

ESTUDIO DE LA INESTABILIDAD DE VON KÁRMÁN ORIGINADA POR UN SISTEMA DE CILINDROS BINARIO

STUDY OF VON KÁRMÁN INSTABILITY RESULTING FROM A BINARY CYLINDER SYSTEM

J. Rozas^{*1,2} y R. H. Hernández¹

¹Laboratorio de Estudios Avanzados en Fenómenos no Lineales, *LEAF-NL*,
 Depto. de Ingeniería Mecánica - Universidad de Chile,
 Beauchef 850 – Santiago – Chile.

²Centro de Investigación y Desarrollo en Ciencias Aeroespaciales – Fuerza Aérea de Chile,
 Gran Avenida José Miguel Carrera 11087, El Bosque – Santiago – Chile.

Recibido: 27/10/2021; Aceptado: 27/05/2022


Se presentan resultados experimentales sobre la evolución temporal de la estela asociada a la inestabilidad de von Kármán, producida por un sistema de dos cilindros verticales de diámetros diferentes (sistema cilíndrico binario) enfrentando un flujo de aire uniforme. El objetivo es estudiar la influencia del sistema binario sobre la estabilidad lineal de la estela a números de Reynolds moderados, así como la emisión de vórtices. Las mediciones de los perfiles de velocidad permitieron analizar el comportamiento dinámico de las estelas en el rango subcrítico-crítico. Además, permitió determinar la frecuencia de emisión de vórtices del sistema, encontrándose un acoplamiento (lock-in) en las estelas de ambos cilindros al inicio de la inestabilidad de von Kármán. Este acoplamiento se desarrolla, inclusive, en la condición de mayor alejamiento entre las estelas ($\alpha = 90^\circ$). La condición no lineal de la estela se refleja en el espectro de potencia (PSD) de las series temporales de velocidad, presentando modos de frecuencia adicionales a la frecuencia fundamental de desprendimiento de cada cilindro.

Palabras Clave: estela, sistema binario, estabilidad lineal.

Experimental results are presented of the temporal evolution of the wake associated with von Kármán, instability produced by a system of two vertical cylinders of different diameters (binary cylindrical system) facing a uniform airflow. The goal is to study the influence of the binary system on the linear stability of the wake at moderate Reynolds numbers, as well as the vortex emission. From the measurements of the velocity profiles we were able to analyse the wake's dynamic behaviour in both the subcritical and critical ranges. Furthermore, it was possible to determine the frequency content of the vortex emission of the system, finding a coupling (lock-in) in the wake of both cylinders at the onset of the von Kármán instability. This coupling is developed, even, in the condition of greatest distance between the wakes ($\alpha = 90^\circ$). The non-linear condition of the wake is reflected in the power spectrum (PSD) of the velocity time series, presenting additional frequency modes to the fundamental vortex shedding frequency of each cylinder.

Keywords: wake, binary system, linear stability.

<https://doi.org/10.31527/analesafa.2022.fluidos.31>

 ISSN 1850-1168 (online)

I. INTRODUCCIÓN

El estudio sobre la dinámica de estelas, originadas por la interacción entre un cuerpo y una corriente de fluido, ha sido un campo importante de investigación. Por un lado, este tipo de investigación se desarrolla con el interés de estudiar el efecto en componentes de ingeniería estructural que pueden ser afectadas por cargas dinámicas originadas por la interacción con un fluido: líneas de intercambiadores de calor, estructuras marítimas, chimeneas, puentes, sistemas de recuperación de energía, entre otras [1, 2]. En muchas de estas aplicaciones, el desprendimiento de vórtices es responsable de la emisión de ruido acústico y de vibraciones inducidas por flujo [3]. En este contexto, investigaciones sobre la modificación de estelas, con el objeto de atenuar y/o controlar la emisión de vórtices, han sido relevantes para el desarrollo de dispositivos pasivos y activos considerados en

sistemas de ingeniería [4-6].

