

FORMALISMO CUÁNTICO PARA LA INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA DE PARTÍCULAS COMPUESTAS EN MODELOS DE CAMPOS DE GAUGE NO RELATIVISTAS EN ALTAS DERIVADAS

QUANTUM FORMALISM FOR THE ELECTROMAGNETIC INTERACTION OF COMPOSITE PARTICLES IN HIGHER-DERIVATIVE NONRELATIVISTIC GAUGE FIELD MODELS

Manavella E. C.^{1,2} y Addad R. R.¹

¹*Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura,
Universidad Nacional de Rosario,
Av. Pellegrini 250, S2000BTP Rosario, Argentina*

²*Instituto de Física Rosario,
Universidad Nacional de Rosario,
Bv. 27 de Febrero 210 bis,
S2000EYP Rosario, Argentina
e-mail: manavella@ifir-conicet.gov.ar*

Enviado: 10/08/17; aceptado: 27/10/17

Se realiza un análisis comparativo entre dos modelos de partículas compuestas correlacionados. Estos son modelos de campos de gauge $U(1) \times U(1)$ no relativistas en altas derivadas para la interacción electromagnética de dichas partículas en dimensiones (2+1). Los modelos contienen un campo $U(1)$ de Chern-Simons y el campo electromagnético, y describen tanto un sistema de bosones compuestos como uno de fermiones compuestos. Se considera explícitamente el segundo caso. La comparación se establece en base a los resultados obtenidos según tres formalismos de cuantificación: el canónico, siguiendo el método Hamiltoniano usual para sistemas en altas derivadas singulares, el de la integral de camino de Feynman, extendiendo el algoritmo de Faddeev-Senjanovic, y el que se obtiene generalizando el formalismo de Becchi-Rouet-Stora-Tyutin.

Palabras claves: Teoría cuántica de campos; altas derivadas; bosones y fermiones compuestos

A comparative analysis between two correlated models of composite particles is performed. These are higher-derivative nonrelativistic $U(1) \times U(1)$ gauge field models for the electromagnetic interaction of these particles in (2+1) dimensions. The models contain a Chern-Simons $U(1)$ field and the electromagnetic field, and they describe both a composite boson system or a composite fermion one. The second case is explicitly considered. The comparison is established on the results obtained according to three formalisms of quantization: the canonical, following the usual Hamiltonian method for singular higher-derivative systems, that of the Feynman path integral, extending the Faddeev-Senjanovic algorithm, and the one obtained generalizing the Becchi-Rouet-Stora-Tyutin formalism.

Keywords: Quantum field theory; higher derivatives; composite bosons and fermions

I. INTRODUCCIÓN

Como se sabe, la teoría de partículas compuestas tiene significativa relevancia en la comprensión del efecto Hall cuántico en sus aspectos entero y fraccionario, y además plena vigencia [1]. Estas partículas pueden ser de dos tipos: bosones compuestos (BC) y fermiones compuestos (FC).

En este sentido, hemos propuesto y analizado desde el punto de vista cuántico [2-4] tres modelos correlacionados de partículas compuestas. Estos son modelos de campos de gauge $U(1) \times U(1)$ no relativistas clásicos que contienen dos campos de gauge $U(1)$, un campo de Chern-Simons (CS) a_μ [5] y el campo electromagnético A_μ . Luego, hemos realizado un estudio comparativo entre estos modelos [6].

Por otro lado, desde hace tiempo, se ha considerado en distintos modelos con invariancias de gauge la adición de términos en altas derivadas en los campos de gauge a las densidades Lagrangianas correspon-

dientes, conservando dichas invariancias. La razón de este procedimiento es que en general dichos términos mejoran el comportamiento ultravioleta de los propagadores de tales campos, pudiéndose eventualmente eliminar la divergencia de ciertos diagramas de Feynman donde dichos propagadores aparecen [7-10].

De esta manera, hemos encontrado interesante aplicar este procedimiento a los modelos correspondientes a las Refs. [2-4]. Así, obtuvimos como resultado dos modelos en altas derivadas que generalizan los correspondientes a las referencias citadas, uno topológicamente masivo puro [9] y uno de tipo general [10], a los cuales estudiamos desde el punto de vista cuántico.

En el presente trabajo, realizamos un estudio comparativo entre dichos modelos en altas derivadas, considerando primeramente los resultados obtenidos en base al formalismo Hamiltoniano usual para sistemas en altas derivadas singulares [11]. Luego, tenemos en cuenta los resultados encontrados por medio de

la cuantificación vía integral de camino de Feynman, extendiendo el algoritmo de Faddeev-Senjanovic (FS) [12]. Finalmente, consideramos los resultados hallados generalizando el procedimiento de cuantificación de Becchi-Rouet-Stora-Tyutin (BRST) [13,14].

El trabajo está organizado como sigue. En la Sec. II, consideramos los modelos clásicos y sus cuantificaciones canónicas. Luego, en la Sec. III, analizamos las cuantificaciones vía integral de camino, establecemos las reglas de Feynman y describimos las estructuras diagramáticas. En la Sec. IV, estudiamos las cuantificaciones BRST. Finalmente, en la Sec. V, damos nuestras conclusiones.

II. CUANTIFICACIÓN CANÓNICA

A. Densidades Lagrangianas

El modelo topológicamente masivo puro que hemos considerado está descrito por la siguiente densidad Lagrangiana singular [9]:

$$\mathcal{L}^{(1)} = \mathcal{L}_{fc}^{em} + \mathcal{L}_{tm} + \mathcal{L}_a, \quad (2.1)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{fc}^{em} = & i\psi^\dagger \mathcal{D}_0 \psi + \frac{1}{2m_e} \psi^\dagger \mathcal{D}^2 \psi - \mu \psi^\dagger \psi \\ & + \frac{1}{4\pi\phi} \varepsilon^{\mu\nu\rho} a_\mu \partial_\nu a_\rho, \end{aligned} \quad (2.2a)$$

$$\mathcal{L}_{tm} = \frac{1}{2\sigma} \varepsilon^{\mu\nu\rho} A_\mu \partial_\nu A_\rho - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (2.2b)$$

$$\mathcal{L}_a = \kappa \partial_\rho F_{\mu\nu} \partial^\rho F^{\mu\nu}. \quad (2.2c)$$

En las Ecs. (2.2), los índices griegos toman los valores $\mu, \nu, \rho = 0, 1, 2$.

Empleamos unidades naturales en las cuales $\hbar = c = 1$. La métrica Minkowskiana utilizada es $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1)$ y $\varepsilon^{012} = \varepsilon^{12} = 1$.

