

EVOLUCIÓN TEMPORAL DE UNA DEPRESIÓN SOBRE LA SUPERFICIE DEL HIELO MONOCRISTALINO

FLATTENING OF A SCRATCH ON SINGLE CRYSTAL ICE SURFACE

G. Aguirre Varela^{1,2}, D. Stoler Flores¹, P. I. Achával¹ y C. L. Di Prinzio^{*1,2}

¹FAMAF (Facultad de Matemática Astronomía, Física y Computación), Universidad Nacional de Córdoba, Medina Allende y Haya de la Torre, (5000) Ciudad Universitaria, Córdoba, Argentina.

²IFEG-CONICET (Instituto de Física "Enrique Gaviola"), Universidad Nacional de Córdoba, Medina Allende y Haya de la Torre, (5000) Ciudad Universitaria, Córdoba, Argentina.

Recibido: 04/12/2019; Aceptado: 30/07/2020

Se observó la superficie de una muestra de hielo monocristalina a -5°C (268 K). Para lo cual se pulió superficialmente y se la dejó evolucionar en presencia de silica gel activado por espacio de tres horas. Se estudió la evolución de una depresión, mediante micrografías tridimensionales obtenidas con un microscopio confocal Olympus OLS4000 LEXT. Se encontró en la evolución del pozo un predominio del transporte por difusión superficial. Esto se fundamenta tanto por el valor obtenido para el coeficiente de difusión superficial, como así también en los valores que se han encontrado para los exponentes correspondientes a la evolución de la profundidad del pozo y a su ancho.

Palabras clave: hielo, superficie, difusión gaseosa.

The surface of a monocrystalline ice sample was observed at -5°C (268 K). For which it was superficially polished and allowed to evolve in the presence of activated silica gel for three hours. The evolution of a depression was studied using three-dimensional micrographs obtained with an Olympus OLS4000 LEXT confocal microscope. A predominance of surface diffusion transport was found in the evolution of the depression. This is based both on the value obtained for the surface diffusion coefficient, as well as on the values found for the exponents corresponding to the evolution of the depth of the well and its width.

Keywords: ice, surface, gas diffusion.

<https://doi.org/10.31527/analesafa.2020.31.3.86>

 ISSN 1850-1168 (online)

I. INTRODUCCIÓN

El hielo está presente en diferentes lugares de nuestro planeta, en la atmósfera, en las montañas y también en los polos. El interés por el hielo atmosférico se ha dado desde hace mucho tiempo debido a su participación en fenómenos tales como: la electrificación de nubes y la precipitación [1, 2]. Además, interviene en reacciones químicas heterogéneas, por ejemplo en las nubes estratosféricas polares [3]. Por otra parte, los hielos polares se han venido estudiando tanto en lo que respecta a su aparición y permanencia en la biosfera, como así también en su relación con el paleo-clima. Aquellos hielos que se encuentran a grandes profundidades respecto de la superficie, aportan datos para el entendimiento de la evolución climatológica de la Tierra, como así también para comparar el clima pasado con el comportamiento que se viene observando actualmente. Esto es a través del análisis de los testigos de hielo que se obtienen de las profundidades polares. Procesos como el de difusión, que se produce en los testigos polares, influyen notablemente en la interpretación de los resultados que se encuentran así como en la datación de las diferentes capas bajo estudio [4, 5].

Para el estudio y el análisis de todos estos procesos, es necesario conocer el comportamiento de la superficie del

hielo, los fenómenos de transporte que tienen lugar en ella y los mecanismos por los cuales interacciona con la fase gaseosa. Estos estudios además son útiles para determinar el coeficiente de difusión superficial y la energía superficial del hielo, aún no completamente determinados.

Desde que Higuchi (1958) [6] implementó el método de replicas plásticas para el estudio de la superficie del hielo, hasta el momento es el más usado. Aunque no es posible usarlo para realizar un estudio minucioso de la evolución de la superficie en función del tiempo. Pero, mediante la implementación de una celda criogénica y el uso de un microscopio confocal, se puede realizar la observación directa y en tiempo real de la superficie de hielo bajo estudio.

En este trabajo se utilizó un microscopio confocal Olympus OLS4000 LEXT para realizar la observación directa y en tiempo real de una depresión presente en la superficie de una muestra de hielo monocristalina. Durante el experimento se obtuvieron micrografías 3D de alta calidad para realizar posteriormente el análisis de la evolución temporal. La muestra de hielo monocristalino se mantuvo a presión atmosférica y dentro de la celda criogénica a una temperatura de -5°C (268 K) y en presencia de sílica gel.

