

EFECTO DEL SESGO EN LA DIFUSIÓN EN MEDIOS FLUCTUANTES

BIAS EFFECT IN DIFFUSION IN FLUCTUATING MEDIA

Natalia C. Bustos⁽¹⁾ y Miguel A. Ré^(1,2)

⁽¹⁾Facultad de Matemática, Astronomía y Física - Universidad Nacional de Córdoba
Ciudad Universitaria - (5010) - Córdoba - Argentina

⁽²⁾Facultad Regional Córdoba - Universidad Tecnológica Nacional.
Maestro López y Cruz Roja Argentina - (5010) - Córdoba - Argentina
e-mail: mre@cbasicas.frc.utn.edu.ar / re@famaf.unc.edu.ar

Recibido: 17/12/2012; aceptado: 30/07/2013

Resumen: Diversos fenómenos en Química o Biología pueden modelarse como un problema de difusión entre obstáculos fluctuantes. A modo de ejemplo mencionamos la migración de pequeñas moléculas a través de proteínas como la mioglobina. El modelo de difusión puede plantearse como una Caminata Aleatoria de Tiempo Continuo (CTRW) en una región finita limitada por barreras que fluctúan entre un estado cerrado que impide el paso de la partícula, devolviéndola a la región de procedencia, y un estado abierto que permite el paso de la partícula. La presencia de estas barreras fluctuantes favorece la probabilidad de transmisión de la partícula a través de la región: la probabilidad de que una partícula que ingresa por el extremo izquierdo abandone la región por el extremo derecho. Se presenta en esta comunicación un modelo de CTRW sesgado para una partícula en una región finita limitada por dos barreras fluctuantes. Se trabaja en particular en la situación intermedia en la que la tasa de fluctuaciones de las barreras es comparable con la tasa de transiciones en el desplazamiento. Se analiza la dependencia de la ganancia en transmisión en función del sesgo de la distribución de probabilidades para el desplazamiento de la partícula, la relación entre las tasas de transmisión y fluctuación y la longitud de la región.

Palabras clave: caminata aleatoria, reaccion, difusin

Abstract: Several Chemical or Biological phenomena can be modeled as diffusion between fluctuating gates. As an example we mention small molecules migration through proteins as in mioglobin. Diffusion can be outlined as a Continuous Time Random Walk (CTRW) on a finite region limited by fluctuating barriers between a closed state, preventing particles to leave the region, and an open state, allowing the particles to leave the region. The fluctuating barriers increases the transmission probability of particles through the finite region: the probability that a particle entering on one extreme leaves the region at the other extreme. It is presented in this communication a biased CTRW model limited by two fluctuating barriers. It is considered here the intermediate situation when the barrier fluctuation rate and the CTRW transition rate are of the same order. It is analyzed the transmission gain as a function of displacement bias and the relationship of the fluctuation and transition ratio and the length of the region.

Keywords: random walk, reaction, diffusion

1 Introducción

Procesos tales como la difusión de un ligando en el interior de una proteína, por ejemplo la mioglobina, no ocurren naturalmente dentro de un medio estático. Se ha establecido que las fluctuaciones influyen marcadamente sobre las propiedades de transporte[1, 2, 3, 4], por lo tanto se puede describir a partir de modelos de difusión en presencia de barreras fluctuantes (en particular con fluctuaciones entre dos estados)[5]. El movimiento de partículas en un medio desordenado

fluctuante se ha estudiado frecuentemente en una de dos situaciones extremas: asumiendo que las fluctuaciones temporales son extremadamente rápidas cuando se las compara con la escala de tiempos del desplazamiento de las partículas que difunden o por el contrario suponiendo que las fluctuaciones son extremadamente lentas comparando con la misma escala. Más recientemente se han comenzado a estudiar procesos en la situación intermedia, en la que las escalas de tiempo de la difusión y de las fluctuaciones son comparables[7, 8],