Por otro lado, el uso de cilindros introducidos en una corriente de fluido, son utilizados como *banco de prueba* para explorar la inestabilidad de la estela en flujos abiertos [7]. Para un sistema estacionario compuesto de un cilindro, el número de Reynolds ($Re = U_0 l / \nu$, donde U_0 es la velocidad de la corriente libre, l es una longitud característica y ν es la viscosidad cinemática del fluido) es un indicador importante para la formación de una estela no estacionaria. Esta condición se obtiene cuando se alcanza un número de Reynolds crítico [8] ($Re_c \approx 47$), iniciando la conocida calle de Bernard-von Kármán (BvK). Bajo el Reynolds crítico, la estela se presenta estacionaria, formándose un par simétrico de vórtices adheridos a la superficie del cuerpo denominado burbuja de recirculación. El crecimiento de la burbuja tiene un comportamiento lineal a medida que se incrementa el número de Reynolds [9]. La interacción de estelas desarrolladas por un sistemas de cilindros binarios, podría activar

* joseph.rozas@ug.uchile.cl

o desactivar el desprendimiento de vórtices en las cercanías de Re_c , por lo que en este sentido, el presente trabajo busca estudiar la interacción alrededor de Re_c considerando un régimen de flujo bidimensional.

II. METODOLOGÍA

Se plantea un esquema experimental para medir perfiles de velocidades aguas abajo del sistema binario, utilizando anemometría de hilo caliente en un túnel de viento, para complementar con visualización en agua utilizando la técnica de electrólisis.

Túnel de viento

Los experimentos fueron llevados a cabo en un túnel de viento subsónico de circuito cerrado, con dos secciones de prueba para alta y baja velocidad [10].

La zona de prueba de baja velocidad cuenta con una sección transversal cuadrada de 50×50 cm, el aire es impulsado por 16 ventiladores axiales alcanzando una velocidad entre $0.1 - 2$ m/s. Antes de que el aire ingrese a las secciones de pruebas es laminarizado a través de paneles metálicos (honeycomb) cuyo diámetro nominal es de 6.35 mm. El grado de turbulencia, es decir, la razón entre la fluctuación de la velocidad (U_{rms}), y la velocidad axial promedio del túnel (\bar{U}), en las zonas de prueba, no excede al 0.3% con una precisión mayor al 1% de la velocidad media [11].

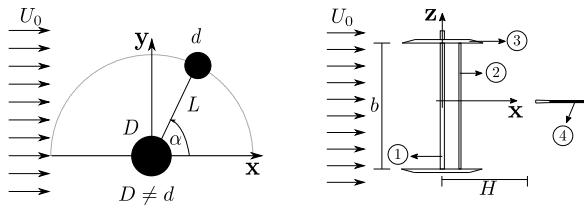


FIG. 1: Esquema del sistema binario. 1) Cilindro principal de diámetro $D = 3$ mm. 2) Cilindro secundario de diámetro $d = 2$ mm. 3) End plate. 4) Hot wire.

El montaje experimental consiste en posicionar dos cilindros de forma vertical (sistema de cilindros binarios), donde el cilindro secundario se fija a un ángulo α del cilindro principal ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$). El montaje y las características geométricas son presentadas en la Fig. 1.

El instrumento de medición es un anemómetro de hilo caliente (Hot Wire) que se ubica aguas abajo del sistema. La adquisición de datos y el movimiento de la sonda en la dirección transversal es controlado con una tarjeta de adquisición de datos (DT322 Data Translation Card). El movimiento de la sonda de hilo caliente es producido por un sistema de desplazamiento lineal a través de un motor paso a paso permitiendo registrar series de velocidad a través de la estela de ambos cilindros. La calibración de la sonda de hilo caliente se realiza a través de un tubo pitot conectado a un manómetro diferencial.