II. PROCESOS DE TRANSPORTE DE MATERIA

Los cambios que experimenta la superficie del hielo están determinados por los flujos de materia que se producen

* diprinzio@famaf.unc.edu.ar

en dicha superficie. Los procesos y flujos propuestos [7, 8] para describir la evolución son:

- Flujo viscoso sobre la superficie (presencia sobre la superficie de capa cuasi líquida).
- Evaporación libre (EL), cuando las moléculas que están en fase gaseosa tienen un camino libre medio largo comparado con las longitudes características de la región más afectada por el transporte de materia.
- Difusión gaseosa (DG), cuando las moléculas que están en fase gaseosa tienen un camino libre medio corto comparado con las longitudes características de la región más afectada por el transporte de materia.
- Difusión superficial (DS), asociada al flujo sobre la superficie, caracterizada por el coeficiente de difusión superficial.
- Difusión volumétrica (DV), asociada al paso de partículas desde la superficie al seno del volumen incorporándose a la red cristalina o generando defectos en la red cristalina, caracterizada por el coeficiente de difusión volumétrica.

Mullins [7] estudió cada uno de los procesos individualmente y encontró expresiones para la evolución de una irregularidad tipo delta de Dirac sobre una superficie “plana”.

Así, considerando solamente el efecto de la difusión gaseosa, reporta una expresión para la evolución con el tiempo (t) de una perturbación superficial $W(x, y, t)$, considerando la condición inicial de la forma

$$W(x, y, 0) = a \delta(x) \delta(y) = a \delta(r) \frac{\delta(\varphi)}{r}, \quad (1)$$

donde r y φ son las coordenadas polares usuales, radial y angular respectivamente. Si la constante $a < 0$ se tiene un pozo y si $a > 0$ se tiene un pico.

Como se puede ver la condición inicial tiene simetría acimutal, por lo que para describir la superficie sólo es necesaria la coordenada r y la función tiene la forma: $W(r, t)$. Como reporta Mullins [7] la superficie, considerando solamente la difusión gaseosa (denotada por el subíndice DG), evoluciona de la forma

$$W(r, t) = \frac{a}{6\pi(Dt)^{2/3}} F_{DG} \left[\frac{r}{(Dt)^{1/3}} \right]. \quad (2)$$

Si se define $u = \frac{r}{(Dt)^{1/3}}$, la función F_{DG} tiene la forma

$$F_{DG}[u] = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\Gamma[(2n+2)/3]}{2^{2n}(n!)^2} u^{2n}.$$

Y como reporta Mullins [7] se tiene $D = \frac{\rho_0 D_g \gamma \Omega^2}{kT}$, con ρ_0 la densidad del hielo, Ω el volumen atómico, γ la energía superficial, D_g el coeficiente de difusión gaseoso, k es la constante de Boltzmann y T es la temperatura en grados Kelvin.

Como consecuencia de la acción de este mecanismo y considerando $a < 0$, la variación de la profundidad de la

perturbación, esto es el fondo del pozo, está dada por

$$Prof_{DG} = \frac{a}{6\pi(Dt)^{2/3}}. \quad (3)$$

Mientras que el semiancho del pozo, considerando la definición dada en Mullins [7], está dada por

$$d_{DG} = 2,7 (Dt)^{1/3}. \quad (4)$$

Por otra parte, considerando solamente el efecto de la difusión superficial (denotada por el subíndice DS), la evolución con el tiempo de una perturbación superficial $W(x, y, t)$, considerando también la condición inicial dada por la Ec. (1), se puede escribir como

$$W(r, t) = \frac{a}{8\pi(Bt)^{1/2}} F_{DS} \left[\frac{r}{(Bt)^{1/4}} \right]. \quad (5)$$

La cual, dada la simetría de la condición inicial, solo depende de la coordenada polar r . Definiendo $u = \frac{r}{(Bt)^{1/4}}$, la función $F_{DS}[u]$ tiene la forma

$$F_{DS}[u] = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\Gamma[(n+1)/2]}{2^{2n}(n!)^2} u^{2n},$$

donde $B = \frac{D_s v \Omega^2 \gamma}{kT}$, con v el número de átomos por unidad de área y D_s el coeficiente de difusión superficial.

En este caso la profundidad del pozo evoluciona de la forma

$$Prof_{DS} = \frac{a}{8\pi(Bt)^{1/2}}. \quad (6)$$

Y la evolución del semiancho del pozo está dado por

$$d_{DS} = 3.0 (Bt)^{1/4}. \quad (7)$$

III. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Siguiendo la técnica desarrollada por Di Prinzio y col. [9, 10] se obtuvo una muestra monocristalina. Se la pulió en el plano $(1, 1, \bar{2}, 0)$ mediante un micrótopo a -10°C (263 K). Se puso la muestra en una celda criogénica a -5°C (268 K), en ambiente mantenido con baja humedad mediante sílica gel. Dicha celda fue ubicada sobre la platina del microscopio confocal (Láser Olympus LEXT OLS4000 3D) como se muestra en la Fig. 1.