En la Ec. (2.2a), la derivada covariante, la cual involucra tanto al campo de gauge $U(1)$ de CS a_μ como al campo electromagnético A_μ , está dada por $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ia_\mu - ieA_\mu$ (tomamos la carga del electrón como $-e$) y además $\mathcal{D}^2 = \mathcal{D}_1^2 + \mathcal{D}_2^2$. El campo de materia ψ es un campo espinorial cargado que describe FC. m_e y μ son la masa efectiva y el potencial químico de los electrones, respectivamente. ϕ es la intensidad del tubo de flujo en unidades del cuanto de flujo 2π . (Fijamos el valor de la carga ficticia de cada partícula que interactúa con el campo de gauge ficticio en la unidad.)

En la Ec. (2.2b), el primer término del lado derecho es el término de masa topológica para el campo electromagnético. La masa topológica está dada por

$2\pi/\sigma$ y así el flujo magnético real ligado a los electrones es $e\sigma/2\pi$. En el segundo término del lado derecho de dicha ecuación, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ es el tensor del campo electromagnético.

Utilizando la expresión de la derivada covariante, reescribimos la Ec. (2.2a) como sigue:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{fc}^{em} = & i\frac{\tau+1}{2} \psi^\dagger \partial_0 \psi + i\frac{\tau-1}{2} \partial_0 \psi^\dagger \psi \\ & + \psi^\dagger (a_0 + eA_0) \psi + \frac{1}{2m_e} \psi^\dagger \mathcal{D}^2 \psi \\ & - \mu \psi^\dagger \psi + \frac{1}{4\pi\phi} \varepsilon^{\mu\nu\rho} a_\mu \partial_\nu a_\rho. \end{aligned} \quad (2.3)$$

En esta ecuación, el término fermiónico cinético está escrito en la forma general a través del parámetro arbitrario τ [15].

Vimos que los resultados correspondientes al modelo sin masa topológica pueden ser obtenidos directamente de los pertenecientes al modelo anterior cancelando los términos con masa topológica. Encontramos además que lo mismo ocurre con los que corresponden a modelos sin altas derivadas.

En la Ref. [10], agregamos términos de interacción entre los campos de CS y electromagnético a la densidad Lagrangiana (2.1). De esta manera, consideramos la siguiente densidad Lagrangiana singular, más general que la anterior:

$$\mathcal{L}^{(2)} = \mathcal{L}_{fc}^{em} + \mathcal{L}_{tm} + \mathcal{L}_{int} + \mathcal{L}'_a, \quad (2.4)$$

donde

$$\mathcal{L}_{int} = \zeta \frac{e}{m_e} \varepsilon^{\mu\nu\rho} (a_\mu \partial_\nu A_\rho + A_\mu \partial_\nu a_\rho) + \eta \frac{e}{m_e} f_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (2.5a)$$

$$\mathcal{L}'_a = \kappa \partial_\rho F_{\mu\nu} \partial^\rho F^{\mu\nu} + \kappa' \partial_\rho f_{\mu\nu} \partial^\rho F^{\mu\nu}. \quad (2.5b)$$

En la Ec. (2.5a), \mathcal{L}_{int} es la densidad Lagrangiana correspondiente a la interacción entre los campos de gauge y $f_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu$ es el tensor del campo de CS. Además, en dicha ecuación, el término de CS está escrito de manera tal de obtener expresiones simétricas para los momentos canónicamente conjugados correspondientes a los campos de gauge.

Así, vimos que los resultados pertenecientes al caso interactivo puro pueden ser obtenidos directamente de los vinculados a este último modelo, cancelando los términos con masa topológica. Por el contrario, los resultados que pertenecen al caso topológicamente masivo puro no pueden ser hallados de los asociados a dicho modelo cancelando los términos de interacción entre los campos de gauge. Encontramos además que estos dos hechos ocurren también con los correspondientes modelos sin altas derivadas.

Por otro lado, notemos que un sistema de BC puede ser tratado en forma similar. La única diferencia es que, en este caso, el campo de materia es un campo escalar cargado.

B. Densidades Hamiltonianas canónicas, vínculos de segunda y primera clase y condiciones que fijan el gauge

Las variables de campo dinámicas canónicas se introducen de acuerdo con la transformación de Ostrogradski [16]. Estas son $A_k^{(1)} = A_k, A_k^{(2)} = \dot{A}_k$ y los correspondientes momentos canónicamente conjugados, definidos en la forma

$$P_k^{(1)} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{A}_k^{(1)}} - \partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta [\partial_\mu A_k^{(2)}]}, \quad (2.6a)$$

$$P_k^{(2)} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{A}_k^{(2)}}, \quad (2.6b)$$

respectivamente, donde denotamos con $\dot{A}_k = \partial_0 A_k$ la derivada temporal.

Para el modelo topológicamente masivo puro, las variables de campo dinámicas y sus momentos canónicamente conjugados son $A_{\mathcal{I}} = (a_\mu, A_\nu, B_\rho = \dot{A}_\rho, \psi_\alpha, \psi_\beta^\dagger)$ y $P^{\mathcal{I}} = (p^\mu, P^\nu, Q^\rho, \pi_\alpha^\dagger, \pi_\beta)$, respectivamente. Para el modelo general, tenemos que $A_{\mathcal{I}} = (a_\mu, b_\nu = \dot{a}_\nu, A_\rho, B_\varepsilon = \dot{A}_\varepsilon, \psi_\alpha, \psi_\beta^\dagger)$ y $P^{\mathcal{I}} = (p^\mu, q^\nu, P^\rho, Q^\varepsilon, \pi_\alpha^\dagger, \pi_\beta)$. En estas ecuaciones, el índice compuesto \mathcal{I} adquiere valores sobre las componentes de las diferentes variables de campo y los nuevos índices griegos toman los valores $\alpha, \beta = 1, 2$.

Vemos así que los espacios de fases para los modelos analizados son distintos.

Las densidades Hamiltonianas canónicas son:

(a) Para el modelo topológicamente masivo puro:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_c^{(1)} = & \frac{1}{8\kappa} Q_i Q^i + p^i \partial_i a_0 + \frac{1}{2} \partial_i A_0 \partial^i A_0 - B_i \partial^i A_0 \\ & + \frac{1}{2} B_i B^i - 4\kappa \partial_i B_j \partial^i B^j + 4\kappa \partial^i \partial^j A_0 \partial_i B_j \\ & - \frac{1}{4\pi\tilde{\phi}} \varepsilon^{ij} a_0 \partial_i a_j - \frac{1}{\sigma} \varepsilon^{ij} A_0 \partial_i A_j + \frac{1}{2\sigma} \varepsilon^{ij} A_i B_j \\ & + \mathcal{F}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = & B_\mu P^\mu + Q^i \partial_i B_0 + \mu \psi^\dagger \psi - \psi^\dagger (a_0 + e A_0) \psi \\ & - \frac{1}{2m_e} \psi^\dagger \mathcal{D}^2 \psi + \frac{1}{4} F_{ij} F^{ij} + 2\kappa \partial_i B_j \partial^j B^i \\ & - \kappa \partial_i F_{jk} \partial^i F^{jk} - 2\kappa \partial_i \partial_j A_0 \partial^i \partial^j A_0. \end{aligned} \quad (2.8)$$

En estas ecuaciones, los índices latinos toman los valores $i, j = 1, 2$.

