\partial z$ y τ_f está dado por (3). Por argumentos dimensionales podemos estimar

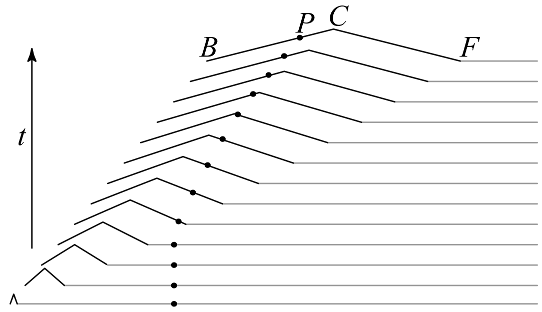

Figura 4: Esquema cualitativo de la evolución del perfil visible de una cordillera.

que $\partial u/\partial z \approx v_a/h'$. Luego resulta

$$\frac{\mu v_a}{h'} = \frac{4\rho' g h'^2}{a}. \quad (5)$$

Usando (1), (4) y (5) obtenemos las siguientes expresiones para $h(t)$ y $a(t)$:

$$h = d\left(\frac{t}{T_a}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{T_f}{t}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad a = 2d\left(\frac{t}{T_a}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{t}{T_f}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad (6)$$

donde

$$T_a = \frac{d}{v_a}\frac{1+\lambda}{\lambda}, \quad T_f = \frac{\mu}{2\rho g d}\lambda(1+\lambda), \quad \lambda = \frac{\rho'}{\rho}. \quad (7)$$

Estas fórmulas muestran que en la evolución del relieve intervienen dos tiempos característicos: T_a asociado al acortamiento de la corteza y T_f asociado al flujo en la raíz. Debido a la combinación de esos procesos la evolución del perfil es autosemejante, con una escala vertical que crece como $t^{1/4}$ y una escala horizontal que crece como $t^{3/4}$. Notar que la razón de aspecto $\theta \equiv a/h = 2(t/T_f^{1/2})$ no depende de T_a. La figura 4 es un esquema cualitativo de la evolución de una cordillera. A medida que el frente F avanza, la superficie de la corteza entre F y la cresta C se levanta y la superficie entre el borde B y C desciende. Por lo tanto un punto fijo P de la superficie se comienza a levantar cuando es alcanzado por la onda de deformación y continúa ascendiendo hasta que llega a la cresta, después de lo cual baja lentamente. Este comportamiento concuerda con la observación de fallas de empuje en la parte delantera de la onda y fallas normales en la parte posterior.

VI. CONCLUSIONES

Hemos mostrado que por medio de argumentos sencillos se pueden obtener cotas para la altura de relieves de escala local y leyes de escala para la evolución de una cordillera que provienen del acortamiento de la corteza, la isostasia y el flujo lateral en la raíz. En nuestro análisis hemos supuesto que la reología de la litosfera es Newtoniana, pero se puede mostrar[4] que se tiene el mismo tipo de comportamiento si se supone una reología más realista.

Agradecimientos

Agradecemos los subsidios PIP 5377 del CONICET, X031 de la Universidad de Buenos Aires y PICTR 2002-00094 de la ANPCYT.

[*] Correo electrónico: jgratton@tinfip.lfp.uba.ar
[**] Correo electrónico: perazzo@favaloro.edu.ar

[1] J. Gratton y C.A. Perazzo, *Am. J. Phys.* **74**, 789–793, 2006.
[2] J. Gratton y C.A. Perazzo, *Am. J. Phys.* **75**, 158–160, 2007.
[3] J.A. Jacobs , R.D. Russell y J. Tuzo Wilson, *Physics and Geology*, McGraw–Hill, New York, 1974.
[4] J. Gratton, *J. Geophys. Res.* **94**, 15627–15634, 1989.