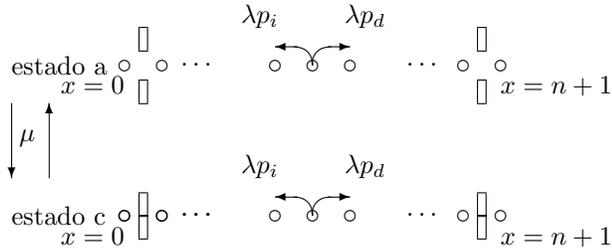


Figure 1: Esquema del modelo unidimensional formulado. La tasa de transiciones entre sitios es λ y la tasa de transiciones para cambio de estado de las barreras es μ . En cada salto del caminante la probabilidad de ir hacia la izquierda se denota por p_i mientras que la probabilidad de ir hacia la derecha se denota por p_d . En el estado a (barreras abiertas) el caminante puede pasar al sitio trampa en $x = 0$, considerándose finalizado el proceso sin transmisión. Similarmente, en el otro extremo el caminante puede pasar al sitio trampa $x = n + 1$, considerándose finalizado el proceso habiéndose efectuado la transmisión. En el estado c (barreras cerradas) las trampas en $x = 0$ y $x = n + 1$ están inaccesibles y el caminante no puede abandonar la red.

lo que ha dado lugar al estudio del fenómeno de resonancia en sistemas fluctuantes[9]. Se ha establecido que en sistemas difusivos limitados por barreras fluctuantes aumenta la probabilidad de transmisión a través de una región limitada cuando se lo compara con el sistema en ausencia de las mismas, lo que permite determinar la ganancia en transmisión. Esto hace suponer que en el tramo inicial de la caminata la presencia de las barreras evita que la partícula vuelva a la región de salida[10]. En particular se ha planteado el estudio del proceso de transporte en un sistema de barreras fluctuantes en presencia de sesgo, encontrándose que la ganancia en transmisión es máxima cuando no hay sesgo.

En esta comunicación se presenta un cálculo exacto para la transmisión en un sistema sesgado de dos barreras fluctuantes. El modelo propuesto corresponde a una caminata aleatoria de tiempo continuo sobre una red unidimensional finita no homogénea. En cada extremo de la red se incluye una barrera fluctuante. Se calcula la probabilidad de que un caminante que ingresa en la red por el extremo izquierdo abandone la misma por el extremo opuesto, denominándose a esta cantidad la probabilidad de transmisión. La comparación con la ganancia en un medio equivalente sin la presencia de sesgo permite determinar la influencia del mismo en la difusión en medios fluctuantes.

2 Descripción del modelo

Se presenta un modelo de CTRW sesgada con doble atrapamiento dinámico[11] para la transmisión de una partícula browniana a través de una región limitada por barreras fluctuantes. La CTRW tiene lugar sobre

una red unidimensional finita con trampas dinámicas en sus bordes, como se ilustra en la figura 1. Las trampas dinámicas fluctúan entre un estado abierto o activo y un estado cerrado o inactivo, identificándose con los estados abierto y cerrado de las barreras respectivamente. Cada sitio en la red se identifica por un número entero x con $0 < x < n + 1$, siendo n el número de sitios en la red. De esta manera una partícula que realiza una CTRW sobre esta red no la puede abandonar cuando las barreras están cerradas, en tanto que cuando las barreras están abiertas la partícula puede ser atrapada en una cualquiera de las trampas en los extremos. Para una partícula que comienza su trayectoria en $x = 1$ la transmisión a través de la región se asocia con el atrapamiento del caminante por la trampa ubicada en $x = n + 1$. Por el contrario, si la partícula es atrapada por la trampa en $x = 0$ no se produjo transmisión. Por lo tanto la magnitud a calcular para el proceso de transmisión es la probabilidad de que una partícula, que comenzó en $x = 1$ en el tiempo $t = 0$, sea atrapada en $x = n + 1$ (sin haber pasado por $x = 0$). Para la consideración del proceso de transmisión el estado inicial de la barrera izquierda debe ser abierto.

La partícula realiza una CTRW asimétrica con transiciones a primeros vecinos y dinámica de transiciones de primer orden con tasa λ , descrita por la densidad de probabilidad para el tiempo entre transiciones

$$\psi_0(x - x'; t) = [p_i \delta_{x, x' - 1} + p_d \delta_{x, x' + 1}] \lambda e^{-\lambda t} \quad (1)$$

con lo cual $\psi_0(x - x'; t) dt$ es la probabilidad de que el caminante concluya su estadía en el sitio x' luego de un tiempo t de permanencia mediante una transición $x' \rightarrow x$.