(b) Para el modelo general:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_c^{(2)} = & b_\mu p^\mu - \frac{\kappa}{2\kappa'^2} q_i q^i + \frac{1}{2\kappa'} q_i Q^i \\ & + \frac{1}{2\sigma} \varepsilon^{ij} (-2A_0 \partial_i A_j + A_i B_j) + \frac{1}{2} F_{0i} F^{0i} \\ & - \frac{\eta e}{m_e} (f_{ij} F^{ij} + 2f_{0i} F^{0i}) - 4\kappa \partial^i B^j \partial_i F_{0j} \\ & + \frac{1}{4\pi\tilde{\phi}} \varepsilon^{ij} (-2a_0 \partial_i a_j + a_i b_j) + q^i \partial_i b_0 \\ & + \frac{\zeta e}{m_e} \varepsilon^{ij} (a_i B_j + A_i b_j - 2a_0 \partial_i A_j - 2A_0 \partial_i a_j) \\ & + \kappa' (-\partial_i f_{jk} \partial^i F^{jk} + 2G^{ij} \partial_j b_i - 2\partial_i f_{0j} \partial^i F^{0j}), \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde $G^{ij} = \partial^i B^j - \partial^j B^i$.

Por otro lado, los vínculos de segunda clase son:

(a) Para el modelo topológicamente masivo puro:

$$\Phi_2^{0i} = p^i - \frac{1}{4\pi\tilde{\phi}} \varepsilon^{ij} a_j = 0, \quad (2.10a)$$

$$\Omega_\alpha^\dagger = \pi_\alpha^\dagger + i \frac{\tau + 1}{2} \psi_\alpha^\dagger = 0, \quad (2.10b)$$

$$\Omega_\alpha = \pi_\alpha - i \frac{\tau - 1}{2} \psi_\alpha = 0. \quad (2.10c)$$

(b) Para el modelo general:

Los dados por las Ecs. (2.10b,c).

Asimismo, los vínculos de primera clase son:

(a) Para el modelo topológicamente masivo puro:

$$\Sigma_1^{(1)} = e \partial_i p^i - \partial_i P^i + \frac{e}{4\pi\tilde{\phi}} \varepsilon^{ij} \partial_i a_j - \frac{1}{2\sigma} \varepsilon^{ij} \partial_i A_j = 0, \quad (2.11a)$$

$$\Sigma_2^{(1)} = \psi^\dagger \pi - \psi \pi^\dagger - \frac{i}{e} \left(\partial_i P^i + \frac{1}{2\sigma} \varepsilon^{ij} \partial_i A_j \right) = 0, \quad (2.11b)$$

$$\Sigma_3^{(1)} = p^0 = 0, \quad (2.11c)$$

$$\Sigma_4^{(1)} = Q^0 = 0, \quad (2.11d)$$

$$\Sigma_5^{(1)} = -P^0 + \partial_i Q^i = 0. \quad (2.11e)$$

(b) Para el modelo general:

$$\begin{aligned} \Sigma_1^{(2)} = & e \left(\frac{1}{4\pi\tilde{\phi}} - \frac{\zeta}{m_e} \right) \varepsilon^{ij} \partial_i a_j + e \partial_i p^i - \partial_i P^i \\ & + \left(\frac{\zeta e^2}{m_e} - \frac{1}{2\sigma} \right) \varepsilon^{ij} \partial_i A_j = 0, \end{aligned} \quad (2.12a)$$

C. Variables de campo determinadas y paréntesis de Dirac

Las variables de campo que quedan determinadas a partir de los vínculos de segunda y primera clase y las condiciones que fijan el gauge son:

(a) Para el modelo topológicamente masivo puro:

$$p^i = \frac{1}{4\pi\phi} \varepsilon^{ij} a_j, \quad (2.15a)$$

$$\pi_\alpha^\dagger = -i \frac{\tau + 1}{2} \psi_\alpha^\dagger, \quad (2.15b)$$

$$\pi_\alpha = i \frac{\tau - 1}{2} \psi_\alpha, \quad (2.15c)$$

$$a_0 = 0, \quad (2.15d)$$

$$p^0 = 0, \quad (2.15e)$$

A_0 a través de la ecuación

$$(1 + 4\kappa\nabla^2) \nabla^2 A_0 = \partial_i P^i - \frac{1}{2\sigma} \varepsilon^{ij} \partial_i A_j, \quad (2.15f)$$

$$P^0 = \partial_i Q^i, \quad (2.15g)$$

$$B_0 = 0, \quad (2.15h)$$

$$Q^0 = 0. \quad (2.15i)$$

(b) Para el modelo general:

Las correspondientes a las Ecs. (2.15b,c), (2.15g-i), A_0 a través de la Ec. (2.14d), a_0 a través de las Ecs. (2.14c,d) y las siguientes:

$$b_0 = 0, \quad (2.16a)$$

$$p^0 = \partial_i q^i, \quad (2.16b)$$

$$q^0 = 0. \quad (2.16c)$$

Además, los paréntesis de Dirac no nulos son:

(a) Para el modelo topológicamente masivo puro: campo-campo:

$$[a_1(x), a_2(y)]_-^D = 2\pi\phi\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (2.17a)$$

$$\Sigma_2^{(2)} = \psi^\dagger \pi - \psi \pi^\dagger - \frac{i}{e} \left(\frac{\zeta e}{m_e} \varepsilon^{ij} \partial_i a_j + \partial_i P^i + \frac{1}{2\sigma} \varepsilon^{ij} \partial_i A_j \right) = 0, \quad (2.12b)$$

$$\Sigma_3^{(2)} = q^0 = 0, \quad (2.12c)$$

$$\Sigma_4^{(2)} = -p^0 + \partial_i q^i = 0 \quad (2.12d)$$

y los dados por las Ecs. (2.11d,e).

De esta manera, vemos que el modelo topológicamente masivo puro posee cinco vínculos de primera clase mientras que el general posee seis vínculos de este tipo, todos correspondientes al grupo de simetría $U(1) \times U(1)$ de dichos modelos.