Las señales analógicas, medidas con el anemómetro de hilo caliente, son digitalizadas bajo el esquema de la Fig. 2. La preparación de la señal digital se hace a través de filtro pasa bajo ($\omega_0 = 300$ Hz), un ajuste de offset y un amplificador de la señal filtrada. Posteriormente la señal digital se adquiere ajustando la frecuencia de muestreo ($\omega_s = 1024$

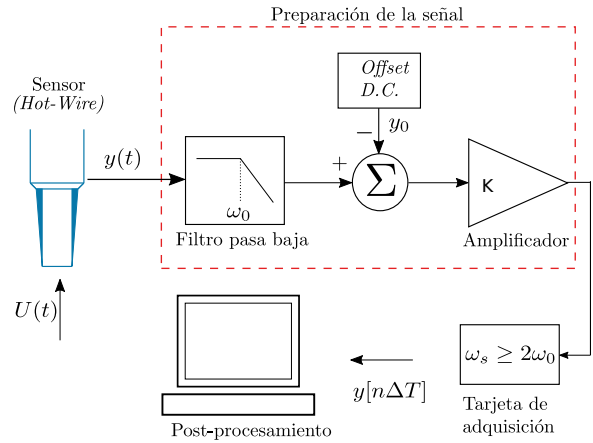


FIG. 2: Esquema del proceso de digitalización de la señal.

Hz) para que se cumpla el criterio de Nyquist [12]. El tamaño de los datos para cada posición de la sonda corresponde a $N = 32.768$.

Estanque con agua

La visualización de las estructuras de vórtices, son realizadas en un estanque con agua. El sistema binario es introducido en el estanque y acoplado a un carro con movimiento lineal. Debido a que el número de Reynolds involucrado es bajo (del orden del Reynolds crítico Re_c), la inestabilidad de BvK se desarrolla a través del movimiento relativo entre el sistema binario y el agua inicialmente en reposo. En este sentido, el movimiento del carro es accionado a través de un doble sistema de desplazamiento lineal activado por un motor paso a paso *NEMA17*, el cual está operado con una tarjeta *TB6600* y gobernado con una tarjeta Arduino *MEGA 2560*. En la Fig. 3 se detalla parte del montaje

Se utiliza visualización por burbujas de hidrógeno para obtener imágenes de las estructuras de vórtices aguas abajo del sistema de cilindros [13]. Debido al movimiento relativo, es necesario acoplar tres elementos al movimiento del carro: el cátodo, para la formación de burbujas de hidrógeno, el cual se posiciona aguas arriba de los cilindros; los cilindros, para la formación de la estela y una cámara para la obtención de imágenes, ubicada aguas abajo de los cilindros.

Se utiliza un alambre de cobre de $200 \mu\text{m}$ de diámetro como cátodo, mientras que la obtención de imágenes se obtiene a través de una cámara *Sony IMX477* la cual es activada por una tarjeta *Raspberry*. Las burbujas son iluminadas con un plano laser de 532 nm en longitud de onda y orientada en el plano de emisión de burbujas, tal como se muestra en el esquema de la Fig. 3. La frecuencia de muestreo de la cámara se ajustó a 60 fps para cumplir con el principio del Nyquist, considerando el tiempo característico del sistema para un $Re_D = 50$, $\nu = 1.004 \text{ mm}^2/\text{s}$ (viscosidad cinemática del agua) y $D = 3$ mm.

III. RESULTADOS

Perfil de velocidades.

En primer lugar, se presentan resultados del perfil de velocidades para un cilindro, identificando un régimen subcrítico ($Re < Re_c$) y supercrítico ($Re > Re_c$) para la formación

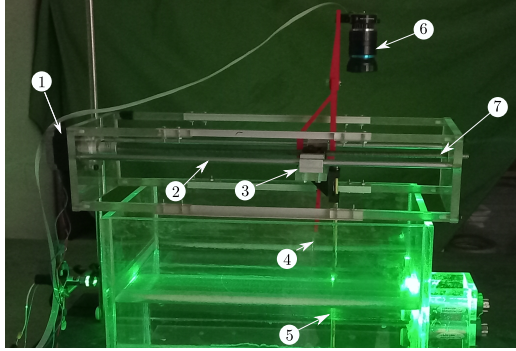


FIG. 3: Montaje de cámara ccd. 1) Motor paso a paso. 2) Riel. 3) Rodamiento lineal. 4) Electrodo para emisión de burbujas. 5) Sistema de cilindros. 6) Cámara. 7) Husillo.