La fluctuación de las barreras, a su vez, también se supone descrita por una dinámica de primer orden simétrica con densidad de probabilidad para el tiempo de permanencia en un estado particular (cerrado o abierto) $f(t) = \mu \exp(-\mu t)$. El parámetro μ es la frecuencia de transiciones para el ruido dicotómico que describe el cambio de estado de las barreras. La solución analítica encontrada corresponde a la situación en que las barreras cambian de estado sincronizadamente.

Se supone además que los procesos de cambio de posición del caminante y de cambio de estado de las barreras son estadísticamente independientes.

3 CTRW sesgada en ausencia de fluctuaciones

En esta sección se calcula la probabilidad de transmisión en ausencia de barreras (o con las barreras siempre abiertas). La figura 2 ilustra esquemáticamente el problema en consideración. El resultado a obtener permite valorar la influencia de las fluctuaciones de las barreras en la probabilidad de transmisión.

Se considera en primer término el problema de una caminata aleatoria sesgada homogénea (en ausencia de

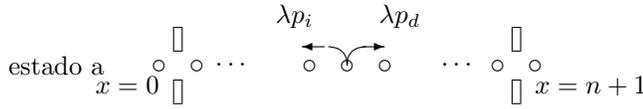


Figure 2: Modelo de transmisión en ausencia de cambios de estado de las barreras. Este problema resulta equivalente a suponer que en el esquema de la figura 1 las barreras permanecen abiertas para todo t .

barreras y trampas) con la densidad de probabilidad para el tiempo de pausa dado por (1). Se calcula la densidad de probabilidad para el tiempo de arribo del caminante a una posición particular de la red. Este resultado conocido se reobtiene a fin de presentar la notación a utilizar y porque los demás resultados se expresarán en función de esta densidad.

Denotamos por $G^{(0)}(x; t | x_0)$ la densidad de probabilidad condicional para el tiempo de arribo del caminante a la posición x en la red, supuesto que el caminante comienza en $t=0$ su trayectoria en la posición x_0 . La densidad $G^{(0)}(x; t | x_0)$ debe cumplir con la relación de recurrencia

$$G^{(0)}(x; t | x_0) = \delta_{x,x_0} \delta(t - 0^+) + \sum_{x'} \psi_0(x - x'; t) \star G^{(0)}(x'; t | x_0) \quad (2)$$

donde el símbolo \star representa el producto de convolución temporal entre dos funciones

$$f(t) \star g(t) = \int_0^t dt' f(t - t') g(t')$$

La relación de recurrencia en (2) se resuelve calculando la transformada de Laplace en la variable temporal y la de Fourier en la espacial, obteniéndose en la representación de Laplace

$$G^{(0)}(x; u | x_0) = \frac{R_c^{x-x_0} \zeta^{|x-x_0|}}{2\psi_0(u) R_p R} \quad (3)$$

donde

$$\begin{aligned} \psi_0(u) &= \sum_x \psi_0(x - x'; u) \\ R_p &= \sqrt{p_d p_i} \\ R_c &= \sqrt{\frac{p_d}{p_i}} \\ R &= \sqrt{\frac{1}{\psi_0(u)^2} - 1} \\ \zeta &= \frac{1}{\psi_0(u)} - R \end{aligned} \quad (4)$$

De aquí en más se indica la transformada de Laplace de una función del tiempo mediante la sustitución $t \rightarrow$

$u: f(u) = \int_0^\infty dt e^{-ut} f(t)$. En la expresión anterior $\psi_0(u)$ corresponde a la densidad de probabilidad para el tiempo de pausa, que en el caso particular (1) en consideración es $\psi_0(u) = \lambda / (u + \lambda)$.