Además, encontramos que las estructuras de vínculos correspondientes a los modelos en consideración son distintas. Hallamos que esto último ocurre con los correspondientes modelos sin altas derivadas.

Correspondientemente, las condiciones de fijado de gauge elegidas son:

(a) Para el modelo topológicamente masivo puro:

$$\Theta_1^{(1)} = \partial^i a_i = 0, \quad (2.13a)$$

$$\Theta_2^{(1)} = \partial^i A_i = 0, \quad (2.13b)$$

$$\Theta_3^{(1)} = B_0 = 0, \quad (2.13c)$$

$$\Theta_4^{(1)} = a_0 = 0, \quad (2.13d)$$

$$\Theta_5^{(1)} = (1 + 4\kappa\nabla^2) \nabla^2 A_0 - \partial_i P^i + \frac{1}{2\sigma} \varepsilon^{ij} \partial_i A_j = 0. \quad (2.13e)$$

(b) Para el modelo general:

Las dadas por las Ecs. (2.13a,b) y las siguientes:

$$\Theta_3^{(2)} = b_0 = 0, \quad (2.14a)$$

$$\Theta_4^{(2)} = B_0 = 0, \quad (2.14b)$$

$$\Theta_5^{(2)} = 2 \left(-\frac{\eta e}{m_e} + \kappa' \nabla^2 \right) \nabla^2 a_0 + (1 + 4\kappa \nabla^2) \nabla^2 A_0 + \varepsilon^{ij} \left(\frac{\zeta e}{m_e} \partial_i a_j + \frac{1}{2\sigma} \partial_i A_j \right) - \partial_i P^i = 0, \quad (2.14c)$$

$$\Theta_6^{(2)} = 2 \left(-\frac{\eta e}{m_e} + \kappa' \nabla^2 \right) \nabla^2 A_0 - \partial_i p^i + \varepsilon^{ij} \left(\frac{1}{4\pi\phi} \partial_i a_j + \frac{\zeta e}{m_e} \partial_i A_j \right) = 0. \quad (2.14d)$$

III. CUANTIFICACIÓN VÍA INTEGRAL DE CAMINO, REGLAS DE FEYNMAN Y ESTRUCTURA DIAGRAMÁTICA

A. Funcionales generatrices

Para los dos modelos considerados [9,10], hemos escrito sus funcionales generatrices mediante integrales de camino de Feynman canónicas extendiendo el método de FS, debido a que los modelos poseen vínculos de primera y segunda clase.

Luego, probamos que dichas funcionales pueden reescribirse en términos de integrales de camino Lagrangianas en la forma

$$Z^{(r)} = \int \mathbb{D}a_\mu \mathbb{D}A_\nu \mathbb{D}\psi_\alpha \mathbb{D}\psi_\beta^\dagger \exp \left[i \int d^3x \mathcal{L}_e^{(r)} \right], \quad (3.1)$$

donde $r = 1, 2$. En esta ecuación, las densidades Lagrangianas $\mathcal{L}_e^{(r)}$ quedan expresadas en términos de las variables de campo dinámicas independientes y así constituyen las densidades Lagrangianas efectivas de los modelos. Las mismas vienen dadas por

$$\mathcal{L}_e^{(r)} = \mathcal{L}^{(r)} + \mathcal{L}_{fg}, \quad (3.2)$$

donde $\mathcal{L}^{(r)}$ son las densidades Lagrangianas de partida y

$$\mathcal{L}_{fg} = \frac{\lambda_a}{2} (\partial^\mu a_\mu)^2 + \frac{\lambda_A}{2} (\partial^\mu A_\mu)^2 \quad (3.3)$$

es la densidad Lagrangiana de fijado de gauge. En esta última ecuación, λ_a y λ_A son multiplicadores de Lagrange.

Debemos aclarar que hemos considerado necesario partir formalmente de integrales de camino canónicas y probar que es posible llegar a integrales de camino Lagrangianas. La razón es que, como se sabe, existen muchas teorías de campos en las cuales la simple integral de camino Lagrangiana no puede obtenerse partiendo de la canónica (ver, por ejemplo, Ref. [17] y referencias incluidas).

B. Estructuras diagramáticas

Expresaremos los propagadores y vértices en el espacio de los momentos.

(a) Para el modelo topológicamente masivo puro:

Los propagadores $d_{\mu\nu}$ y $D_{\mu\nu}^{(1)}$ de los campos de gauge a_μ y A_μ , respectivamente, vienen dados por

$$d_{\mu\nu}(k) = \frac{1}{\lambda_a} \frac{k_\mu k_\nu}{k^4} + 2i\pi\tilde{\phi}\varepsilon_{\mu\nu\rho} \frac{k^\rho}{k^2}, \quad (3.4a)$$

$$\left[\psi_\alpha^\dagger(x), \psi_\beta(y) \right]_+^D = -i\delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (2.17b)$$

campo-momento:

$$\left[A_i(x), P^j(y) \right]_-^D = \delta_i^j \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) + \frac{1}{2\pi} \partial_i^x \partial^{xj} \ln |\mathbf{x} - \mathbf{y}|, \quad (2.17c)$$

$$\left[B_i(x), P^j(y) \right]_-^D = \sigma^{-1} \varepsilon^{kj} \partial_i^x \partial_k^y w(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (2.17d)$$

$$\left[B_i(x), Q^j(y) \right]_-^D = \delta_i^j \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (2.17e)$$

momento-momento:

$$\left[P^1(x), P^2(y) \right]_-^D = -\frac{1}{2\sigma} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (2.17f)$$

donde hemos utilizado la notación $[\cdot, \cdot]_{\mp}$ para indicar paréntesis entre variables de Grassmann bosónicas y fermiónicas, respectivamente.

(b) Para el modelo general:

Los dados por las Ecs. (2.17b,c) y los siguientes: campo-momento:

$$\left[a_i(x), p^j(y) \right]_-^D = \delta_i^j \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) + \frac{1}{2\pi} \partial_i^x \partial^{xj} \ln |\mathbf{x} - \mathbf{y}|, \quad (2.18a)$$

$$\left[b_i(x), p^j(y) \right]_-^D = 2\varepsilon^{kj} \partial_i^x \partial_k^x \left(\frac{1}{4\pi\tilde{\phi}} tw - \frac{\zeta e}{m_e} \right) w(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (2.18b)$$

$$\left[b_i(x), q^j(y) \right]_-^D = \left[B_i(x), Q^j(y) \right]_-^D = \delta_i^j \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (2.18c)$$

$$\left[B_i(x), P^j(y) \right]_-^D = -2 \frac{\zeta e}{m_e} \varepsilon^{kj} \partial_i^x \partial_k^x w(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (2.18d)$$

momento-momento:

$$\left[p^i(x), p^j(y) \right]_-^D = -\frac{1}{4\pi\tilde{\phi}} \varepsilon^{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (2.18e)$$

$$\left[p^i(x), P^j(y) \right]_-^D = -\frac{\zeta e}{m_e} \varepsilon^{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (2.18f)$$

$$\left[P^i(x), P^j(y) \right]_-^D = -\frac{1}{2\sigma} \varepsilon^{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (2.18g)$$

donde $w(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (2\pi)^{-1} \frac{\ln |\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{8\kappa(|\mathbf{x} - \mathbf{y}| \ln |\mathbf{x} - \mathbf{y}|)^{-2-1}}$.