El estudio se extendió por 3 hs (desde el pulido), durante las cuales se tomaron fotografías aproximadamente cada 15 minutos (Figs. 2 y 3).

IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Se analizó la evolución de los perfiles correspondientes a los semiejes mayor y menor de la elipse que aproxima al borde del pozo. En la Fig. 4 se presentan los perfiles correspondientes a secciones que contienen al semieje menor de la depresión elíptica y en Fig. 5 los correspondientes a secciones que contienen al semieje mayor, para diferentes tiempos. El tiempo inicial, esto es después de realizado el pulido, corresponde a las 15:00 hs.

Para cada uno de estos perfiles se determinó la profundidad del pozo y el ancho del mismo para analizar los respectivos comportamientos con el tiempo.



FIG. 1: Celda criogénica sobre platina del microscopio confocal, criostato marca LAUDA®.

Como se ve en la Fig. 6, las variaciones de la profundidad y del semiancho del pozo que se obtuvieron experimentalmente, responden a leyes de potencia como las propuestas por Mullins (Ecs. (3), (4), (6) y (7)). Los valores correspondientes de las pendientes de los ajustes (que se muestran junto a los gráficos), para las direcciones del semieje mayor y del semieje menor son indistinguibles entre sí, tanto para la variación de la profundidad como para la del semiancho. Así, se informa la pendiente de la variación de profundidad β_{Prof} y la pendiente de la variación del semiancho β_{SA} :

$$\beta_{Prof} = (-0.60 \pm 0.05) \quad \beta_{SA} = (0.35 \pm 0.04)$$

Aunque en el experimento que se realizó estaban actuando todos los mecanismos en forma simultánea, es razonable pensar que él o los mecanismos preponderantes serán aquellos que tengan asociada una evolución con valores de exponentes más próximos a los que se encuentran experimentalmente. En este sentido, dado que los exponentes presentes en las Ecs. (3), (4), (6) y (7) tienen valores similares a los que se han obtenido a partir de las mediciones, se puede pensar que los mecanismos dominantes serían: el de difusión gaseosa y el de difusión superficial. En particular los exponentes correspondientes a la difusión gaseosa son más próximos a los que se han obtenido a partir de los ajustes (β_{Prof} y β_{SA}).

Con el objeto de continuar con el análisis de los resultados, se realizaron los ajustes de los perfiles correspondientes a los semiejes menores considerando solamente el mecanismo de difusión gaseosa. Para realizar los ajustes se usó un polinomio P_{DG} de grado 28. Cada uno de los términos del polinomio se corresponde uno de los primeros 28 términos de la serie de la función dada en (2). Así, el polinomio es

$$P_{DG}(r) = \frac{P_1}{P_2^{2/3}} \sum_{n=0}^{28} (-1)^n \frac{\Gamma[(2n+2)/3]}{2^{2n}(n!)^2} \left(\frac{r}{P_2^{1/3}}\right)^{2n} \quad (8)$$

Los dos parámetros de ajuste P_1 y P_2 , se corresponderían con

$$P_1 = \frac{a}{6\pi} \quad P_2 = D t. \quad (9)$$

En la Tabla 1 se presentan los valores de P_1 y P_2 que se obtuvieron y los valores del parámetro χ^2 (prueba de ji cua-

