

Par de Cooper en el núcleo Borromeano ^{11}Li Cooper pair in the Borromean nucleus ^{11}Li

Rodolfo M. Id Betan*

*Instituto de Física de Rosario (CONICET), Ocampo y Esmeralda, S2000EZF Rosario.
Departamento de Física y Química. Facultad de Ciencias Exactas,
Ingeniería y Agrimensura (UNR), Av. Pellegrini 250, S2000BTP Rosario.*

Recibido: 28/10/15; Aceptado: 25/04/2016

Dos neutrones en el espacio libre no forman un sistema ligado pero si lo hacen en los núcleos Borromeos. El objetivo de este artículo es investigar la fuerza de apareamiento de dos neutrones en el núcleo Borromeo ^{11}Li usando la densidad de partícula simple. Las probabilidades de ocupación de cada onda parcial son calculadas como función de la intensidad de la interacción de apareamiento. Encontramos que los dos neutrones se ligan al carozo ^9Li para valores muy pequeños de la fuerza de apareamiento (relativo al valor que reproduce la energía experimental de ligadura del ^{11}Li).

Palabras claves: núcleos Borromeos, núcleos débilmente ligados, apareamiento.

Two free neutrons do not bound in the free space but they do in Borromean nuclei. The purpose of this proceeding is to investigate the neutron-neutron pairing in a Borromean nucleus ^{11}Li using the continuum single particle level density. The partial-wave occupation probabilities are calculated as a function of the pairing strength. We found that the two neutrons become bound in the ^9Li core for a very small value of the pairing strength (relative to the strength which gives the experimental energy of ^{11}Li).

Keywords: Borromean nuclei, weakly bound nuclei, pairing.

I. INTRODUCCIÓN

El núcleo borromeo ^{11}Li [1] es un núcleo de la línea de goteo de neutrones; decae en β con un tiempo de vida media de 8.75 ± 0.14 ms [2, 3]. En la representación del modelo de capas, los tres protones, junto con seis de los ocho neutrones forman el carozo inerte ^9Li . Los otros dos neutrones restantes orbitan en el campo medio del carozo e interactúan entre sí a través de una fuerza residual V_{nn}^{eff} . Aunque la interacción desnuda entre los neutrones no es suficientemente intensa como para ligarlos, la fuerza residual V_{nn}^{eff} si es capaz de ligarlos. El núcleo ^{11}Li es débilmente ligado con una energía de sólo 369.3 ± 0.6 keV [2] (369.15 ± 0.65 keV [3]). El núcleo ^{11}Li es también considerado un núcleo halo [4] dado que sus dos neutrones de valencia forman una nube de baja densidad alejada del carozo.

Debido a que el núcleo ^{10}Li no es ligado, el espectro de energía de los neutrones es puramente continuo. El modelo de capas predice que el estado fundamental del ^{10}Li es el estado $p_{1/2}$, pero experimentalmente se encuentra que es el estado $s_{1/2}$. La capacidad de la interacción residual de ligar los dos neutrones en el carozo ^9Li cuando individualmente cada neutrón no lo es, es un indicativo de la importancia de la interacción de apareamiento en el continuo.

En la sección II definimos y resolvemos las ecuaciones exactas del Hamiltoniano de apareamiento con espectro continuo utilizando la densidad de energía de partícula simple. En la sección III calculamos la

energía y la configuración del estado fundamental del ^{11}Li como función de la intensidad de apareamiento. En la última sección IV resumimos las principales conclusiones.