Para finalizar, hemos expresado, para ambos modelos considerados, los resultados obtenidos (salvo las densidades Hamiltonianas canónicas) en términos de las variables de campo dinámicas independientes, $a_\mu, A_\mu, \psi_\alpha$ y ψ_α^\dagger , y sus respectivos momentos canónicamente conjugados, $p^\mu, P^\mu, \pi_\alpha^\dagger$ y π_α . Como puede ser mostrado, tomando $\kappa = \kappa' = 0$ en estos últimos resultados, encontramos los correspondientes a los modelos sin altas derivadas, como era de esperar.

$$D_{\mu\nu}^{(1)}(k) = g_{\mu\nu} \frac{1}{\frac{1}{\sigma^2\theta(k^2)} - k^2\theta(k^2)} + \left[\frac{1}{\lambda_A} - \frac{k^2}{\frac{1}{\sigma^2\theta(k^2)} - k^2\theta(k^2)} \right] \frac{k_\mu k_\nu}{k^4} + i\varepsilon_{\mu\nu\rho} \frac{k^\rho}{\sigma \left[\frac{1}{\sigma^2} - k^2\theta^2(k^2) \right] k^2}, \quad (3.4b)$$

donde $\theta(k^2) = 1 - 4\kappa k^2$ y $k^2 = k_\mu k^\mu$.

El propagador G del campo de materia se escribe en la forma

$$G(\mathbf{p}, E) = \left(E - \mu - \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} \right)^{-1}, \quad (3.5)$$

donde E es la energía de la partícula, \mathbf{p} su momento ordinario y $\mathbf{p}^2 = p_1^2 + p_2^2$.

Los vectores V_n^μ , $n = 1, 2$, son los vértices de 3 puntas del modelo. Estos están dados por

$$V_1^\mu = V^\mu, \quad (3.6a)$$

$$V_2^\mu = eV^\mu, \quad (3.6b)$$

donde

$$V^\mu = (1, m_e^{-1} q_i), \quad (3.7)$$

con $i = 1, 2$.

Las matrices $W_m^{\mu\nu}$, $m = 1, 2, 3$, son los vértices de 4 puntas. Estas se escriben como

$$W_1^{\mu\nu} = -\frac{1}{2m_e} W^{\mu\nu}, \quad (3.8a)$$

$$W_2^{\mu\nu} = -\frac{e^2}{2m_e} W^{\mu\nu}, \quad (3.8b)$$

$$W_3^{\mu\nu} = -\frac{e}{m_e} W^{\mu\nu}, \quad (3.8c)$$

donde

$$W^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Las correspondientes reglas de Feynman son [18]:

(i) Propagadores.

Representamos a los propagadores de los campos de gauge a_μ y A_μ con una línea ondulada gruesa y una línea ondulada fina

$$\begin{aligned} & \mu \text{ --- } \text{thick wavy line} \text{ --- } \nu \quad \equiv d_{\mu\nu}(k), \\ & \mu \text{ --- } \text{thin wavy line} \text{ --- } \nu \quad \equiv D_{\mu\nu}^{(1)}(k), \end{aligned}$$

respectivamente, y al propagador del campo de materia con una línea recta

$$\text{--- } p \text{ ---} \quad \equiv G(\mathbf{p}, E).$$

(ii) Vértices.

Así, los vértices de 3 puntas del modelo quedan representados por

$$\begin{aligned} & \text{3-point vertex with thick wavy line} \quad \equiv V_1^\mu, \\ & \text{3-point vertex with thin wavy line} \quad \equiv V_2^\mu, \end{aligned}$$

y los de 4 puntas por

$$\begin{aligned} & \text{4-point vertex with 2 thick and 2 thin wavy lines} \quad \equiv W_1^{\mu\nu}, \\ & \text{4-point vertex with 1 thick and 3 thin wavy lines} \quad \equiv W_2^{\mu\nu}, \\ & \text{4-point vertex with 2 thick and 2 thin wavy lines (crossed)} \quad \equiv W_3^{\mu\nu}. \end{aligned}$$

(b) Para el modelo general:

Puesto que los términos presentes en las Ecs. (2.5) son cuadráticos en los campos de gauge, los mismos deben contribuir a los propagadores. Por esta razón, la única posibilidad de poder construir la estructura diagramática del modelo consiste en considerar una variable de campo extendida auxiliar $X_A = (a_\mu, A_\nu)$ [8]. De esta manera, el propagador $D_{\Lambda\Pi}^{(2)}$ del campo de gauge X_A está dado por

$$D_{\Lambda\Pi}^{(2)}(k) = \begin{pmatrix} M_{\mu\nu}(k) & L_{\mu\nu}(k) \\ L_{\mu\nu}(k) & N_{\mu\nu}(k) \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

donde

$$M_{\mu\nu}(k) = \mu_1(k^2)g_{\mu\nu} + \mu_2(k^2)k_\mu k_\nu - i\mu_3(k^2)\varepsilon_{\mu\nu\rho}k^\rho, \quad (3.11a)$$

$$L_{\mu\nu}(k) = \lambda_1(k^2)g_{\mu\nu} + \lambda_2(k^2)k_\mu k_\nu - i\lambda_3(k^2)\varepsilon_{\mu\nu\rho}k^\rho, \quad (3.11b)$$

$$N_{\mu\nu}(k) = \nu_1(k^2)g_{\mu\nu} + \nu_2(k^2)k_\mu k_\nu - i\nu_3(k^2)\varepsilon_{\mu\nu\rho}k^\rho. \quad (3.11c)$$