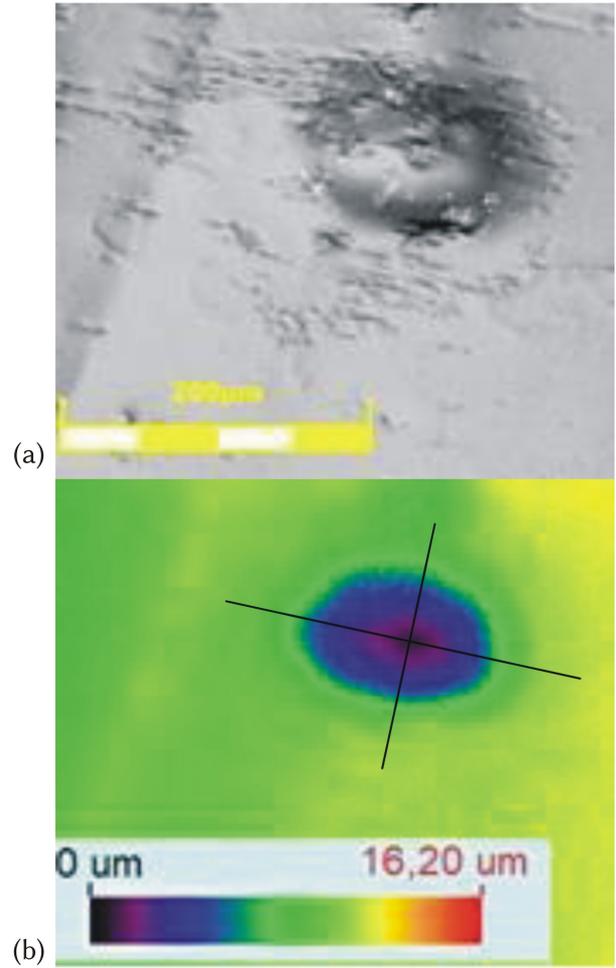


FIG. 2: (a) Depresión elíptica estudiada: Micrografía láser 3-D realizada de la superficie de hielo a 30 minutos del pulido inicial de la superficie. (b) Reconstrucción de relieve de la muestra a partir de planos focales a distintas alturas. Los segmentos marcados representan las secciones que contienen a los semiejes mayor y menor de la huella elíptica.

drado) correspondiente a cada ajuste realizado y el tiempo al que tuvo lugar la medición.

También se realizaron ajustes de los perfiles considerando solamente el mecanismo de difusión superficial, descrita por la Ec. (5). También se utilizó un polinomio P_{DS} de grado 28, que se corresponderían con los 28 primeros términos de la serie de la función dada en (5). Así, sería

$$P_{DS}(r) = \frac{Q_1}{Q_2^{1/2}} \sum_{n=0}^{28} (-1)^n \frac{\Gamma[(n+1)/2]}{2^{2n}(n!)^2} \left(\frac{r}{Q_2^{1/4}}\right)^{2n} \quad (10)$$

Los dos parámetros de ajuste Q_1 y Q_2 , se corresponderían con

$$Q_1 = \frac{a}{8\pi} \quad Q_2 = B t. \quad (11)$$

En la Tabla 2 se presentan los valores de Q_1 y Q_2 que se obtuvieron y los valores del parámetro χ^2 correspondiente a cada ajuste realizado y el tiempo correspondiente a la medición.

Como se desprende de las Tablas 1 y 2, los parámetros

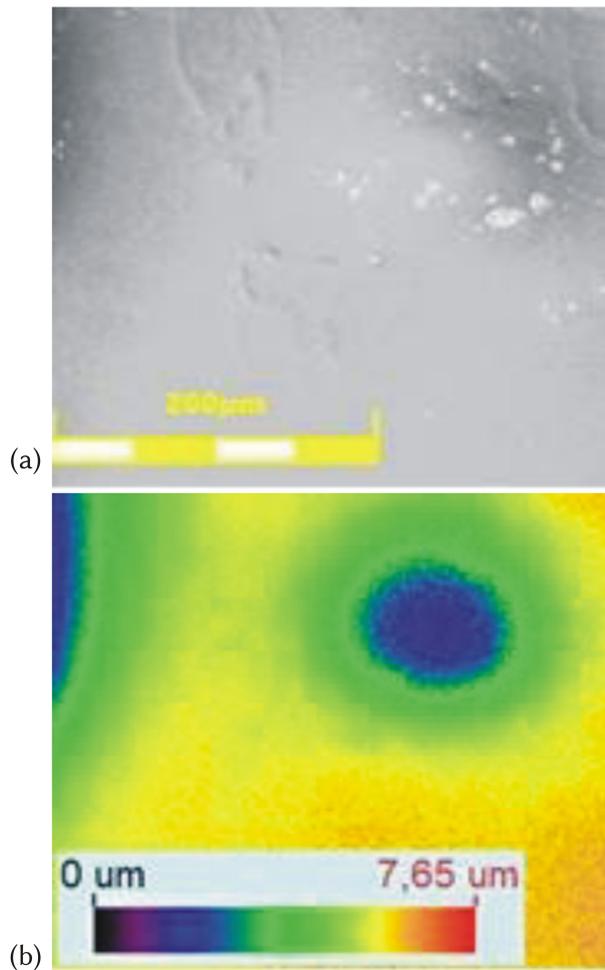


FIG. 3: (a) Depresión elíptica estudiada: Micrografía láser 3-D realizada de la superficie de hielo a 3 horas del pulido inicial de la superficie. (b) Reconstrucción de relieve de la muestra a partir de planos focales a distintas alturas.