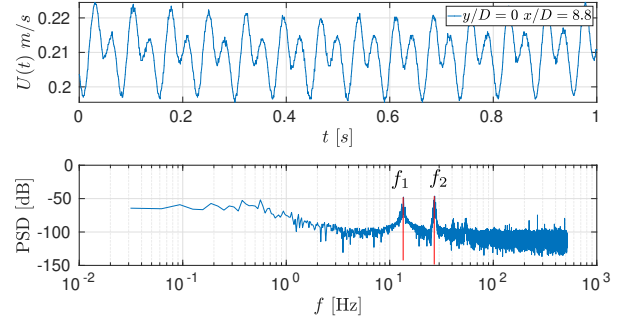


FIG. 5: Evolución temporal y diagrama PSD de la velocidad en la estela de cilindro ($f_1 = 13.6$ Hz, $f_2 = 27.1$ Hz).

de la estela.

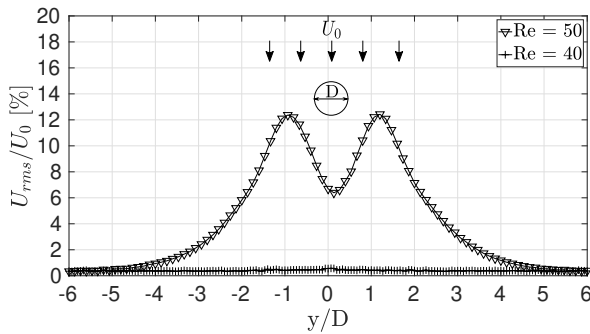


FIG. 4: Velocidad RMS adimensionalizada con velocidad de la corriente libre para regímenes subcrítico ($Re = 40$) y supercrítico ($Re = 50$). Las mediciones fueron tomadas aguas abajo del cilindro $x/D = 8.8$. Se considera un diámetro del cilindro: $D = 3$ mm.

En la Fig. 4 se presenta un perfil de fluctuaciones de velocidad para un cilindro de diámetro $D = 3$ mm. Se muestra la velocidad RMS adimensionalizada por la velocidad de la corriente libre, la cual se define como:

$$U_{rms}^* = \frac{U_{rms}}{U_0} = \frac{1}{U_0} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} (U[n\Delta T] - \bar{U})^2} \quad (1)$$

donde N corresponde a la cantidad total de datos en cada posición de la sonda y ΔT al intervalo de tiempo entre cada dato. Esta velocidad es normalizada con la velocidad de la corriente libre. La gráfica refleja el comportamiento de la estela para condiciones subcríticas ($Re < Re_c$) y supercríticas ($Re > Re_c$). En el primer caso, debido a que no existe un desprendimiento de vórtices, la variación de la velocidad es prácticamente la de la corriente libre por lo que se presenta un régimen estacionario en la estela. En el segundo caso, la curva representa una condición no estacionaria, donde el desprendimiento de vórtices se refleja en los resultados de la velocidad RMS, cuyo aumento de variabilidad presenta dos *peaks* simétricos posicionados en ambos lados del cilindro.

En la Fig. 5, se presenta la evolución temporal de la velocidad en la estela medida sobre el eje central del cilindro. Por otro lado, se muestra el comportamiento de la Densidad

Espectral de Potencia (PSD) de la señal medida, la cual es definida como:

$$PSD = \frac{|X(f_k)|^2}{2T}, \quad (2)$$

donde T corresponde al tiempo total de la medición y $X(f_k)$ a la Transformada de Fourier para valores discretos.

PSD entrega información de la frecuencia de desprendimiento de vórtices: f_1 corresponde a la frecuencia de desprendimiento en un lado del cilindro (frecuencia natural) y f_2 corresponde a la frecuencia alternante de ambos lados del cilindro (calle de von Kármán). Debido a la simetría del sistema, se cumple que $f_2 \approx 2f_1$ de acuerdo a lo estipulado en la teoría [4]. Estas frecuencias se relacionan con el comportamiento de las fuerzas hidrodinámicas a las que está sometido el cilindro, indicando que la fluctuación en la fuerza de arrastre (f_2) es el doble de la fluctuación en la fuerza de sustentación (f_1) [14].

