

# COSECHA DE ENERGÍA DE FLUCTUACIONES SUPRA GAUSSIANAS POR MÉTODO PIEZOELÉCTRICO MEDIANTE OSCILADORES MONOESTABLES DE TIPO POZO CUADRADO: ANALOGÍA ELECTRÓNICA

## SUPRAGAUSSIAN-FLUCTUATION ENERGY HARVESTING BY PIEZOELECTRIC METHOD, THROUGH MONOSTABLE SQUARE-WELL-LIKE OSCILLATORS: AN ELECTRONIC ANALOGY

J.I. Peña Rosselló <sup>a</sup>, J.I. Deza <sup>b</sup>, H.S. Wio <sup>c</sup>, R.R. Deza <sup>d,\*</sup>

<sup>a</sup> Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales – Universidad Nacional de Mar del Plata  
Deán Funes 3350 – (B7602AYL) Mar del Plata – Argentina

<sup>b</sup> DONLL – Departament de Física i Enginyeria Nuclear – Universitat Politècnica de Catalunya  
Rambla Sant Nebridi s/n, Edifici Gaia-TR14 – (E-08222) Terrassa – España

<sup>c</sup> Instituto de Física de Cantabria (IFCA) – Universidad de Cantabria – CSIC  
Avda. Los Castros s/n – (E-39005) Santander – España

<sup>d</sup> Instituto de Investigaciones Físicas de Mar del Plata (IFIMAR) – Universidad Nacional de Mar del Plata – CONICET  
Deán Funes 3350 – (B7602AYL) Mar del Plata – Argentina

Recibido: 28/11/2013; aceptado: 17/06/2014

Se presenta un análogo electrónico de un oscilador monoestable de tipo pozo cuadrado, propuesto para cosechar energía del ruido mediante transducción piezoeléctrica. Se supone un ruido altamente correlacionado y con estadística supra Gaussiana, que se controla mediante un parámetro  $q$ . Éste es sintetizado y enviado a través de un circuito electrónico en el que se utiliza un diodo Zener como análogo del potencial tipo pozo cuadrado, para observar cómo varía la tensión cuadrática media entregada a la carga a medida que el ruido se aleja de uno Gaussiano. Los resultados muestran que al crecer  $q$  por encima de 1 (correspondiente a estadística Gaussiana) la tensión cuadrática media se incrementa, de modo que el Zener actúa efectivamente como selector de grandes excursiones.

*Palabras clave:* cosecha de energía, fluctuaciones supra Gaussianas, análogo electrónico.

An electronic analog is introduced of a square-well monostable oscillator, proposed for noise energy harvesting using piezoelectric transduction. A highly correlated noise is assumed, whose supra Gaussian statistics is controlled by a parameter  $q$ . This is synthesized and sent through an electronic circuit in which a Zener diode is used as an analogue of the square-well potential, to observe how the rms voltage delivered to the load varies as the noise departs from Gaussian. The results show that as  $q$  grows above 1 (corresponding to Gaussian statistics) the rms voltage increases, so that the Zener effectively acts as selector of large excursions.

*Keywords:* energy harvesting, supra Gaussian fluctuations, electronic analog.

### I. INTRODUCCIÓN

La carrera hacia la integración y reducción de tamaño que comenzó hace medio siglo con la invención del transistor, implicaba necesariamente el desarrollo de fuentes de energía adecuadas para el rango de dispositivos pequeños y portátiles (que incluye sistemas de sensores inalámbricos, microelectrónica autoalimentada, recarga autónoma de baterías y muchas otras aplicaciones). Quizás por confiar demasiado en el desarrollo de mejores baterías y celdas de combustible, hemos quedado a la zaga en alternativas que incrementen la autonomía de los dispositivos. Entre ellas, la extracción de trabajo útil de las agitaciones presentes en el ambiente, que normalmente consideramos como “ruido” o “fluctuaciones” (ruido

térmico, luz, diferencias de potencial eléctrico en tejidos vivos) es una opción que se ha vuelto más y más conveniente. En este contexto, es posible concebir dispositivos (estaciones meteorológicas, dispositivos de adquisición o de control mecánico, etc) que (imitando lo que las células vivas hacen todo el tiempo, mediante la absorción de oxígeno y nutrientes de su entorno de forma autónoma) podrían funcionar indefinidamente en su medio sin mantenimiento frecuente<sup>1</sup>.