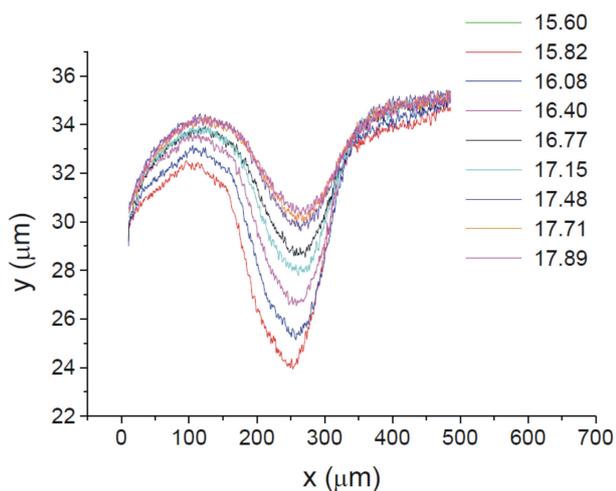


FIG. 4: Evolución temporal del pozo en estudio a través del microscopio confocal. Perfiles correspondientes a un corte del pozo con un plano perpendicular a la superficie y que contiene al semi-eje menor del pozo elíptico (el experimento comenzó a las 15:00 hs). Donde x es una coordenada sobre un eje paralelo a la superficie, mientras que y es una coordenada sobre un eje ortogonal a la superficie, ambos ejes están contenido en el plano de corte.

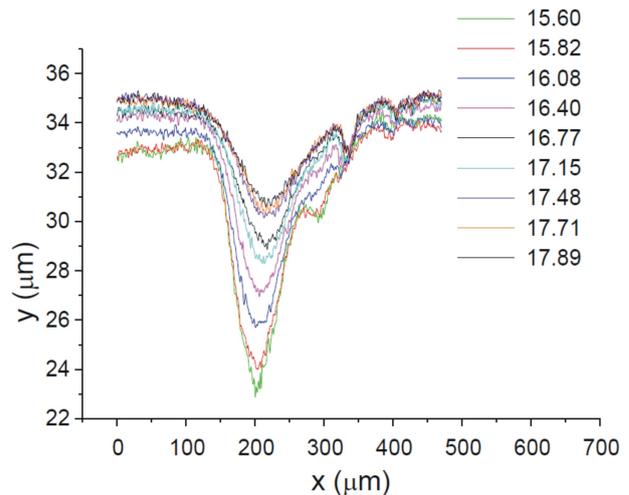


FIG. 5: Evolución temporal del pozo en estudio a través del microscopio confocal. Perfiles correspondientes a un corte del pozo con un plano perpendicular a la superficie y que contiene al semi-eje mayor del pozo elíptico, se indica la hora de medición (el experimento comenzó a las 15:00 hs. Donde x es una coordenada sobre un eje paralelo a la superficie, mientras que y es una coordenada sobre un eje ortogonal a la superficie, ambos ejes están contenido en el plano de corte.

TABLA 1: Valores de los parámetros de la Ec. (9) correspondientes a los distintos ajustes.

Hora de fotografía	P_1 [μm^3]	P_2 [μm^3]	χ^2
15:38	-27.0 ± 0.2	7.78 ± 0.05	0.1074
15:49	-26.6 ± 0.2	8.02 ± 0.05	0.1233
16:05	-26.0 ± 0.2	8.67 ± 0.07	0.1717
16:24	-24.0 ± 0.2	9.11 ± 0.06	0.0913
16:46	-19.8 ± 0.8	8.89 ± 0.04	0.0403
17:09	-15.19 ± 0.07	7.97 ± 0.05	0.0312
17:29	-16.11 ± 0.08	10.02 ± 0.06	0.0375
17:43	-14.13 ± 0.08	9.80 ± 0.07	0.0416
17:54	-13.92 ± 0.07	10.25 ± 0.06	0.0278

asociados al mecanismo de difusión gaseosa tienen errores relativos menores que los asociados al mecanismo de difusión superficial. También se puede observar que los valores de χ^2 son menores cuando se usó el polinomio $P_{DG}[r]$, que se corresponde con la función (2), que describe la difusión gaseosa.

A modo de ejemplo se presentan en la Fig. 7 dos de los ajustes realizados. Estos son los correspondientes al tiempo 17:29 hs (17.48 hs) considerando los mecanismo de difusión gaseosa y difusión superficial.