II. FORMALISMO

El estado fundamental del núcleo ^{10}Li es $(1^-, 2^-)$ con una energía de 25 ± 15 keV [2, 3] con respecto al ^9Li . En la representación del modelo de capas estos estados corresponden al neutrón en el estado anti-ligado $s_{1/2}$ [5] acoplado con el estado fundamental $3/2^-$ del ^9Li . El primer estado excitado del ^{10}Li es el estado 1^+ (que corresponde al neutrón en el estado resonante $p_{1/2}$ acoplado con el estado fundamental $3/2^-$ del ^9Li) y se encuentra a la energía 185 ± 40 keV [2] (240 ± 40 keV [3]). Con el objeto de invertir el orden usual entre los estados $0p_{1/2}$ y $1s_{1/2}$ agregamos un potencial gaussiano al Woods-Saxon [6],

$$h(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\vec{r}}^2 + V_{WS}(r) + V_g(r) + V_{so}(r)(\vec{l} \cdot \vec{s}) \quad (1)$$

donde

$$V_{WS}(r) = -\frac{V_0}{1+e} \quad (2)$$

$$V_{so}(r) = -\frac{V_{so}}{ra} \frac{2}{\hbar^2} \frac{e}{(1+e)^2} \quad (3)$$

$$V_g(r) = -V_g e^{-\frac{r^2}{a_g^2}} \quad (4)$$

$$e = e^{\frac{r-R}{a}} \quad (5)$$

y $R = r_0 A^{1/3}$, con los siguiente valores para los parametros, $a = 0.67$ fm, $r_0 = 1.27$ fm, $V_0 =$

*e-mail: idbetan@ifir-conicet.gov.ar

39.95 MeV, $V_{so} = 19.1 \text{ MeVfm}^2$, $a_g = 0.26 \text{ fm}$ y $V_g = 609 \text{ MeV}$.

La densidad de energía de partícula simple queda definida a través del cambio de fase [7],

$$g(\varepsilon) = \sum_{l_j} (2j+1) g_{l_j}(\varepsilon) \quad (6)$$

$$g_{l_j}(\varepsilon) = \frac{1}{\pi} \frac{d\delta_{l_j}}{d\varepsilon} \quad (7)$$

hasta cierta energía máxima ε_{\max} y hasta cierto momento angular máximo l_{\max} .

La energía máxima queda determinada en función del rango efectivo $r_{nn} = 2.75 \text{ fm}$ [8] por la relación [9],

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{4}{\pi r_{nn}} \right)^2 \quad (8)$$

dando un valor aproximado de 9 MeV (m es la masa del nucleón $mc^2 = 939.57 \text{ MeV}$). El valor de l_{\max} fue determinado de modo que contribuciones con $l > l_{\max}$ dan valores más pequeños que 10^{-4} MeV^{-1} para energías menores que ε_{\max} .

El Hamiltoniano de apareamiento en el espectro continuo de energía queda definido por las siguientes expresiones en segunda cuantificación,

$$H = \hat{H}_{sp} - G \hat{P}^\dagger \hat{P} \quad (9)$$

$$\hat{H}_{sp} = \int d\varepsilon \varepsilon \sum_{l_j m} a_{l_j m}^\dagger(\varepsilon) a_{l_j m}(\varepsilon) \quad (10)$$

$$\hat{P}^\dagger = \int d\varepsilon \sum_{l_j m > 0} a_{l_j m}^\dagger(\varepsilon) a_{l_j \bar{m}}^\dagger(\varepsilon) \quad (11)$$

donde $l_j \bar{m}$ es el estado inverso temporal del estado $l_j m$: $a_{l_j \bar{m}}^\dagger = (-)^{j-m} a_{l_j -m}^\dagger$ y $\hat{P} = (\hat{P}^\dagger)^\dagger$.

La solución del Hamiltoniano de apareamiento en la aproximación de Tamm-Dancoff resulta,

$$1 - \frac{G}{2} \int_0^{\varepsilon_{\max}} d\varepsilon \frac{g(\varepsilon)}{2\varepsilon - E_i} = 0 \quad (12)$$

con las siguientes amplitudes para la función de onda,

$$X_{l_j} = N \int_0^{\varepsilon_{\max}} g_{l_j}(\varepsilon) \frac{\sqrt{2j+1}}{E - 2\varepsilon} d\varepsilon \quad (13)$$

donde

$$N^2 = \left[\sum_{l_j}^{l_{\max}} (2j+1) \left(\int_0^{\varepsilon_{\max}} \frac{g_{l_j}(\varepsilon)}{E - 2\varepsilon} d\varepsilon \right)^2 \right]^{-1} \quad (14)$$

El cuadrado de los coeficientes X_{l_j} dan las probabilidades para las distintas configuraciones dado que $\sum_{l_j}^{l_{\max}} X_{l_j}^2 = 1$.