Sistema binario

Se montan dos cilindros como lo presentado en el esquema de la Fig. 1. La distancia entre centros es $L = 10$ mm y las posiciones angulares pueden variar entre $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. La velocidad de la corriente libre corresponde a $U_0 = 0.25$ m/s por lo que el número de Reynolds con respecto al cilindro principal es de $Re_D = 51$, mientras que con respecto al cilindro secundario es de $Re_d = 34$ ($d = 2$ mm).

En la Fig. 6, se presenta el perfil de velocidades promediado (\bar{U}) y adimensionalizado con el valor de la velocidad de la corriente libre (U_0). Para ambos ángulos se presenta un perfil asimétrico y diferentes entre sí. Para una posición de 60° , la velocidad RMS es cercana a la de la corriente libre, presentando pequeñas perturbaciones en el rango $0 < y/D < 4$. Sin embargo, en la posición homóloga, 120° , la velocidad RMS tiene la forma de doble *peak* pero asimétrica asociada a la emisión de vórtices producida en cada cilindro.

Los espectros de potencia de las series temporales son presentados en la Fig. 7. Para la configuración de $\alpha = 60^\circ$, se evidencia sólo una frecuencia de emisión ($f_{60} = 18.0$ Hz) siendo superior a la frecuencia fundamental obtenida en un solo cilindro, además, se evidencia la anulación de otras frecuencias de emisión en la estela. La posición homóloga del cilindro secundario presenta fluctuaciones evidenciando frecuencias dominantes en el espectro de potencias. Las

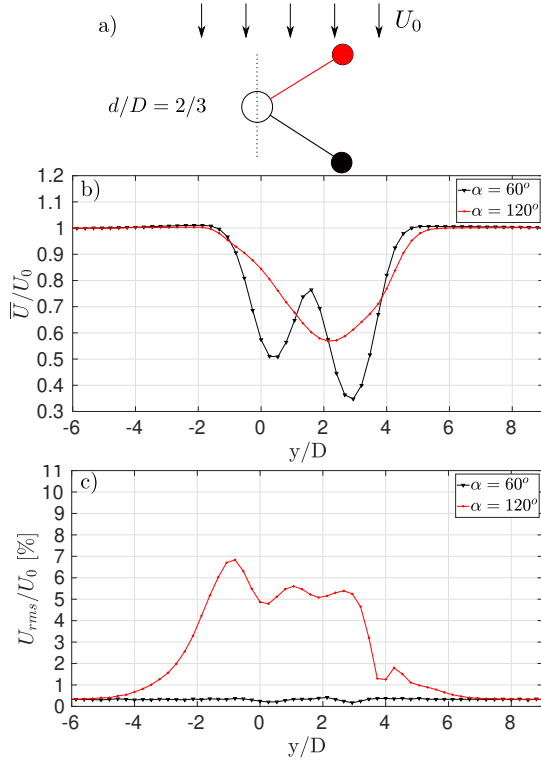


FIG. 6: a) Configuración del sistema binario. b) Velocidad promedio. c) Velocidad RMS. Régimen de flujo: $Re_D = 51$, $Re_d = 34$.

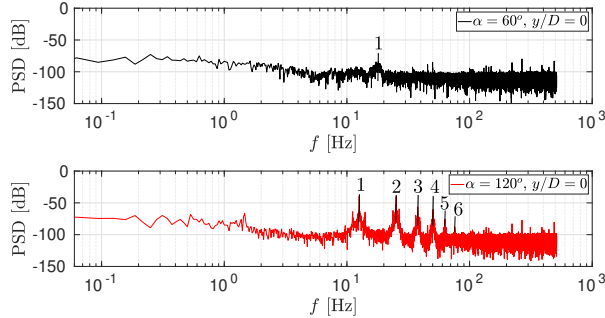


FIG. 7: Espectro de potencia. $\alpha = 60^\circ$: $f_{60_1} = 18.0$ Hz. $\alpha = 120^\circ$: $f_{120_1} = 12.5$ Hz, $f_{120_2} = 25.2$ Hz, $f_{120_3} = 37.8$ Hz, $f_{120_4} = 50.3$ Hz, $f_{120_5} = 62.9$ Hz, $f_{120_6} = 75.4$ Hz.

fluctuaciones evidencian el comportamiento armónico en la estela cuyas frecuencias secundarias son múltiplos de la frecuencia fundamental ($f_m \approx m \cdot f_1$ con $m = 1, 2, 3, \dots, 6$). Al comparar la frecuencia fundamental obtenida en $\alpha = 120^\circ$ ($f_{120_1} = 12.6$ Hz) con la frecuencia fundamental obtenida en un cilindro, se puede apreciar que en esta configuración la frecuencia fundamental es inferior a lo presentado en la Fig. 5, amortiguando la emisión de vórtices.