Se considera a continuación el problema de transmisión en una caminata sesgada en ausencia de barreras, en el esquema propuesto en la figura 2. Este problema puede plantearse como uno de doble atrapamiento: suponemos un caminante que comienza su CTRW en el sitio $x_0 = 1$ y la presencia de dos trampas perfectas (siempre activas) en las posiciones $x = 0$ y $x = n + 1$ respectivamente. Este problema equivale a suponer en el esquema general que las barreras se cierran nunca. El comportamiento de las trampas es tal que cuando el caminante llega a la posición de alguna de ellas desaparece de la red. El atrapamiento del caminante en el sitio $x = n + 1$ corresponde a la transmisión a través de la región de interés, en tanto que el atrapamiento en $x = 0$ significa que el caminante no pudo atravesar la región volviendo a la zona de partida. Ambos eventos, atrapamiento en $x = 0$ y atrapamiento en $x = n + 1$ son mutuamente excluyentes y por lo tanto la densidad de probabilidad para el tiempo de llegada a la posición $x = n + 1$, condicionado a que no haya visitado previamente el sitio $x = 0$, es la densidad de probabilidad para el tiempo de atrapamiento en $x = n + 1$.

Denotamos por $G^{(t)}(x; t | x_0)$ la densidad de probabilidad para el tiempo de llegada del caminante a un sitio x , $0 < x < n + 1$ suponiendo que la posición inicial, x_0 está en la misma región. El supraíndice (t) indica que la densidad corresponde al problema de doble atrapamiento.

La densidad $G^{(t)}(x; t | x_0)$ puede calcularse mediante una generalización del método de inhomogeneidad local planteado en [11], suponiendo una densidad de probabilidad para el tiempo entre transiciones

$$\psi(x - x'; t) = \begin{cases} \psi_0(x - x'; t) & 0 \neq x' \neq n + 1 \\ 0 & x' = 0 \text{ o } x' = n + 1 \end{cases} \quad (5)$$

con ψ_0 la función definida en (1).

El caminante desaparece de la red en los sitios trampa y por lo tanto no hay trayectorias que comiencen en dichos sitios. En los demás sitios suponemos que la densidad de probabilidad para el tiempo entre transiciones coincide con la del problema homogéneo.

La densidad de probabilidad para el tiempo de arribo deberá satisfacer una ecuación de recurrencia similar a la establecida en (2), con la sustitución de la nueva $\psi(x - x', t)$ para el tiempo entre transiciones definida en (5)[10].

La solución de la ecuación de recurrencia en la representación de Laplace es

$$G^{(t)}(n + 1; u | x_0) = \zeta^{n+1} \frac{1 - \zeta^{2x_0}}{1 - \zeta^{2(n+1)}} \quad (6)$$

con ζ la función definida en (4).

Si evaluamos $G^{(t)}(n+1; t | x_0)$ en $x_0 = 1$ obtenemos la densidad de probabilidad para el tiempo de transmisión sin barreras y el resultado en (6) es su transformada de Laplace. Evaluando en $u = 0$ obtenemos

$$G^{(t)}(x_b; u = 0 | x_0) = \int_0^\infty dt G^{(t)}(x_b; t | x_0) \quad (7)$$

la probabilidad de transmisión, que denotamos por E_0 . La probabilidad de transmisión resulta

$$E_0 = \frac{1 - C}{1 - C^{n+1}} \quad (8)$$

donde

$$C = \frac{p_d}{p_i} \quad (9)$$

Con este valor deberá compararse la probabilidad de transmisión para el sistema con barreras fluctuantes, obteniéndose la ganancia en transmisión para medios fluctuantes sesgado. Esta cantidad nos indicará la influencia del sesgo y si el mismo favorece la transmisión.

4 Modelo de caminata multiestadado sesgado

En esta sección se presenta un modelo de CTRW multiestadado sobre una red unidimensional infinita y homogénea. Los resultados a obtener se utilizarán en la sección siguiente para expresar la probabilidad de transmisión a través del sistema de barreras fluctuantes.

Consideremos una CTRW en el espacio $\Omega = x \otimes i$, con x la posición del caminante en la red e i un índice de estado interno que en la sección siguiente será asociado al estado de las barreras, caracterizada por la matriz de transición con elementos en la diagonal