III. APLICACIÓN

La densidad para cada onda parcial g_{l_j} fue calculada utilizando el código ANTI [10] con los parámetros del

campo medio definido en la sección anterior. La Fig. 1 muestra la densidad total. El pico cerca del umbral de energía continuo se debe a la presencia un estado anti-ligado $s_{1/2}$ a la energía $\varepsilon_{s_{1/2}} = -0.025 \text{ MeV}$ ($k_{s_{1/2}} = -i 0.033 \text{ fm}^{-1}$). La presencia del estado resonante $p_{1/2}$ a la energía compleja $\varepsilon_{p_{1/2}} = 0.213 - i 0.053 \text{ MeV}$ produce un pico angosto, mientras el estado $d_{5/2}$ con energía $\varepsilon_{d_{5/2}} = 4.368 - i 1.670 \text{ MeV}$ produce un chichón extendido.

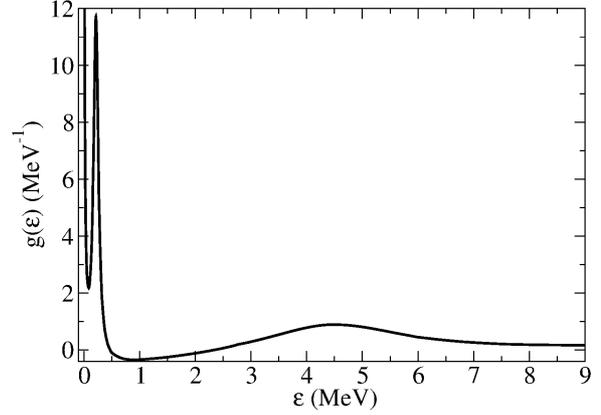


FIG. 1: Densidad de partícula simple del neutrón en el campo medio producido por el núcleo ${}^9\text{Li}$.

Resolviendo la ecuación (12) con la densidad de la Fig. 1 obtenemos la energía del estado fundamental (con respecto al carozo ${}^9\text{Li}$) del núcleo ${}^{11}\text{Li}$ como función de la intensidad de la fuerza de apareamiento G , Fig. 2. La energía experimental es $E_{Exp} = -0.369 \text{ MeV}$ y corresponde al valor $G_0 = 0.567 \text{ MeV}$.

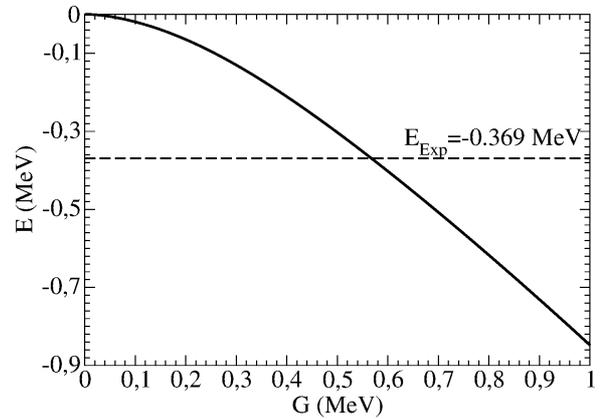


FIG. 2: Energía del estado fundamental del núcleo ${}^{11}\text{Li}$ como función de G . La línea horizontal corresponde a la energía experimental [2, 3] la cual se obtiene para $G = G_0$.

La probabilidad para la configuración $(l_j)^2$ calculada a partir de la Ec. (13) como función de G se muestra en la Fig. 3. Las dos configuraciones más importantes para todo valor de G son $(s_{1/2})^2$ y $(p_{1/2})^2$. La configuración $(s_{1/2})^2$ se hace más importante a medida que la interacción decrece. La tabla I muestra los valores para las distintas ondas parciales para $G_0 = 0.567 \text{ MeV}$.

