

# ADAPTACIÓN DE UN TUBO DE KUNDT PARA LA DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DEL SONIDO A DISTINTAS TEMPERATURAS.

## SET-UP OF A KUNDT'S TUBE TO OBTAIN THE SPEED OF SOUND AT DIFFERENT TEMPERATURES.

I. Novara<sup>1,2</sup>, M. Matar<sup>1,3</sup>, M.A. Parodi<sup>1</sup>, A. Roatta<sup>1,2</sup>, B.J. Gómez<sup>1,2</sup>, and C.E. Repetto<sup>\*1,2</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura - Universidad Nacional de Rosario (UNR)  
Av. Pellegrini 250 - S2000BTP Rosario - Argentina

<sup>2</sup>Instituto de Física de Rosario, CONICET-UNR - 27 de Febrero 210 bis -  
S2000EZP Rosario - Argentina

<sup>3</sup>Facultad de Química e Ingeniería del Rosario - Pontificia Universidad Católica Argentina (UCA)  
Av. Pellegrini 3314 - S2002QEO Rosario - Argentina

Recibido:29/12/18;Aceptado:28/06/19

En este trabajo se diseñó y construyó un sistema acústico que adapta un tubo de Kundt para la medición de la velocidad del sonido a distintas temperaturas. Se excitó la columna de aire por medio de un parlante a frecuencia constante de 2 kHz y, moviendo un émbolo a lo largo del tubo, se midieron las longitudes de columna de aire para las cuales se observa la señal de resonancia en la pantalla de un osciloscopio. Este procedimiento se repitió a distintas temperaturas, en el rango de 19°C hasta 115°C. Se graficó la velocidad de propagación del sonido en función de la temperatura. Los resultados se compararon con los predichos por el modelo clásico que supone al aire como un gas ideal diatómico y al fenómeno acústico como adiabático. Se encontró un acuerdo satisfactorio entre los valores experimentales y los que predice el modelo.

*Palabras Clave: velocidad del sonido, tubo de Kundt, resonancia.*

In this work we describe how we designed and built an acoustic system that allowed us to adapt a Kundt's tube for the measurement of the speed of sound at different temperatures. The air column inside the tube was excited by a speaker at a frequency of 2 kHz. We changed the air column length by moving a piston throughout the tube, and we measured and recorded that length when we observed a resonance signal on the oscilloscope screen. This procedure was repeated at different temperatures, ranging from 19°C to 115°C. Then it was calculated the propagation of the speed of sound based on the temperature. The results were compared with those predicted by the classical model, which assumes that air is an ideal diatomic gas, and that the acoustic phenomenon is an adiabatic process. Finally, it was found a satisfactory agreement between the experimental values and those predicted by the classical model.

*Keywords: speed of sound, Kundt's tube, resonance.*

## I. INTRODUCCIÓN

Las ondas sonoras es tema de estudio en todas las instituciones de educación superior en Ciencias e Ingeniería. Los principales fenómenos acústicos que se estudian en los libros universitarios de formación básica, son de aplicación industrial<sup>3</sup> y aplicación tecnológica<sup>2</sup> directa, como también de uso frecuente en diagnóstico por imágenes en Medicina.

Las técnicas más usadas para determinar la velocidad del sonido se pueden dividir en dos grupos, los métodos de *tiempo de vuelo*<sup>11</sup> y los asociados a resonadores acústicos<sup>7</sup>. Entre estos últimos el método del tubo de Kundt es uno de los más usados. En los

cursos introductorios a los fenómenos acústicos, las demostraciones de laboratorio con el tubo de Kundt pueden realizarse con el mismo dispuesto de forma horizontal o vertical.

Este trabajo consiste en la construcción y empleo de un dispositivo simple para la medición de la velocidad del sonido en aire a distintas temperaturas. Se utiliza con este fin un tubo de Kundt dispuesto horizontalmente al que se adapta un sistema de calefacción con el objetivo de determinar la velocidad del sonido para diferentes temperaturas, disminuyendo así las pérdidas por flujo convectivo.

Una descripción del equipo implementado se detalla en la sección II. En la sección III se resume el marco teórico en el que se basarán las mediciones.

<sup>1</sup>repetto@ifir-conicet.gov.ar

En las secciones IV y V se presentan y analizan las mediciones realizadas. Finalmente, en la sección VI se exponen las conclusiones.