Se puede observar que los parámetros P_1 y Q_1 no son constantes en el tiempo, como se esperaba dada sus respectivas asociaciones mediante las Ecs. (9) y (11). Aunque, como se puede ver, los valores correspondientes a los ajustes hasta 16:05 hs (16.08 hs), tienen una “suave” tendencia a disminuir. Luego, asociado a una disminución del valor χ^2 , se produce una disminución notable de los valores de P_1 y de Q_1 para los ajustes a partir de los 17:09 hs; además, “se mantienen próximos entre sí”. También se observa que los datos correspondientes a 17:43 hs (17.71 hs) tienen asociados valores de P_2 y de Q_2 que rompen con la tendencia de

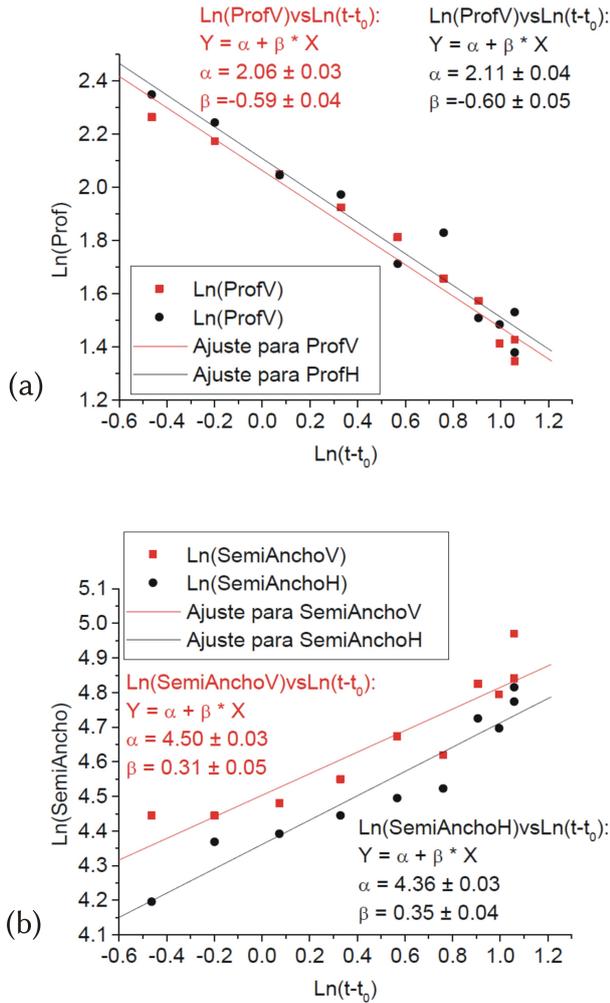


FIG. 6: (a) Profundidad del pozo en función del tiempo. (b) Semiancho del pozo en función del tiempo. Se ha denotado por V la correspondiente a los datos del semieje mayor y por H los datos correspondientes al semieje menor.

crecimiento con el tiempo, que se observa en todos los demás.

A partir de las pendientes obtenidas mediante los ajustes lineales de los valores de P_2 y de Q_2 en función del tiempo, según lo proponen las Ecs. (9) y (11), se determinaron los valores experimentales para D que denotaremos D_e y para B que denotaremos B_e . A partir de estos valores D_e y de B_e se calcularon los coeficientes de difusión gaseosa (D_{ge}) y difusión superficial (D_{se}). Estos últimos se comparan en la Tabla 3 con los respectivos valores D_g y D_s reportados en otros trabajos.

Como se desprende de la Tabla 3, el valor obtenido para el coeficiente de difusión gaseoso D_{ge} que se obtuvo difiere en varios órdenes de magnitud del D_g que se presenta en Hall y Pruppacher [11, 12]. Estos autores reportaron valores del coeficiente de difusión para el rango entre -40°C (233 K) y 40°C (313 K) obtenidos por extrapolación a partir de resultados experimentales a temperaturas próximas a 0°C (273 K). Por otro lado, el coeficiente de difusión superficial D_{se} tiene un valor próximo al reportado D_s por Nasello y Di Prinzio [9]. Estos autores determinaron el coeficiente de difusión superficial estudiando la aparición del surco de

TABLA 2: Valores de los parámetros de la Ec. (11) correspondientes a los distintos ajustes.

Hora de fotografía	Q_1 [μm^3]	Q_2 [μm^4]	χ^2
15:38	-12.27 ± 0.08	5.60 ± 0.04	0.1957
15:49	-11.98 ± 0.08	5.73 ± 0.05	0.2179
16:05	-11.56 ± 0.09	6.18 ± 0.06	0.2726
16:24	-10.58 ± 0.07	6.51 ± 0.05	0.1541
16:46	-8.77 ± 0.05	6.38 ± 0.04	0.0737
17:09	-6.87 ± 0.04	5.75 ± 0.04	0.0478
17:29	-7.00 ± 0.04	7.18 ± 0.05	0.0620
17:43	-6.16 ± 0.05	7.04 ± 0.06	0.0653
17:54	-6.04 ± 0.04	7.38 ± 0.05	0.0445

TABLA 3: Resultado de los parámetros D_{ge} , D_g , D_{se} y D_s .