Los dispositivos lineales son inadecuados para responder a este desafío, ya que presentan resonancia dentro de un rango de frecuencias muy estrecho. Un enfoque innovador del que Gammaitoni *et al.*<sup>2,3</sup> son pioneros, propone la alinealidad como ingrediente central. Un oscilador no lineal puede recoger energía de

---

\* [deza@mdp.edu.ar](mailto:deza@mdp.edu.ar)

un rango de frecuencias más amplio que sus contrapartes lineales, aprovechando mejor por tanto la energía de ruido disponible. Pero así como debemos sintonizar un oscilador lineal para maximizar la energía obtenida en una situación particular, en uno no lineal debemos ajustar primero la forma de su potencial y luego sus parámetros, para responder de manera óptima a un ruido que tiene ciertas características espectrales y estadísticas. Este trabajo pretende entonces optimizar el rendimiento global de un oscilador modelo, como colector de energía mediante conversión piezoeléctrica de fluctuaciones mesoscópicas supra Gaussianas e incluso del tipo de Lévy.

En cuanto a la forma, previamente<sup>4</sup> hemos considerado un oscilador de Woods-Saxon<sup>5</sup> (un potencial monoestable capaz de interpolar entre comportamientos de pozo cuadrado y de tipo armónico) y realizamos un estudio numérico detallado de la dependencia de la tensión eficaz de salida  $V_{rms}$  (como indicador de la potencia media entregada a un circuito de carga) en los parámetros del potencial y del ruido. Hemos encontrado un aumento espectacular de  $V_{rms}$  para pozos de potencial profundos e intensidad de ruido bajas, cuando la distribución estadística del ruido se ensancha. Estos resultados nos llevaron a concluir que un pozo cuadrado profundo de potencial actúa como selector de las grandes excursiones altamente correlacionadas del oscilador provocadas por el ruido de “cola gorda”. Con el fin de estudiar más a fondo este mecanismo, se realizó un experimento real en un análogo electrónico incompleto pero ilustrativo: hacemos pasar ruido del tipo considerado previamente<sup>4</sup> a través de un diodo Zener, encontrando que efectivamente la frecuencia de picos de corriente Zener aumenta a medida que  $q$  se hace mayor que 1.

## II. MÉTODOS

### El modelo

Consideramos un oscilador anarmónico unidimensional que media entre una fuente de vibraciones mecánicas y un transductor piezoeléctrico. Éste produce un voltaje  $V(t)=K_c x(t)$  que alimenta a un circuito de carga con resistencia  $R$  y capacitancia  $\tau_p/R$ . A su vez, el transductor reacciona sobre el oscilador con una fuerza  $K_v V(t)$ . El oscilador (de masa  $m$  y constante de amortiguación  $\gamma$ ) se rige por un potencial monoestable  $U(x)$  y la fuente de vibraciones mecánicas (a la que está acoplado con intensidad  $\sigma$ ) es considerada como estocástica, produciendo una fuerza instantánea  $\eta(t)$  fuertemente coloreada. El sistema es entonces descrito por

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -U'(x) - \gamma\dot{x} - K_v V + \sigma\eta(t), \\ \dot{V} &= K_c \dot{x} - \frac{V}{\tau_p}. \end{aligned} \quad (1)$$

Siendo  $V^2(t)/R$  la potencia instantánea suministrada a la resistencia de carga, la medida de actuación es  $V_{rms}$  durante el intervalo de observación.

Investigamos la capacidad del potencial de Woods-Saxon (WS)

$$U(x) := \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{|x| - r}{a}\right)}, \quad (2)$$

mostrado en fig. 1, cuyo comportamiento varía entre el de un pozo cuadrado (con profundidad  $V_0$  y ancho  $2r$ ) y el de un oscilador cuasi armónico.