En las Ecs. (3.11), los coeficientes se escriben como

$$\mu_1(k^2) = \frac{-4ac\varphi - \theta(c^2 + k^2\varphi^2)}{\mathcal{A}}, \quad (3.12a)$$

$$\mu_2(k^2) = -\frac{\mathcal{B}}{\lambda_A k^4 \mathcal{A}}, \quad (3.12b)$$

$$\mu_3(k^2) = \frac{b(4a^2 - k^2\theta^2) - 4[ck^2\theta\varphi + a(c^2 + k^2\varphi^2)]}{2k^2 \mathcal{A}}, \quad (3.12c)$$

$$\lambda_1(k^2) = \frac{b(c\theta + 2a\varphi) + 2\varphi(c^2 - k^2\varphi^2)}{\mathcal{A}}, \quad (3.12d)$$

$$\lambda_2(k^2) = -\frac{\lambda_1}{k^2}, \quad (3.12e)$$

$$\lambda_3(k^2) = \frac{2c(c^2 - k^2\varphi^2) - b(2ac + k^2\theta\varphi)}{k^2 \mathcal{A}}, \quad (3.12f)$$

$$\nu_1(k^2) = -\frac{b}{\mathcal{A}}(b\theta + 4c\varphi), \quad (3.12g)$$

$$\nu_2(k^2) = -\frac{\mathcal{C}}{\lambda_A k^4 \mathcal{A}}, \quad (3.12h)$$

$$\nu_3(k^2) = \frac{2b}{k^2 \mathcal{A}}(ab - c^2 - k^2\varphi^2), \quad (3.12i)$$

donde

$$\varphi = \varphi(k^2) = d + \kappa' k^2, \quad (3.13a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = \mathcal{A}(k^2) &= 8b[a(c^2 + k^2\varphi^2) + ck^2\theta\varphi] \\ &\quad - b^2(4a^2 - k^2\theta^2) - 4(c^2 - k^2\varphi^2)^2, \end{aligned} \quad (3.13b)$$

$$\mathcal{B} = \mathcal{B}(k^2) = -\mathcal{A} - \lambda_A k^2 [4ac\varphi + \theta(c^2 + k^2\varphi^2)], \quad (3.13c)$$

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}(k^2) = -\mathcal{A} - \lambda_A k^2 b(b\theta + 4c\varphi), \quad (3.13d)$$

con $a = (2\sigma)^{-1}$, $b = (4\pi\tilde{\phi})^{-1}$, $c = \zeta e/m_e$ y $d = \eta e/m_e$.

El propagador G del campo de materia viene dado por la Ec. (3.5).

El vector V^A es el vértice de 3 puntas del modelo. Este se escribe en la forma

$$V^A = \left(1, \frac{1}{m_e} q_i, e, \frac{e}{m_e} q_j\right). \quad (3.14)$$

Finalmente, la matriz $W^{\Lambda\Pi}$ es el vértice de 4 puntas. Esta está dada por

$$W^{\Lambda\Pi} = -\frac{1}{2m_e} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 & 0 & e^2 & 0 \\ 0 & 0 & e & 0 & 0 & e^2 \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

Las correspondientes reglas de Feynman son las siguientes:

(i) Propagadores.

Representamos al propagador del campo de gauge X_A con una línea ondulada

$$\Lambda \text{ --- } k \text{ --- } \Pi \quad \equiv \quad D_{\Lambda\Pi}^{(2)}(k)$$

y al propagador del campo de materia de la misma forma que para el modelo topológicamente masivo puro.

(ii) Vértices.

De esta manera, los vértices de 3 y 4 puntas del modelo quedan representados por

$$\begin{aligned} \text{---} \bullet \text{---} &\equiv V^A, & \text{---} \bullet \text{---} &\equiv W^{\Lambda\Pi}, \end{aligned}$$

respectivamente.

Para ambos modelos considerados, las restantes reglas de Feynman son las usuales.

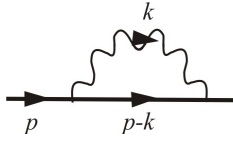
Vimos así que las estructuras diagramáticas de los modelos considerados son distintas. Encontramos que lo mismo ocurre con los correspondientes modelos sin altas derivadas.

Por otro lado, observamos que, para ambos modelos analizados, el propagador del campo electromagnético tiene un mejor comportamiento ultravioleta que el obtenido cuando el término en altas derivadas no está presente. Para el modelo topológicamente masivo puro esto se da en el gauge de Landau, en el cual $\lambda_A \rightarrow \infty$. En cambio, para el modelo general en cualquier gauge.

Asimismo, hallamos que los diagramas primitivamente divergentes de los modelos sin altas derivadas que poseen el propagador del campo electromagnético pasan a ser convergentes con el nuevo propagador. Estos son los siguientes:

(a) Para el modelo topológicamente masivo puro:

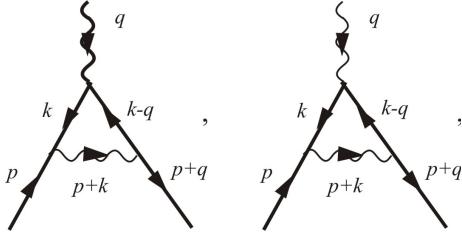
(i) El diagrama de autoenergía de los FC



Utilizando las reglas de Feynman dadas anteriormente, su integral de Feynman se escribe como

$$\Sigma(p) \propto \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} V_2^\mu G(\mathbf{p}-\mathbf{k}, E_{p-k}) V_2^\nu D_{\mu\nu}(k). \quad (3.16)$$

(ii) Las correcciones a los vértices de tres puntas

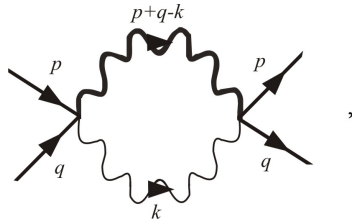


cuyas integrales de Feynman son

$$\Lambda_{1,2}^\mu(p, q, p+q) \propto \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} V_2^\rho D_{\rho\sigma}(p+k) V_2^\sigma \times G(\mathbf{k}-\mathbf{q}, E_{k-q}) V_{1,2}^\mu G(\mathbf{k}, E_k), \quad (3.17)$$

respectivamente.

(iii) El scattering de materia con materia



con integral de Feynman

$$\Omega(p, q) \propto \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} W_3^{\mu\nu} D_{\nu\rho}(k) W_3^{\rho\sigma} d_{\mu\sigma}(p+q-k). \quad (3.18)$$

(b) Para el modelo general:

(i) El diagrama de autoenergía de los FC, el cual es igual al del modelo topológicamente masivo puro.

(ii) La corrección al vértice de tres puntas, que es igual al diagrama que aparece a la derecha de los diagramas de este tipo para el modelo topológicamente masivo puro.