## II. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

El dispositivo experimental consta de un tubo y tres sistemas: de calefacción, de generación de sonido y de medición, tal como se muestra en la fotografía (Fig. 1).



Figura 1: (superior) Dispositivo experimental utilizado. (inferior) Detalle del arrollamiento calefactor. Debajo del tubo se observa el papel milimetrado de registro continuo.

En Fig. 2 puede observarse un esquema del mismo.

- Sistema de calefacción:** Se utilizó un cable calefactor de uso comercial consistente en dos alambres de cobre envainados y entre los cuales se conectan, en paralelo, los filamentos calefactores. Todo este circuito está recubierto por silicona SI-200. Dicho cable se enrolló a un tubo de vidrio borosilicatado (pyrex) de sección constante, diámetro  $d = (29.6 \pm 0.1)$  mm (ver parte inferior de la Fig. (1)). El cable calefactor, que provee 35 W/m a 220 V, se alimentó con un autotransformador variable monofásico (0-250 V, 6 A). La tensión de salida del mismo se midió con un multímetro digital UNI-T, modelo UT-300. Para cada valor de tensión se espera que el sistema alcance un estado prácticamente estacionario en la transferencia de calor entre la columna de aire y su entorno. En estas condiciones, se puede decir que se alcanza un estado de equilibrio térmico local a lo largo del eje. Se puede suponer que el gradiente de temperatura radial es despreciable, de tal manera de asignar un único valor

de temperatura a cada sección. Se probaron diferentes pasos para el arrollamiento hasta obtener un perfil de temperatura del aire en el interior del tubo aproximadamente constante.

- Sistema de generación de sonido:** Se utilizó un generador de señales multifunción de dos canales (OWON, Modelo AG2052F, 50 MHz, con una resolución de 1  $\mu$ Hz), que se conectó a un amplificador de estado sólido y éste a un parlante de 1" y 8  $\Omega$  de impedancia.
- Sistema de medición:** Se utilizó una termocupla tipo K (Cromel-Alumel) ubicada en el interior del eje del émbolo para medir la temperatura dentro del tubo. La lectura del valor de la temperatura en  $^{\circ}$ C se realizó mediante un multímetro digital UNI-T, modelo UT55. El eje del tubo pasa por el centro del parlante y el centro del micrófono se encuentra sobre la vertical que pasa por el centro del primero, distanciados unos 3 cm. El micrófono se conectó a otro amplificador de estado sólido y éste a un osciloscopio analógico de dos canales KENWOOD-TRIO, modelo CS-1577-A, 35 MHz. La señal armónica de sonido se observó en la pantalla del osciloscopio. Se identificaron las longitudes de columna de aire que maximizaban la amplitud de la señal; es decir, las distintas longitudes de resonancia medidas desde el extremo abierto hasta la superficie del émbolo. Esto último se realizó midiendo sobre un papel milimetrado de registro continuo, extendido a lo largo del tubo, debajo de éste.
- Condiciones experimentales:** Para realizar las mediciones se tuvieron en cuenta algunas consideraciones, enumeradas a continuación. (a) La horizontalidad del tubo, para poder tener un flujo de aire por convección simétrica en ambos extremos, (b) lograr una temperatura uniforme a lo largo de la columna de aire, con variaciones relativas menores al 2% y (c) todo el equipamiento experimental se instaló en un laboratorio aislado de fuentes de ruido, con cables de conexión cortos y trenzados, con el fin de reducir la inducción electromagnética en los circuitos de generación de sonido y de medición. Además, se ajustaron las ganancias de los dos amplificadores y las escalas en el osciloscopio, con el objetivo de obtener la mejor relación señal-ruido en este último.