El ruido  $\eta(t)$  es generado dinámicamente mediante

$$\tau\dot{\eta} = -V'_q(\eta) + \xi(t), \quad (3)$$

con

$$V_q(\eta) := \frac{1}{\tau(q-1)} \ln \left[ 1 + \tau(q-1) \frac{\eta^2}{2} \right] \quad (4)$$

donde  $\xi(t)$  es blanco, centrado y de varianza 1.  $\eta(t)$  es de Ornstein-Uhlenbeck para  $q=1$ , de intensidad acotada para  $q<1$ , supra Gaussiano (con varianza  $\sigma_{ef}^2=2\sigma^2/[q(5-3q)]$ ) para  $q>1$  y cualitativamente similar a uno de Lévy para  $q \geq 5/3$  (de hecho, para  $q=2$  es de Cauchy).

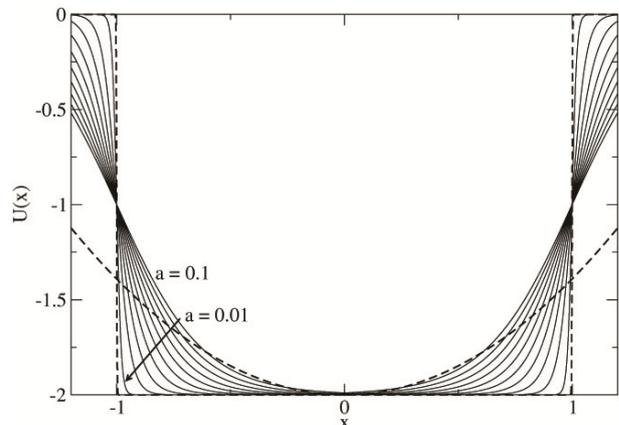


Fig. 1: Potencial de Woods-Saxon para  $r=1$ ,  $V_0=2$  y  $a$  entre 0,01 y 0,1.

### Resultados numéricos

Las ecs. (1) y (3), junto con las definiciones (2) y (4), fueron integradas<sup>4</sup> por el método de Heun para  $m=\gamma=K_v=K_c=r=1$ ,  $\tau_p=10^4$  y  $\tau=10$ ,<sup>3</sup>  $a=0,05$  en la ec. (2), y varios valores de  $\sigma$  y  $V_0$ . Se observó un aumento considerable de  $V_{rms}$  para bajo  $\sigma$  y alto  $V_0$  cuando  $q$  en la ec. (4) crece por encima de 1. De hecho, como muestra la fig. 2,  $q$  y  $\sigma$  no son independientes.

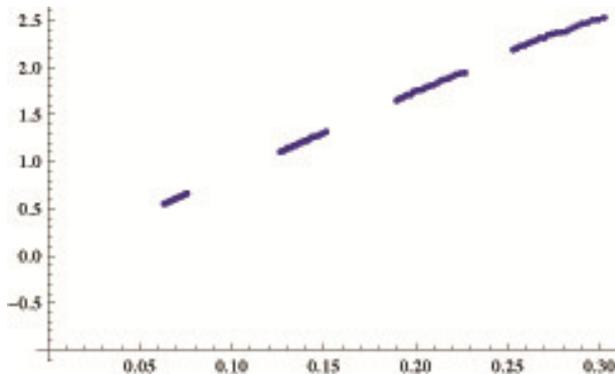


Fig. 2:  $V_{rms}$  vs  $\sigma_{ef}$  para  $V_0=10$ ,  $\sigma=0,2$  y  $a=0,05$ .

### Experimento en un análogo electrónico (incompleto)

El crecimiento de  $V_{rms}$  con  $q$  se explica por la capacidad del pozo de potencial para actuar como selector de grandes excursiones autocorrelacionadas. Como metáfora de este comportamiento se utiliza un diodo Zener. Ruido  $\eta(t)$  sintetizado por medio de la ec. (3) se alimenta al circuito de la fig. 3 mediante la salida de audio de la computadora, utilizando una función de MATLAB™. Se requiere un amplificador operacional porque la salida de MATLAB™ está limitada entre  $\pm 2V$ . Cuando aumenta  $q$  y por tanto  $\sigma_{ef}$  (fig. 4), se pueden observar picos de corriente Zener como en la fig. 5.