En la Fig. 8 se presentan los resultados para la configuración de 90° entre cilindros correspondiendo a la proyección transversal más alejada entre los cuerpos. Sin embargo, los resultados del comportamiento de la variabilidad de la velocidad indican máximos locales evidenciando la emisión de vórtices en ambos cilindros.

En la Fig. 9 se presenta el espectro de potencia ($\alpha = 90^\circ$), donde se identifican las frecuencias secundarias y el modo

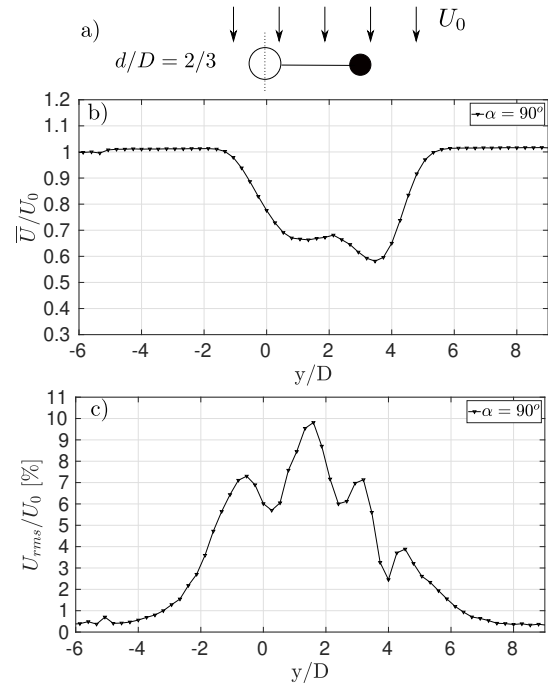


FIG. 8: a) Configuración del sistema binario. b) Velocidad promedio. c) Velocidad RMS. Régimen de flujo: $Re_D = 51$, $Re_d = 34$.

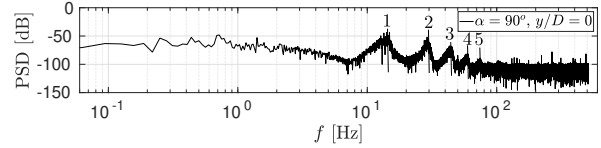


FIG. 9: Espectro de potencia. $\alpha = 90^\circ$: $f_{90_1} = 14.8$ Hz, $f_{90_2} = 29.0$ Hz, $f_{90_3} = 44.3$ Hz, $f_{90_4} = 59.6$ Hz, $f_{90_5} = 74.4$ Hz.

principal de emisión, el cual es ligeramente superior a la frecuencia fundamental del cilindro solo ($f_{90_1} > f_1$).

Visualización de resultados

La Fig. 10 muestra una imagen con la formación de la calle de BvK para dos cilindros orientados en $\alpha = 90^\circ$, cuya dirección de velocidad de la corriente libre es indicada en la imagen.

Se observa una interacción dinámica de dos calles de von Kármán, cuya presencia de la estela del cilindro grande afecta la estabilidad de la estela del cilindro más pequeño.

IV. CONCLUSIONES

El perfil de velocidades medidos en la estela del cilindro individual entrega información sobre el inicio de la inestabilidad de von Kármán. El número de Reynolds asociado a esta condición se encuentra entre 40 y 50 lo que concuerda con la teoría.

El uso de un cilindro secundario, como controlador pasivo, modifica el inicio de la inestabilidad del sistema, logrando anular algunos modos de emisión de vórtices como es el caso para la posición angular $\alpha = 60^\circ$ considerando los números de Reynolds estudiados.