$$H_{i,i}^{(0)}(x - x'; t) = \psi_0(x - x'; t) e^{-\mu t} \quad (10)$$

y elementos fuera de la diagonal

$$H_{i,j}^{(0)}(x - x'; t) = \mu e^{-(\mu+\lambda)t} \delta_{x,x'} \quad (11)$$

Nótese que en el esquema propuesto, correspondiente a una CTRW multiestadado, se han descartado las transiciones simultáneas de posición y estado interno por ser de segundo orden en dt : la probabilidad de que una partícula en un sitio de red al tiempo t cambie de posición entre t y $t + dt$ es λdt (asimilable a la probabilidad de falla [12]) en tanto que la probabilidad de el sistema en un dado estado al tiempo t cambie de estado entre t y $t + dt$ es μdt . Dado que el cambio de posición del caminante y el cambio de estado de las barreras se suponen eventos estadísticamente independientes la probabilidad de que ambos eventos ocurran simultáneamente es $\lambda dt \mu dt$. El problema a considerar aquí no incluye la presencia de barreras y trampas. Dada la suposición de dinámica markoviana para ambos procesos, esta matriz no presenta los problemas

de regeneración del sistema[13], que surgen en la construcción de una matriz de transiciones más general.

Se introduce a continuación la densidad de probabilidad para el tiempo de llegada al sitio (x, i) para un caminante que arranca en $t = 0$ en (x_0, i_0) , denotada como $G_{i,i_0}^{(m)}(x; t | x_0)$. Esta densidad de probabilidad debe satisfacer la relación de recurrencia

$$G_{i,i_0}^{(m)}(x; t | x_0) = \delta_{x,x_0} \delta_{i,i_0} \delta(t - 0^+) + \sum_{x',j} H_{i,j}^{(0)}(x - x'; t) \star G_{j,i_0}^{(m)}(x'; t | x_0) \quad (12)$$

La solución de la ecuación, en la representación de Laplace, es

$$G^{(m)}(x; u | x_0) = \frac{1}{4R_p \lambda \Phi_0} \begin{bmatrix} g_+(x - x_0) g_-(x - x_0) \\ g_-(x - x_0) g_+(x - x_0) \end{bmatrix} \quad (13)$$

con ζ , R , R_c y R_p los símbolos introducidos en (4) y con las definiciones

$$\begin{aligned} \Phi_0^{-1} &= u + \lambda + \mu \\ g_{\pm}(x - x_0) &= R_c^{x-x_0} \left[\frac{\zeta^{|x-x_0|}}{R} \pm \frac{\zeta_{\pm}^{|x-x_0|}}{R_{\pm}} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

$$R_{\pm} = \sqrt{\left(\frac{u + 2\mu + \lambda}{2R_p \lambda} \right)^2 - 1}$$

$$\zeta_{\pm} = \frac{u + \lambda + 2\mu}{2R_p \lambda} - R_{\pm}$$

5 Transmisión con barreras fluctuantes en un medio sesgado

En esta sección se considera la probabilidad de transmisión a través de una región limitada por dos barreras fluctuantes mediante el modelo de CTRW multiestadado desarrollado en la sección anterior. La caminata tiene lugar sobre una red unidimensional como se ilustra en la figura 1 y se discutió en la sección 2. La matriz de transición para un sitio regular de red es la descrita en (10) y (11). Para los sitios trampa la matriz de transiciones será

$$H_{c,c}(x - x_t; t) = \delta_{x,x_t \pm 1} \delta(t - 0^+) \quad (15)$$

El signo “+” corresponde a la posición de la trampa $x_t = 0$ en tanto que el signo “-” a $x_t = n + 1$. Esta matriz da una condición reflectante cuando las barreras están cerradas. Para todo otro estado del sistema los elementos de matriz son nulos, ya que no hay trayectorias que comiencen en el sitio trampa. Denotamos la densidad de probabilidad para el tiempo de arribo a la posición x para una partícula que comienza su caminata en x_0 ($0 < x_0 < n + 1$) por $G_{i,i_0}^{(f)}(x; t | x_0)$, donde