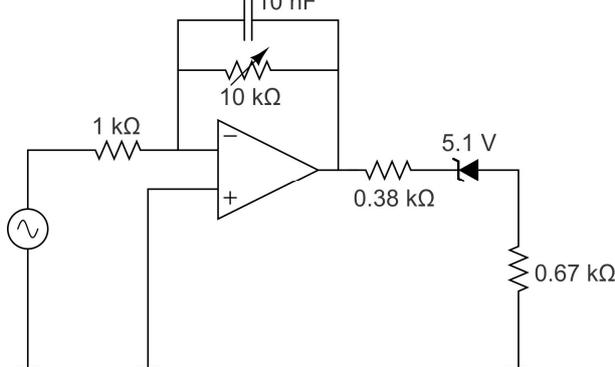


Fig. 3: Arreglo experimental. El generador de señal es una computadora.

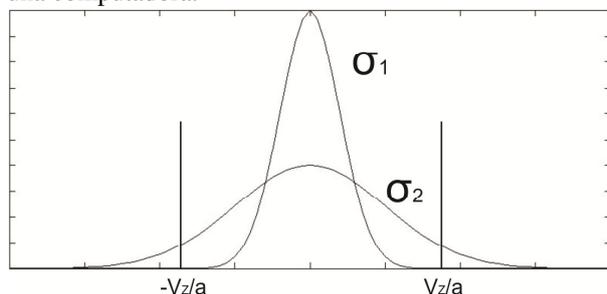


Fig. 4: Probabilidad de sobrepaso al aumentar  $\sigma_{ef}$ .  $V_z$ : tensión Zener;  $a$ : factor de amplificación.



Fig. 5:  $q=1,6$ ,  $\sigma=0,4$ .

### III. CONCLUSIONES

Cuando  $V_{rms} \propto x_{rms}$ , estará dominado por las grandes excursiones del oscilador. Éstas son permitidas por un potencial de alcance finito como el de Woods–Saxon, mientras que son suprimidas por los potenciales tipo potencia par considerados previamente<sup>3</sup>. Hemos elegido como ruido externo el proceso definido por la ec. (3) porque depende de dos parámetros con clara interpretación y es fácil de generar de forma dinámica. En tal situación, un pozo cuadrado moderadamente redondeado y suficientemente profundo actúa como selector de grandes excursiones y por lo tanto es capaz de sacar el máximo provecho de fluctuaciones supra Gaussianas e incluso de tipo Lévy muy débiles. Hemos demostrado que  $V_{rms}$  es de hecho función de  $\sigma_{ef} = \sigma \{2/[\pi(5-3q)]\}^{1/2}$ . Hemos realizado un experimento ilustrativo del fundamento de la actuación del sistema, cuyo resultado es consistente con las conclusiones del trabajo numérico.

### IV. REFERENCIAS

- 1 - Kompis, C. and S. Aliwell, Ed., “Energy Harvesting Technologies to Enable Remote and Wireless Sensing”, Vadera Ltd, London (2008).  
Ryhanen T. *et al.*, Ed., “Nanotechnologies for Future Mobile Devices”, Cambridge U. Press, Cambridge (UK) (2010).  
Lay-Ekuakille A. *et al.*, Ed., “Wearable and Autonomous Biomedical Devices and Systems for Smart Environment”, Springer, Berlin (2010).  
Kazmierski, T.J. and S. Beeby., Ed., “Energy Harvesting Systems: Principles, Modeling and Applications”, Springer, New York (2011).  
Tan, Y.K., Ed., “Sustainable Energy Harvesting Technologies: Past, Present and Future”, InTech, Rijeka (2011).
- 2 - Gammaitoni, L., I. Neri and H. Vocca. [Appl.Phys.Lett., 94, 164102 \(2009\).](#)  
Cottone, F., H. Vocca and L. Gammaitoni. [Phys.Rev.Lett., 102, 080601 \(2009\).](#)
- 3 - Gammaitoni, L., I. Neri and H. Vocca. [Chem.Phys., 375, 435-438 \(2010\).](#)
- 4 - Deza, J.I., R.R. Deza and H.S. Wio. [Europhys.Lett., 100, 38001 \(2012\).](#)
- 5 - Bohr, A. and B.R. Mottelson. “Nuclear structure” v1, Benjamin, New York (1975).