IV. CUANTIFICACIÓN BRST

A. Matrices correspondientes a los vínculos de segunda clase, variables de campo dinámicas y densidades Hamiltonianas de primera clase

(a) Para el modelo topológicamente masivo puro:

$$Q_A = (q_a, p_b) \quad (4.9)$$

Escribiendo $\Gamma_1^{(1)} = \Phi_2^{01}, \Gamma_2^{(1)} = \Phi_2^{02}, \Gamma_3^{(1)} = \Omega_1^\dagger, \Gamma_4^{(1)} = \Omega_2^\dagger, \Gamma_5^{(1)} = \Omega_1$ y $\Gamma_6^{(1)} = \Omega_2$, encontramos que el determinante de la matriz $F^{(1)} = \left([\Gamma_I^{(1)}, \Gamma_J^{(1)}] \right), I, J = 1, \dots, 6$, vale

$$\det F^{(1)} = \frac{1}{4\pi^2 \tilde{\phi}^2} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (4.1)$$

Las variables de campo dinámicas son

$$A_{\mathcal{F}} = \left(a_\mu, A_\nu, B_\rho, \psi_\alpha, \psi_\beta^\dagger, \rho_a \right), \quad (4.2)$$

donde $\rho_a, a = 1, \dots, 5$, son multiplicadores de Lagrange. Sus momentos canónicamente conjugados son

$$P^{\mathcal{F}} = (p^\mu, P^\nu, Q^\rho, \pi_\alpha^\dagger, \pi_\beta, \xi^a). \quad (4.3)$$

(b) Para el modelo general:

Nuevamente, escribiendo $\Gamma_1^{(2)} = \Omega_1^\dagger, \Gamma_2^{(2)} = \Omega_2^\dagger, \Gamma_3^{(2)} = \Omega_1$ y $\Gamma_4^{(2)} = \Omega_2$, encontramos que el determinante de la matriz $F^{(2)} = \left([\Gamma_I^{(2)}, \Gamma_J^{(2)}] \right), I, J = 1, \dots, 4$, vale

$$\det F^{(2)} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (4.4)$$

Las variables de campo dinámicas son

$$A_{\mathcal{F}} = \left(a_\mu, b_\nu, A_\rho, B_\varepsilon, \psi_\alpha, \psi_\beta^\dagger, \rho_a \right), \quad (4.5)$$

cuyos momentos canónicamente conjugados son

$$P^{\mathcal{F}} = (p^\mu, q^\nu, P^\rho, Q^\varepsilon, \pi_\alpha^\dagger, \pi_\beta, \xi^a). \quad (4.6)$$

Vemos que aquí también los espacios de fases para los modelos analizados son distintos.

Por otro lado, las densidades Hamiltonianas de primera clase son:

(a) Para el modelo topológicamente masivo puro:

$$\mathcal{H}_0^{(1)} = \mathcal{H}_c^{(1)} + a_0 \left(\frac{1}{e} \Sigma_1^{(1)} + i \Sigma_2^{(1)} \right) + B_0 \Sigma_5^{(1)}. \quad (4.7)$$

(b) Para el modelo general:

$$\mathcal{H}_0^{(2)} = \mathcal{H}_c^{(2)} + b_0 \Sigma_5^{(2)} + B_0 \Sigma_6^{(2)}. \quad (4.8)$$

B. Funcionales generatrices

Consideramos las variables de campo fantasmas fermiónicas (espinores de Majorana)

y sus momentos canónicamente conjugados

$$\mathbf{P}^A = (\mathbf{p}^{\dagger a}, \mathbf{q}^{\dagger b}), \quad (4.10)$$

respectivamente, donde el símbolo “†” indica antifan-
tasmias.

Se verifica que

$$[\mathbf{q}_a(x), \mathbf{p}^{\dagger b}(y)]_+ = \delta_a^b \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (4.11a)$$

$$[\mathbf{p}_a(x), \mathbf{q}^{\dagger b}(y)]_+ = \delta_a^b \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (4.11b)$$

De esta manera, encontramos las densidades Hamil-
tonianas de fijado de gauge invariantes BRST para
cada modelo

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\chi^{(r)}(x) &= \mathcal{H}_0^{(r)}(x) + \mathbf{p}_a^\dagger(x) \mathbf{p}^a(x) \\ &+ \Sigma_a^{(r)}(x) \rho^a(x) + \xi_a(x) \Theta^{(r)a}(x) \\ &+ \mathbf{q}_a^\dagger(x) \int d^2y \left[\Theta^{(r)a}(x), \Sigma_b^{(r)}(y) \right]_- \mathbf{q}^b(y), \end{aligned} \quad (4.12)$$

$r = 1, 2$.

Consecuentemente, las densidades Lagrangianas
BRST se escriben

$$\mathcal{L}_\chi^{(r)} = \dot{A}_\mathcal{F} P^\mathcal{F} + \mathbf{P}^A \dot{\mathbf{Q}}_A - \mathcal{H}_\chi^{(r)}. \quad (4.13)$$

Finalmente, teniendo en cuenta que ambos mo-
delos considerados poseen vínculos de primera y se-
gunda clase, escribimos [14] sus funcionales generatri-
ces BRST mediante las siguientes integrales de camino
de Feynman:

$$\begin{aligned} Z_\chi^{(r)} &= \int \mathbb{D}A_\mathcal{F} \mathbb{D}P^\mathcal{F} \mathbb{D}Q_A \mathbb{D}P^A \delta \left[\Gamma_I^{(r)} \right] \left[\det F^{(r)} \right]^{1/2} \\ &\times \exp \left[i \int d^3x \mathcal{L}_\chi^{(r)} \right]. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Con referencia a la Ec. (4.12), tene-
mos que, para los modelos en conside-
ración, se cumple que $\left[\Theta^{(r)a}(x), \Sigma_b^{(r)}(y) \right]_- =$
 $\left[f_b^{(r)a} + g_b^{(r)a} \nabla^2 + h_b^{(r)a} (\nabla^2)^2 \right] \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})$, donde:

(a) Para el modelo topológicamente masivo puro:

$$f_b^{(1)a} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.15a)$$

$$g_b^{(1)a} = \begin{pmatrix} -e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{i}{\epsilon} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.15b)$$

$$h_b^{(1)a} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4\kappa \end{pmatrix}. \quad (4.15c)$$

(b) Para el modelo general:

$$f_b^{(2)a} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.16a)$$

$$g_b^{(2)a} = \begin{pmatrix} -e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{i}{\epsilon} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2\eta e}{m_e} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2\eta e}{m_e} \end{pmatrix}, \quad (4.16b)$$

$$h_b^{(2)a} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2\kappa' & -4\kappa \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\kappa' \end{pmatrix}. \quad (4.16c)$$

Además, hemos probado que para los modelos en
consideración las funcionales generatrices correspon-
dientes al formalismo BRST son equivalentes a las
obtenidas utilizando el método de FS, dadas por la
Ec. (3.1).