## III. MARCO TEÓRICO

El sistema físico en estudio consiste en una columna de aire contenido en un tubo abierto en un extremo y cerrado en el otro, como se muestra en la Fig. 2. Si el tubo, de largo  $L$ , está abierto en el extremo  $x = 0$  y cerrado en  $x = L$ , las oscilaciones libres del sistema son descriptas por las soluciones de la ecuación de ondas clásica<sup>4</sup> que satisfacen las siguientes condiciones

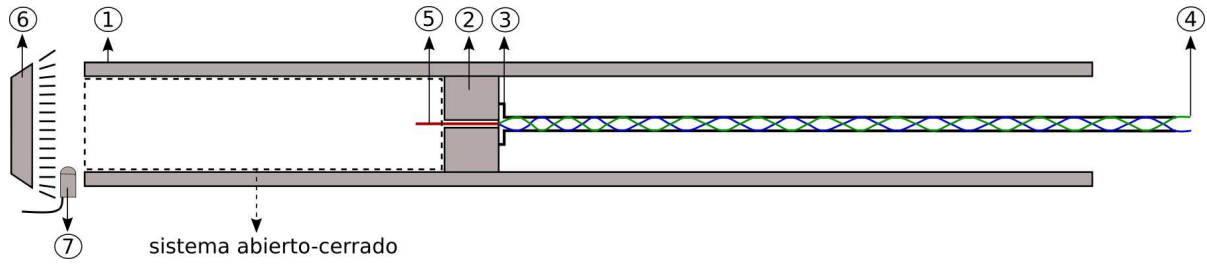


Figura 2: Esquema del dispositivo. ① Tubo de pyrex; ② Émbolo; ③ Tubo de vidrio, eje del pistón; ④ Conexión de la termocupla al multímetro; ⑤ Termocupla; ⑥ Parlante; ⑦ Micrófono.

de contorno:

$$\begin{cases} p_e(x=0, t) = 0 \\ \frac{\partial p_e}{\partial x}(x=L, t) = 0 \end{cases}, \forall t \quad (1)$$

donde  $p_e$  representa la sobrepresión que se produce en el fluido contenido en el tubo respecto del valor de equilibrio (presión atmosférica).

Las soluciones de la ecuación de ondas,  $p_e(x, t)$ , que satisfacen las ecs. (1), corresponden a los *modos normales* de oscilación del sistema que se representan por ondas armónicas confinadas<sup>9</sup> en el interior del tubo. Para una longitud de columna de aire determinada  $L$ , ésta *siempre* resulta ser un múltiplo impar de cuartos de longitud de onda:

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda_n}{4}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (2)$$

donde  $\lambda_n$  es la longitud de onda del  $n$ -ésimo modo normal.

Como en el caso de otros ejemplos tipo, presentados en los cursos introductorios de ondas *e.g.* sistema masa-resorte, péndulo simple, péndulo físico, cuerdas, membranas, etc., los sistemas acústicos absorben y emiten máxima energía por unidad de tiempo cuando se los excita a una frecuencia muy próxima a alguna de las frecuencias de sus modos normales. Este fenómeno se conoce como *resonancia* y dichas frecuencias se denominan *frecuencias de resonancia*.

En el caso del sistema físico estudiado en este trabajo, el parlante emite un sonido puro (señal armónica de frecuencia constante,  $f = 2$  kHz) y considerando que la velocidad de propagación del sonido  $c$  no varía durante cada serie de mediciones (esto es, manteniendo constante la temperatura de la columna de aire) entonces resultará constante la longitud de onda  $\lambda = c/f$ .

En condición de resonancia, los resultados experimentales muestran que las longitudes de las columnas de aire  $L_n$  deben ser aumentadas, sumándoles un valor  $e$ , verificando la siguiente relación:

$$L_n + e = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (3)$$

Esto es debido al denominado *efecto de borde*<sup>5</sup> presente en cualquier sistema físico real. Esto se interpreta como si un nodo de sobrepresión virtual ( $p_e = 0$ ) estuviera ubicado fuera del tubo, a una distancia  $e$  del

extremo abierto. En la sección 10.2 de la Ref. (5), se obtienen expresiones teóricas para el efecto de borde de un tubo con un extremo abierto, en dos configuraciones: “flanged” o “unflanged”,  $8a/3\pi \approx 0.8a$  y  $0.6a$ , respectivamente, donde  $a$  es el radio del tubo. En nuestro caso, no se verifica en forma estricta ninguna de las dos configuraciones, como puede verse en el esquema de Fig. 2.

De esta manera, la gráfica  $L_n$  vs  $(2n - 1)$  es una función lineal cuya pendiente representa un cuarto de la longitud de onda y el valor absoluto de la ordenada al origen informa el valor que adopta  $e$ .