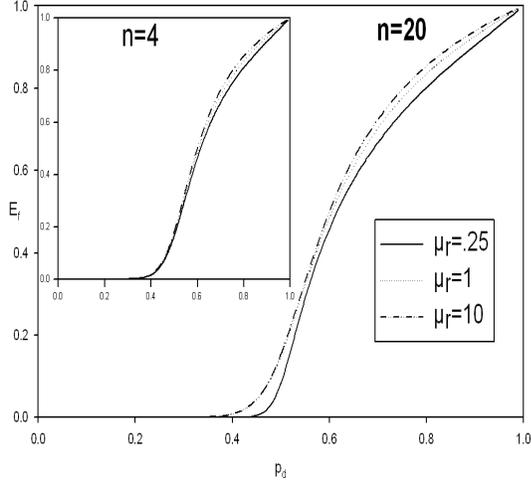


Figure 3: Probabilidad de transmisión, E_f , vs. el sesgo en la difusión, p_d : probabilidad de salto hacia la derecha, (ver descripción del modelo) para una red de 20 sitios. Se incluye la dependencia paramétrica con la tasa relativa de cambio de estado de las barreras, $\mu_r = \mu/\lambda$. En la inserción se incluye un gráfico similar para una red de 4 sitios.

el supraíndice (f) indica la solución del problema con barreras fluctuantes. Utilizando nuevamente el método de la inhomogeneidad local obtenemos esta densidad en la representación de Laplace [10]. En particular el tiempo de arribo a $n+1$ corresponde al tiempo de atrapamiento en la trampa ubicada en ese extremo y por lo tanto al tiempo de transmisión. En la representación de Laplace

$$G_{i,i_0}^{(f)}(n+1; u | x_0) = \sum_l [V_\beta^{-1}]_{i,l} [G_\beta]_{l,j} \quad (16)$$

con las definiciones de las matrices auxiliares

$$V_\beta = \chi^{-1}(n+1; u | 0) \chi(n+1; u | n+1) - \chi^{-1}(0; u | 0) \chi(0; u | n+1) \quad (17)$$

$$G_\beta = \chi^{-1}(n+1; u | 0) G^{(m)}(n+1; u | x_0) - \chi^{-1}(0; u | 0) G^{(m)}(0; u | x_0)$$

$$\chi_{i,j}(x; u | x') = G_{i,j}^{(m)}(x; u | x') - \sum_{l, x_i} G_{i,l}^{(m)}(x; u | x_i) H_{l,j}(x_i - x'; u) \quad (18)$$

Nótese que aún cuando la estructura de la solución (16) es complicada, es un resultado exacto en la representación de Laplace.

El elemento de matriz $G_{a,a}^{(f)}(n+1; t | 1)$ es la densidad de probabilidad para el tiempo de transmisión a través de la región limitada por las barreras fluctuantes. Tanto para el ingreso como para el egreso de la región de interés, las barreras deben estar abiertas. Notamos que esta densidad de probabilidad no está normalizada ya que no todas las trayectorias que

comienzan en $x=1$ finalizan en $x=n+1$. En efecto, la integral

$$\int_0^\infty dt G_{a,a}^{(f)}(n+1; t | 1) = G_{a,a}^{(f)}(n+1; u=0 | 1)$$

es la probabilidad de transmisión.

$$E_f = \frac{\Lambda^{(1,n)}(n) + \Omega(2)\mu_\beta^n}{\Lambda^{(n,n+1)}(0) + \Omega(2n+1)} \quad (19)$$

donde

$$\Lambda^{(l,m)}(n) = (1 - \mu_\alpha^l \mu_\beta^l)(1 - \mu_\alpha^m \mu_\beta^m) \Delta(n) + (\mu_\alpha^l - \mu_\beta^l)(\mu_\alpha^m - \mu_\beta^m) \Delta^*(n)$$

$$\Omega(r) = \delta_{\alpha,\alpha}(1 - \mu_\alpha^{(2n)})(1 - \mu_\beta^{(r)})$$

$$\Delta(n) = \mu_\alpha^n \delta_{\beta,\alpha} + \mu_\beta^n \delta_{\alpha,\beta}$$

$$\Delta^*(n) = R_c \mu_\alpha^n \mu_\beta^n \theta_{\alpha,\beta}^* + \frac{1}{R_c} \theta_{\alpha,\beta}$$

$$\delta_{i,j} = (1 - R_c \mu_i)(1 - \frac{\mu_j}{R_c})$$

$$\theta_{i,j} = (1 - R_c \mu_i)(1 - R_c \mu_j)$$

$$\theta_{i,j}^* = (1 - \frac{1}{R_c} \mu_i)(1 - \frac{1}{R_c} \mu_j)$$

$$\mu_\alpha = \frac{1}{2R_p} [2\frac{\mu}{\lambda} + 1 - 2\sqrt{\frac{\mu}{\lambda}(\frac{\mu}{\lambda} + 1) + (\frac{m}{2})^2}]; m = |p_i - p_d|$$

$$\mu_\beta = \begin{cases} R_c & \text{si } p_d < p_i \\ 1/R_c & \text{si } p_d > p_i \end{cases} \quad (20)$$