Asimismo, en lo que respecta al formalismo BRST,
hemos expresado, para ambos modelos considerados,
los resultados obtenidos en términos de las variables
de campo dinámicas independientes y sus momen-
tos canónicamente conjugados. Puede mostrarse que,
tomando $\kappa = \kappa' = 0$ en estos últimos resultados, en-
contramos los correspondientes a los modelos sin altas
derivadas.

V. CONCLUSIONES

Se ha presentado un estudio comparativo entre dos
modelos de campos de gauge $U(1) \times U(1)$ no rela-
tivistitas en altas derivadas correlacionados, que des-
criben la interacción electromagnética de partículas
compuestas en dimensiones (2+1).

Primero, se consideraron los resultados encontrados
siguiendo el método Hamiltoniano usual para sistemas
en altas derivadas singulares.

Luego, se tuvieron en cuenta los resultados
obtenidos por medio de la cuantificación vía integral
de camino de Feynman, extendiendo el formalismo de
FS.

Finalmente, se consideraron los resultados hallados generalizando el procedimiento de cuantificación BRST.

Vimos que los resultados correspondientes al modelo sin masa topológica pueden ser obtenidos directamente de los que pertenecen al modelo topológicamente masivo puro cancelando los términos con masa topológica.

Hallamos que los resultados que corresponden al caso interactivo puro pueden ser obtenidos directamente de los pertenecientes al modelo general, cancelando los términos con masa topológica. Por el contrario, los resultados vinculados al caso topológicamente masivo puro no pueden ser hallados de los asociados a dicho modelo cancelando los términos de interacción entre los campos de gauge.

Asimismo, encontramos que las estructuras de vínculos correspondientes a los modelos en consideración son distintas.

Encontramos también que las estructuras diagramáticas de los modelos considerados son distintas.

Observamos además que todos estos hechos ocurren también con los correspondientes modelos sin altas derivadas.

Por otro lado, para ambos modelos estudiados, al pasar a las variables de campo dinámicas independientes, los resultados obtenidos, en lo que respecta a la estructura de vínculos y expresiones finales asociadas a la cuantificación canónica, se reducen a los vinculados a los modelos sin altas derivadas al considerar $\kappa = \kappa' = 0$. Esto mismo ocurre con los propagadores del campo electromagnético de ambos modelos tratados.

En lo que respecta al formalismo BRST, hemos expresado, para ambos modelos considerados, los resultados obtenidos en términos de las variables de campo dinámicas independientes y sus momentos canónicamente conjugados. Como dijimos, tomando $\kappa = \kappa' = 0$ en estos últimos resultados, encontramos los correspondientes a los modelos sin altas derivadas.

Las anteriores consideraciones fueron desarrolladas considerando explícitamente el caso de FC.

REFERENCIAS

[1] Liabøtrø O. and Meyer M. L., *Phys. Rev. A* **95**, 033633 (2017); Mueed M. A., Kamburov D., Shafayat Hossain Md., Pfeiffer L. N., West K. W., Baldwin K. W. and Shayegan M., *Phys. Rev. B* **95**, 165438 (2017); Zhang Y., Jain J. K. and Eisenstein J. P., *Phys. Rev. B* **95**, 195105 (2017); Isobe H. and Fu L., *Phys. Rev. Lett.* **118**, 166401 (2017); Jo I., Villegas Rosales K. A., Mueed M. A., Pfeiffer L. N., West

K. W., Baldwin K. W., Winkler R., Padmanabhan M. and Shayegan M., *Phys. Rev. Lett.* **119**, 016402 (2017).

[2] Manavella E. C., *Int. J. Theor. Phys.* **40**, 1453 (2001).

[3] Manavella E. C. and Addad R. R., *Int. J. Theor. Phys.* **46**, 2868 (2007).

[4] Manavella E. C. and Addad R. R., *Int. J. Theor. Phys.* **48**, 2473 (2009).

[5] Wilczek F., *Phys. Rev. Lett.* **49**, 957 (1982); Arovas D. P., Schrieffer J. R., Wilczek F. and Zee A., *Nucl. Phys. B* **251**, 117 (1985); Zhang S.-C., Hansson T. H. and Kivelson S. A., *Phys. Rev. Lett.* **62**, 82 (1989).

[6] Manavella E. C., *An. Asoc. Fis. Argent.* **22**, 82 (2010); 89 (2010).

[7] Benedetti D., Machado P. F. and Saueressig F., *Mod. Phys. Lett. A* **24**, 2233 (2009); Carone C. D., *Phys. Lett. B* **677**, 306 (2009); Foussats A., Manavella E., Repetto C., Zandron O. P. and Zandron O. S., *Int. J. Theor. Phys.* **34**, 1 (1995); 1037 (1995); *J. Math. Phys.* **37**, 84 (1996).

[8] Foussats A., Manavella E., Repetto C., Zandron O. P. and Zandron O. S., *Specul. Sci. Technol.* **20**, 3 (1997).

[9] Manavella E. C., *Int. J. Mod. Phys. A* **25**, 4949 (2010).

[10] Manavella E. C. and Repetto C. E., *Int. J. Theor. Phys.* **51**, 2564 (2012).

[11] Pons J. M., *Lett. Math. Phys.* **17**, 181 (1989).

[12] Faddeev L. D., *Theor. Math. Phys.* **1**, 1 (1970); Senjanovic P., *Ann. Phys. (N. Y.)* **100**, 227 (1976).

[13] Becchi C., Rouet A. and Stora R., *Phys. Lett. B* **52**, 344 (1974); *Ann. Phys. (N. Y.)* **98**, 287 (1976); Fradkin E. S. and Vilkovisky G. A., *Phys. Lett. B* **55**, 224 (1975); Tyutin I. V., Lebedev preprint FIAN 39, unpublished (1975) (in Russian); Marnelius R., *Introduction to the quantization of general gauge theories*, Preprint, Institute of Theoretical Physics, Göteborg (1981).

[14] Fradkin E. S. and Fradkina T. E., *Phys. Lett. B* **72**, 343 (1978); Henneaux M., *Phys. Rep.* **126**, 1 (1985).

[15] Sundermeyer K., *Constrained Dynamics* (Springer, Berlin, 1982).

[16] Ostrogradski M., *Mem. Acad. St. Petersbourg* **VI**(4), 385 (1850).

[17] Ryder L. H., *Quantum Field Theory* (Cambridge University Press, Cambridge, 1996).

[18] 't Hooft G. and Veltman M., *Diagrammar* (CERN, 1973).