La importancia de tener en cuenta  $e$ , especialmente en los modos de oscilación con  $n$  pequeños, radica en que una evaluación de  $c$  a partir de cada una de las mediciones de las longitudes  $L_n$  estaría afectada por un error sistemático, evaluando por defecto la velocidad de propagación a esa temperatura.

Es conocido que la hipótesis de compresión/expansión adiabática es la más apropiada en muchos casos de propagación sonora en fluidos. El carácter adiabático o isotérmico depende de la frecuencia de la onda sonora; a frecuencias audibles (de 20 Hz a 20 kHz) predomina el carácter adiabático.<sup>8,10,12</sup> Una reseña histórica sobre la evolución de estos conceptos puede verse en Ref. [8].

En el caso particular de un gas ideal, esto lleva a una dependencia<sup>6</sup> de  $c$  únicamente con la temperatura absoluta, dada por la ecuación de Newton-Laplace:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (4)$$

donde  $\gamma = c_P/c_V = 1.4$  es la relación de los calores específicos a presión y volumen constantes para un gas ideal diatómico,  $R = 8.314$  J/mol K es la constante universal de los gases y  $M = 28.9647$  g/mol la masa molecular<sup>1</sup> para el aire seco.

#### IV. MEDICIONES Y PROCESAMIENTO DE DATOS

Se excita la columna de aire en el interior del tubo por medio del parlante, que emite una onda armónica de 2 kHz. Se desplaza el émbolo con la termocupla unida a él desde el extremo abierto, hasta lograr que la amplitud de la señal captada por el micrófono alcance un máximo. Este efecto también se percibe auditivamente. En esas posiciones se registran las lectu-

ras de la termocupla y las longitudes de resonancia, las cuales se muestran en la Fig. 3. Como puede observarse, se obtuvo un aceptable “plateau” para todo el rango de temperaturas.

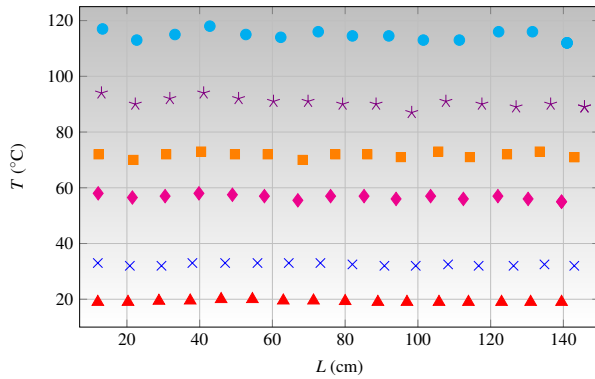


Figura 3: Temperaturas medidas mediante la termocupla en cada longitud de resonancia. Los valores medios de las temperaturas corresponden a:  $\blacktriangle$   $19.3^{\circ}\text{C}$ ,  $\times$   $32.5^{\circ}\text{C}$ ,  $\blacklozenge$   $56.7^{\circ}\text{C}$ ,  $\blacksquare$   $71.7^{\circ}\text{C}$ ,  $\star$   $90.7^{\circ}\text{C}$ ,  $\bullet$   $114.8^{\circ}\text{C}$ , respectivamente, con una incerteza relativa de 2%.

Las mediciones de las respectivas longitudes de resonancia en función de los números impares  $(2n - 1)$  de ec. (3) se muestran en la Fig. 4. A partir de esta fi-

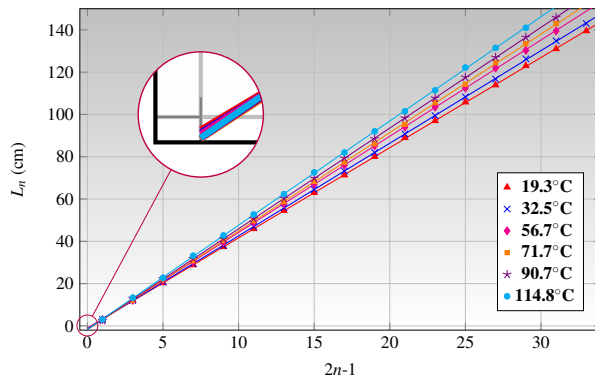


Figura 4: Mediciones de la longitud de las columnas de aire en resonancia para distintas temperaturas, donde las líneas representan el ajuste por mínimos cuadrados. En el zoom puede verse el detalle de la ordenada al origen.

gura puede verse que la longitud de onda cambia con la temperatura, mientras que la ordenada al origen adopta un valor negativo. Un ajuste lineal (mínimos cuadrados) de estos datos, permite estimar los valores de  $\lambda$  y  $e$  para cada temperatura. Cabe destacar que en todos los casos resultó un coeficiente de regresión lineal  $R^2 > 0.9999$ .