En la figura 3 se muestra la probabilidad de transmisión en función de la probabilidad de salto a la derecha p_d en el proceso difusivo para tres valores distintos de la tasa relativa de cambio de estado de las barreras, μ/λ . Como es de suponer, la probabilidad de transmisión aumenta con el sesgo a la derecha. No se observan diferencias significativas para los distintos valores de tasa relativa de fluctuaciones.

En la figura 4 se compara la probabilidad de transmisión en presencia de las barreras con la probabilidad de transmisión en ausencia de las mismas, a través del cociente E_f/E_0 . Se observa que la máxima ganancia resulta para $p_d = 0.5$, es decir en ausencia de sesgo. Puede apreciarse además una asimetría en los valores del cociente para valores $p_d \neq 0.5$. Esta asimetría es consecuencia de la condición inicial del problema en consideración: la partícula ingresa a la región por un extremo de la red ($x=1$ o extremo izquierdo en nuestro modelo) y la transmisión se produce cuando la partícula deja la red por el extremo opuesto ($x=n+1$ o extremo derecho en nuestro modelo). La presencia de las barreras fluctuantes resulta incluso contraproducente con una deriva moderada a la izquierda ($p_d \lesssim 3$) para $\mu \lesssim \lambda$. Este efecto se hace más notable al aumentar la longitud de la red, como puede apreciarse al comparar los gráficos para $n=4$ y $n=20$. Podemos interpretar este resultado notando que la partícula ingresa desde $x=0$ con la barrera abierta y, cuando $\mu \lesssim \lambda$, la probabilidad de las realizaciones con retorno inmediato no cambia significativamente. A su vez la probabilidad de transmisión se ve reducida ya que en

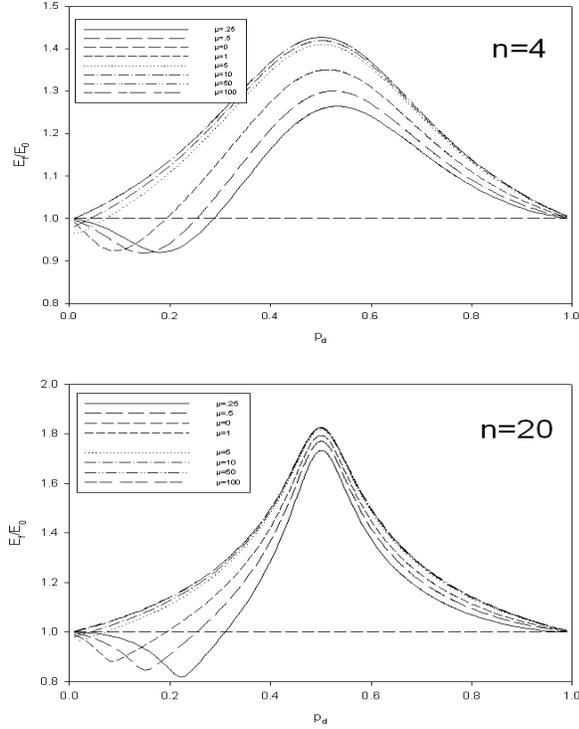


Figure 4: Ganancia en transmisión, definida como E_f/E_0 : el cociente entre la probabilidad de transmisión en presencia de las barreras y la probabilidad de transmisión en ausencia de las barreras, en función del sesgo, indicado por p_d . Como puede apreciarse la máxima ganancia se da en ausencia de sesgo. Para todos los casos se ha tomado $\lambda = 1$.

el tiempo que demora el caminante en recorrer la red la probabilidad de encontrar la barrera derecha cerrada habrá aumentado.

Por último en la figura 5 se presenta el gráfico de la ganancia en transmisión en función del número de sitios en la red para dos valores distintos de la frecuencia relativa de fluctuaciones. Encontramos aquí que la ganancia de transmisión alcanza un valor asintótico para redes largas.