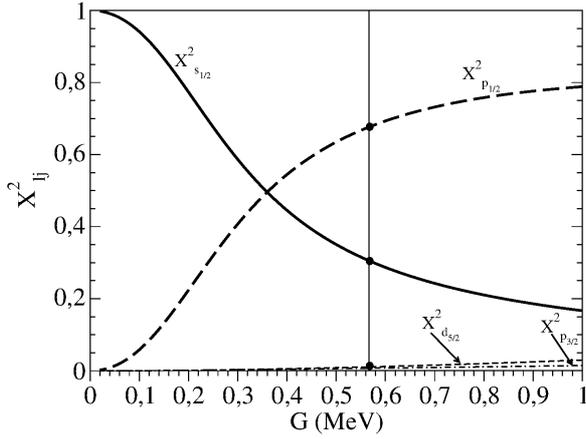


FIG. 3: Cuadrado de las amplitudes de la función de onda de los dos neutrones en el núcleo ^{11}Li como función de G . La línea vertical corresponde a $G_0 = 0.567$ MeV.

$X^2_{s_{1/2}}$	$X^2_{p_{3/2}}$	$X^2_{p_{1/2}}$	$X^2_{d_{5/2}}$	$X^2_{d_{3/2}}$
0.3053	0.0071	0.6765	0.0108	0.0002

TABLE I: Probabilidad de las configuraciones $(lj)^2$ para el estado fundamental del ^{11}Li ($X^2_{lj} > 10^{-4}$).

IV. CONCLUSIONES

El núcleo borromeano ^{11}Li fue descrito en un modelo simple de tres cuerpos. Los dos neutrones orbitan

el carozo ^9Li con una densidad de energía determinada por el campo medio que describe los estados de baja energía del ^9Li . La fuerza efectiva entre los neutrones consistió en la fuerza de apareamiento constante. A la intensidad de la fuerza que describe la energía del estado fundamental del núcleo ^{11}Li el modelo da para la configuración de la función de onda 31% y 68% para las configuraciones $(s_{1/2})^2$ y $(p_{1/2})^2$ respectivamente, modestamente cercanos a los experimentales (aproximadamente 50% para configuración). Se encontró que valores pequeños de la fuerza de apareamiento favorece fuertemente la configuración $(s_{1/2})^2$ en detrimento de la configuración $(p_{1/2})^2$. Un resultado curioso de este modelo es que valores pequeños de la fuerza de apareamiento son capaces de ligar ambos núcleos al carozo cuando cada uno de ellos (en ausencia de apareamiento) se encuentran en un estado del continuo aproximadamente 25 keV sobre el umbral de la energía del continuo.

V. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas PIP-625.

[1] M. V. Zhukov, B. V. Danilin, D. V. Fedorov, I. J. Bang, J. M. Thompson, and J. S. Vaagen, Phys. Rep. **231**, 151 (1993).
[2] <http://www.nndc.gov/chart>.
[3] <http://www.tunl.duke.edu/nucldata>.
[4] A. S. Jensen, K. Riisager, D. V. Fedorov, and E. Garrido, Rev. Mod. Phys. **76**, 215 (2004).
[5] I. J. Thompson and M. V. Zhukov, Phys. Rev. C **49**, 1904 (1994).
[6] R. Id Betan, R. J. Liotta, N. Sandulescu, T. Vertse,

and R. Wyss, Phys. Rev. C **72**, 54322 (2005).
[7] E. Beth and G. Uhlenbeck, Physica **4**, 915 (1937).
[8] I. Slaus, Y. Akaishi, and H. Tanaka, Physics Reports **173**, 257 (1989).
[9] H. Esbensen, G. F. Bertsch, and K. Hencken, Phys. Rev. C **56**, 3054 (1997).
[10] L. G. Ixaru, M. Rizea, and V. T., Computer Physics Communications **85**, 217 (1995).