Finalmente, se obtiene la velocidad del sonido a partir de la relación  $c = \lambda f$  (ver Tabla 1).

## V. DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Si se graficara la velocidad del sonido  $c$  en función de la temperatura absoluta  $T$ , para el rango de temperaturas en el que se trabajó, a simple vista podría

Tabla 1: Resumen de resultados para cada serie de mediciones

$T \pm \Delta T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$\lambda \pm \Delta\lambda$ (cm)	$e \pm \Delta e$ (cm)	$c \pm \Delta c$ (m/s)
$19 \pm 1$	$17.06 \pm 0.02$	$1.0 \pm 0.1$	$341.2 \pm 0.4$
$33 \pm 1$	$17.52 \pm 0.02$	$1.2 \pm 0.1$	$350.4 \pm 0.4$
$57 \pm 2$	$18.21 \pm 0.03$	$1.3 \pm 0.1$	$364.2 \pm 0.6$
$72 \pm 2$	$18.63 \pm 0.04$	$1.7 \pm 0.2$	$372.6 \pm 0.8$
$91 \pm 2$	$19.05 \pm 0.03$	$1.7 \pm 0.1$	$381.0 \pm 0.6$
$115 \pm 3$	$19.71 \pm 0.04$	$1.6 \pm 0.2$	$394.2 \pm 0.8$

parecer que el comportamiento es lineal. Para corroborar la dependencia de  $c$  en función de  $T$ , en la Fig. 5 se grafica  $\ln(c)$  vs.  $\ln(T)$ . En ella se observa un comportamiento lineal entre estas últimas variables, indicando una relación de potencia entre  $c$  y  $T$ . Un ajuste por mínimos cuadrados arroja un valor de la pendiente de  $0.50 \pm 0.01$ , siendo  $R^2 = 0.9983$ . En consecuencia, este resultado indica que  $c \propto \sqrt{T}$ , que concuerda con el resultado de ec. (4).

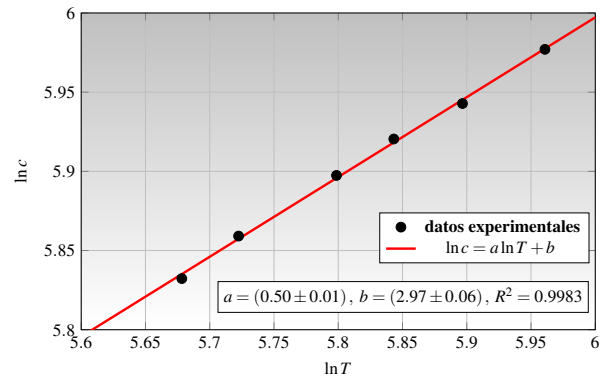


Figura 5: Ajuste lineal del logaritmo de la velocidad del sonido vs. el logaritmo de la temperatura absoluta.

Finalmente, en Fig. 6 se ajusta la velocidad del sonido en función de la temperatura absoluta según la ley  $\sqrt{aT}$  (línea continua roja).

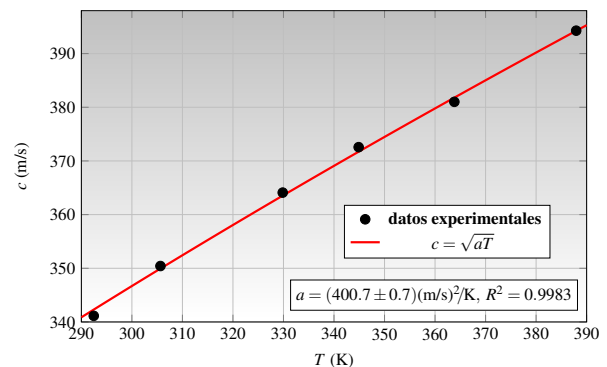


Figura 6: Ajuste de la velocidad del sonido vs. la temperatura absoluta, según la ley  $\sqrt{aT}$ .