6 Conclusiones

Se ha estudiado el problema de la transmisión difusiva sesgada en un sistema de barreras fluctuantes, determinándose la ganancia en la transmisión. Como se aprecia en la figura 4, el máximo valor de ganancia, dado por el cociente E_f/E_0 , se da en ausencia de sesgo, con $p_d = 0.5$. Esto nos provee información sobre la efectividad del sistema barrera-sesgo. Es decir, aún cuando la transmisión se ve claramente favorecida por el sesgo, la ganancia en transmisión nos muestra que ambos procesos sólo serán efectivos para valores del sesgo alrededor de 0.5. Cabe señalar que el resultado analítico ha sido obtenido bajo algunas hipótesis simplificadoras como la suposición de procesos simétricos para las fluctuaciones.

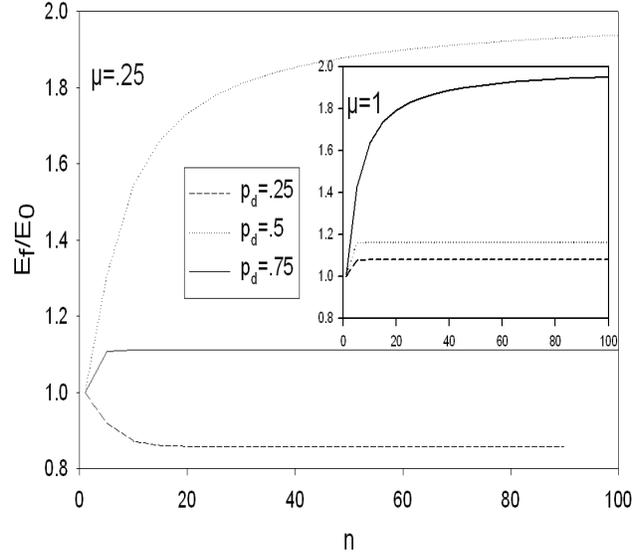


Figure 5: Ganancia en transmisión en función de la longitud de la red para dos valores distintos de la tasa relativa de fluctuaciones de las barreras. Se observa que los valores de ganancia alcanzan un valor asintótico cuando la longitud de la red aumenta.

Agradecimientos: Los autores agradecen el financiamiento de SCyT-UTN para este proyecto.

References

- [1] S. D. Druger, M. A. Ratner, and A. Nitzan, Phys. Rev. B 31, 3939 (1985).
- [2] R. F. Loring, J. Chem. Phys. 94, 1505 (1991).
- [3] A. Nitzan and M. A. Ratner, J. Phys. Chem. 98, 1765 (1994).
- [4] D. Beece, L. Eisenstein, H. Frauenfelder, D. Good, M. C. Marden, L. Reinisch, A. H. Reynolds, L. B. Sorensen, and K. T. Yue, Biochemistry 19, 5147 (1980).
- [5] O. Bénichou, B. Gaveau y M. Moreau, Phys. Rev. E 59, 103 (1999).
- [6] N. Eizenberg y J. Klafter, Chem. Phys. Lett. 243, 9 (1995).
- [7] C. Doering y J. C. Gadoua, Phys. Rev. Lett. 69, 2318 (1993).
- [8] A. Bar-Haim y J. Klafter, Phys. Rev. E 60, 2254 (1999).
- [9] B. Gaveau y M. Moreau, Phys. Lett. A 211, 331 (1996).
- [10] M. A. Ré, Anales A.F.A. 18, 42 (2007).

- [11] C. E. Budde, M. O. Cáceres y M. A. Ré, *Europhys. Lett.* **32**, 205 (1995).
M. O. Cáceres, C. E. Budde y M. A. Ré, *Phys. Rev. E* **52**, 3462 (1995).
M. A. Ré, C. E. Budde y M. O. Cáceres, *Phys. Rev. E* **54**, 4427 (1996).
- [12] A. Papoulis, "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", 3 edicin, McGraw-Hill, pag. 166: system reliability.
- [13] J. L. Spouge, A. Szabo y G. H. Weiss, *Phys. Rev. E* **54**, 2248 (1996).