D_{ge} [m^2/s]	D_g [m^2/s]	D_{se} [m^2/s]	D_s [m^2/s]
1.7×10^{-7}	4.1×10^{-5}	1.8×10^{-9}	4.3×10^{-9}

asociado a un borde de grano en hielo.

Del análisis realizado a partir de los exponentes correspondientes a las evoluciones de semiancho y profundidad del pozo se identificó como preponderantes a los mecanismos de difusión gaseosa y difusión superficial. Observándose que los exponentes del comportamiento gaseoso son más próximos a los que encontramos experimentalmente. Sin embargo, al considerar la variación de todo el perfil del pozo mediante el ajuste realizado con los polinomios, se encontró que solamente el coeficiente de difusión superficial obtenido a partir de los parámetros de ajuste arrojaba un valor similar al reportado por otros autores. Por otro lado, el coeficiente de difusión gaseosa difiere en varios órdenes de magnitud del calculado a partir de los coeficientes de ajuste correspondientes. Con esto en mente, es razonable pensar que el mecanismo de “llenado” del pozo se produce vía difusión superficial.

V. CONCLUSIONES

Se estudió la evolución temporal de un pozo en la superficie de un monocristal de hielo mediante microfotografías. Se ajustaron los perfiles correspondientes al pozo mediante expresiones teóricas propuestas por Mullins [7]. Se encontró que los resultados de la evolución de la profundidad del pozo y del ancho del mismo se corresponden con un predominio del transporte por difusión superficial. Esto se fundamenta tanto por el valor encontrado para el coeficiente de difusión superficial, como así también en los valores que se han encontrado para los exponentes presentes en la descripción de las variaciones de anchos y profundidades del pozo.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece la colaboración de José Barcelona y el apoyo económico de CONICET y la Secretaría de Ciencia y Técnica de la UNC.

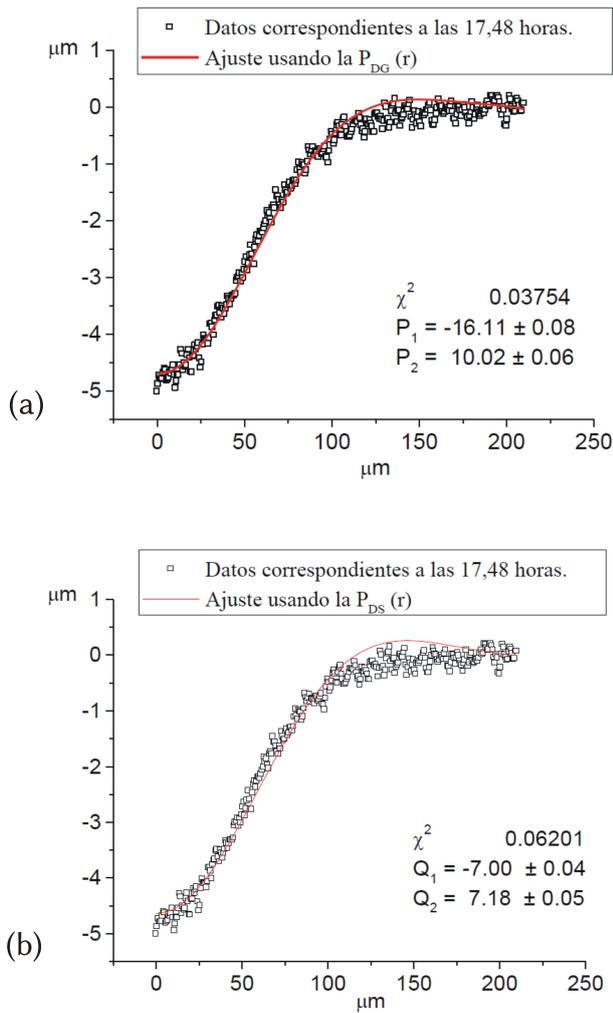


FIG. 7: Ajuste del perfil del pozo en la dirección de semieje menor, correspondiente a las 17.48 hs, considerando solamente el mecanismo de difusión gaseosa (a) y solamente el mecanismo de difusión superficial (b).