A partir del ajuste, el valor del coeficiente  $a$  resulta  $(400.7 \pm 0.7) \text{ (m/s)}^2/\text{K}$ . Comparando con la ec. (4), se tiene  $a = \gamma R/M$ . Esta expresión nos permite

determinar en forma acústica el valor de  $\gamma$ , resultando  $\gamma = 1.396 \pm 0.003$ , que puede compararse con los obtenidos por métodos termodinámicos como el de Clement-Desormes.

## VI. CONCLUSIONES

Se logró diseñar y construir un equipo para la medición de la velocidad de propagación del sonido a distintas temperaturas, comprendidas entre la temperatura ambiente y 115 °C. El dispositivo experimental fue armado con elementos de fácil acceso en los laboratorios dedicados a la enseñanza universitaria de grado.

El acuerdo logrado entre las mediciones realizadas a distintas temperaturas con el modelo de Newton-Laplace valida las hipótesis empleadas en la descripción de la propagación de las ondas sonoras en aire. Además, esto también confirma el correcto funcionamiento del dispositivo diseñado con fines pedagógicos.

El método de medición empleado permite reforzar la comprensión de los temas referidos a modos normales de oscilación y resonancia acústica. También abre la discusión a la modelización del aire como un medio de propagación elástico en el que ocurre un proceso adiabático, lo que muestra a los estudiantes la interrelación entre fenómenos de distintas áreas de la Física.

El “efecto de borde”, que en general sólo es discutido en la bibliografía específica, se introduce de manera natural a través del análisis de las mediciones realizadas, mostrando así la importancia de una mirada crítica en las experiencias de laboratorio.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado en el marco del Proyecto de Investigación y Desarrollo ING 513 – SeCyT (UNR). Las mediciones fueron realizadas en el ámbito del Instituto de Estudios Nucleares y Radiaciones Ionizantes (UNR). Se agradece a J. Malarría por su apoyo desde el área experimental y a H. Belluccia por el aporte de ideas referidas a mediciones efectuadas en el trabajo. Finalmente, se reconoce a R. Welti por su permanente asesoramiento.

## Referencias

1. Air - molecular weight and composition. [www.engineeringtoolbox.com](http://www.engineeringtoolbox.com). (Accessed on 12/27/2018).
2. Applications of acoustic technology. [www.wtec.org/loyola/subsea/c6\\_s4.htm](http://www.wtec.org/loyola/subsea/c6_s4.htm). (Accessed on 12/26/2018).
3. S. Ali, A. Zaidi, F. A. Khan, J. Kahn, M. Bhaktiar, and S. M. Bukhari. Applications of ultrasound and industrial processes. *Pakistan Journal of Contemporary Sciences*, 2(1):1–17, 2017.
4. M. Alonso and E. Finn. *Física. Volumen II: Campos y Ondas*. Fondo Educativo Interamericano, México, 1970.
5. L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, and J. V. Sanders. *Fundamentals of Acoustics*. John Wiley & Sons, Inc, 4th edition, 2000.
6. L. Landau and E. Lifshitz. *Curso de Física Teórica, Volumen 6: Mecánica de Fluidos*. Reverté, Barcelona, 1986.
7. P. Papacosta and N. Linscheid. An inexpensive and versatile version of kundt’s tube for measuring the speed of sound in air. *The Physics Teacher*, 54:50–51, 2016.
8. G. Utges and R. Welti. La reducción funcional en la justificación de la adiabaticidad de las ondas sonoras. *Enseñanza de las Ciencias*, 24:185–192, 2006.
9. R. Welti. *Introducción a la Física de las Ondas*. UNR Editora, Rosario, 2nd edition, 1999.
10. A. B. Wood. *A Textbook of Sound*. G.Bell and Sons Ltd, London, 3rd edition, 1960.
11. R. S. Worland and D. D. Wilson. The speed of sound in air as a function of temperature. *The Physics Teacher*, 37:53–57, 1999.
12. J. Wu. Are sound waves isothermal or adiabatic? *American Journal of Physics*, 58:694–696, 1990.