APÉNDICE

Para determinar los coeficientes de difusión D_{ge} y D_{se} a partir de los experimentos, se utilizaron las expresiones

$$B = \frac{D_s v \Omega^2 \gamma}{kT} \quad D = \frac{\rho_o D_g \gamma \Omega^2}{kT}. \quad (\text{A.1})$$

Los coeficientes usados son presentados en Hobbs P. [13]:

$$\begin{aligned} \Omega &= 3.6 \times 10^{-29} \text{ m}^3 \\ v &= 3.29 \times 10^{18} \text{ m}^{-2} \\ k &= 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1} \\ \gamma_s &= 109 \times 10^{-3} \text{ Jm}^{-2} \\ \gamma_b &= 65 \times 10^{-3} \text{ Jm}^{-2}. \end{aligned}$$

Para calcular p_0 se usó la presión dada por la ecuación obtenida por Washburn [14]

$$p_0(T) = A_0 e^{-\frac{LM_0}{RT}} \quad (\text{A.2})$$

donde el valor A_0 fue ajustado, L es el calor latente de sublimación, R es la constante de los gases y M_0 es la masa molar del agua. Los valores usados son:

$$\begin{aligned} A_0 &= (4.2 \pm 0.2) \times 10^{12} \text{ Pa} \\ L &= 2.83 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1} \\ R &= 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \\ M_0 &= 0.018 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Para obtener el coeficiente de difusión superficial del hielo D_s (Tabla 3) se usaron los datos de Nasello y col. [9]

$$D_s(T) = D_0 e^{-\frac{Q}{RT}} \quad (\text{A.3})$$

$$D_0 = 1.4 \times 10^{-4} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ y } Q = 3.84 \times 10^{-20} \text{ J}.$$

Para el coeficiente de difusión gaseosa del hielo D_g (Tabla 3) se usaron los datos de Hall y Pruppacher [11, 12]

$$D_g(T) = 0.211 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1.94} \left(\frac{p}{p_0} \right), \quad (\text{A.4})$$

T_0 es la temperatura de fusión del hielo en Kelvin y D_g está expresado en $\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$.

REFERENCIAS

- [1] E. E. Ávila, R. A. Lighezzolo, N. E. Castellano, R. G. Pereyra y R. E. Bürgesser. Laboratory measurements of charge separation in low liquid water content conditions and low impact velocity. *J. Geophys. Res.* **118**, 6680-6687 (2013).
- [2] M. Y. Luque, R. Bürgesser y E. E. Ávila. Experimental measurements of charge separation under wet growth conditions. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **144**, 842-847 (2018).
- [3] T. J. Fortin, K. Drdla, L. T. Iraci y M. A. Tolbert. Ice condensation on sulfuric acid tetrahydrate: Implications for polar stratospheric ice clouds. *Atmos. Chem. Phys.* **3**, 987-997 (2003).
- [4] S. J. Johnsen, H. B. Clausen, W. Dansgaard, N. S. Gundestrup, C. U. Hammer, U. Andersen, K. K. Andersen, C. S. Hvidberg, D. Dahl-Jensen, J. P. Steffensen y col. The $\delta^{18}\text{O}$ record along the Greenland Ice Core Project deep ice core and the problem of possible Eemian climatic instability. *J. Geophys. Res.* **102**, 26397-26410 (1997).
- [5] K. M. Cuffey y E. J. Steig. Isotopic diffusion in polar firn: implications for interpretation of seasonal climate parameters in ice-core records, with emphasis on central Greenland. *J. Glaciol.* **44**, 273-284 (1998).
- [6] K. Higuchi. The etching of ice crystals. *Acta Metall.* **6**, 636-642 (1958).
- [7] W. W. Mullins. Flattening of a nearly plane solid surface due to capillarity. *J. Appl. Phys.* **30**, 77-83 (1959).
- [8] R. T. King y W. W. Mullins. Theory of the decay of a surface scratch to flatness. *Acta Metall.* **10**, 601-606 (1962).
- [9] O. B. Nasello, S. Navarro de Juarez y C. L. Di Prinzio. Measurement of self-diffusion on ice surface. *Scr. Mater.* **56**, 1071-1073 (2007).
- [10] C. L. Di Prinzio, E. Druetta y O. B. Nasello. Estudio de la evolución del groove en muestras de hielo bicristalino bajo condiciones de evaporación, con AFM a través de réplicas plásticas. *Anales AFA* **23**, 165-170 (2013).
- [11] H. R. Pruppacher y J. D. Klett. *Microphysics of clouds and precipitation* pag. 502-503 (Springer Science & Business Media, 2012).

- [12] W. D. Hall y H. R. Pruppacher. The Survival of Ice Particles Falling from Cirrus Clouds in Subsaturated Air. *J. Atmos. Sci.* **33**, 1995-2006 (1976).
- [13] P. V. Hobbs. *Ice Physics* (Oxford University Press, London, UK, 1974).
- [14] E. W. Washburn. The vapor pressure of ice and of water below the freezing point. *Mon. Wea. Rev.* **52**, 488-490 (1924).