De acuerdo a los gráficos de variabilidad de la velocidad y los espectros de potencia, se infiere que bajo ciertas configuraciones ambos cilindros emiten vórtices, por lo que la

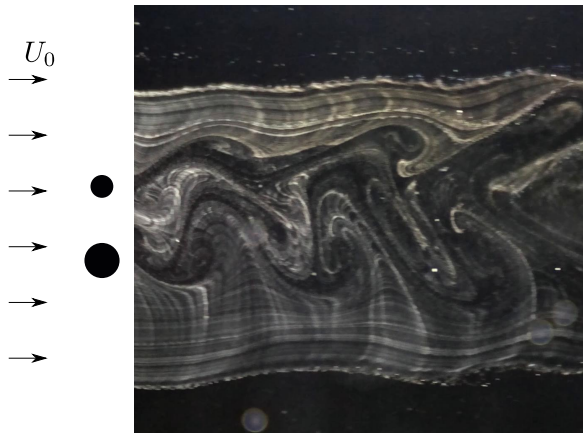


FIG. 10: Visualización de interacción de la calle de von Kármán para dos cilindros. Régimen de flujo: $Re_D = 50$.

emisión del cilindro principal excita la estela del cilindro secundario aún cuando éste se encuentra en un régimen estable.

Para un trabajo futuro, se aplicarán técnicas de procesamiento de imágenes para determinar la evolución del campo de velocidades en la estela del cuerpo utilizando la técnica de visualización por burbujas de hidrógeno en conjunto de mediciones con Anemometría Laser Doppler para determinar el campo de velocidad alrededor de un sistema binario. Por otro lado, se analizarán diferentes valores de distancia entre cilindros (L/D) y razón de diámetros (d/D), con el objeto de buscar las condiciones críticas de inestabilidad en la estela del cilindro pequeño.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a los Proyectos Conicyt-Fondequip EQM 190029, UM-03/19 de la Universidad de Chile y Beca de Doctorado Nacional ANID, folio 21161186.

REFERENCIAS

[1] M. M. Bernitsas, K. Raghavan, Y. Ben-Simon y E. M. H. Garcia. VIVACE (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy): A New Concept in Generation of Clean and Renewable Energy From Fluid Flow. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* **130**, 041101 (2008).

[2] R. D. Blevins. *Flow-Induced Vibration* ISBN: 1575241838 (2001).

[3] Y. Zhou y M. Alam. International Journal of Heat and Fluid Flow Wake of two interacting circular cylinders : A review. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **62**, 510-537 (2016).

[4] M. M. Zdravkovich. Review and classification of various aerodynamic and hydrodynamic means for suppressing vortex shedding. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **7**, 145-189 (1981).

[5] S. Bhattacharya y J. W. Gregory. Effect of three-dimensional plasma actuation on the wake of a circular cylinder. *AIAA Journal* **53**, 958-967 (2015).

[6] J. Yang. Applied Mathematics and Mechanics (English Edition) Revisiting coherent structures in low-speed turbulent boundary layer. **39**, 1-11 (2018).

[7] C. D. Cantwell y D. Barkley. Computational study of sub-critical response in flow past a circular cylinder. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* **82**, 1-13 (2010). ISSN: 15393755.

[8] C. Mathis y L. Boyer. Bénard-von Karman instability: Transient and forced regimes. *Journal of Fluid Mechanics* **182**, 1-22 (1987).

[9] M. Nishioka y H. Sato. Mechanism of determination of the shedding frequency of vortices behind a cylinder at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics* **89**, 49-60 (1978).

[10] R. H. Hernández y M. Sánchez. Localized Bénard-von Kármán vortex wake packets. *Europhysics Letters* **58**, 222-228 (2002).

[11] R. H. Hernández y M. Vial. Frequency response of the wake of a flat plate. *A letters Journal Exploring the Frontiers of Physics* **81**, 222-228 (2008).

[12] A. Oppenheim y R. Schaffer. *Tratamiento de señales en tiempo discreto* 3.ª ed. (Pearson Educación, 2011).

[13] A. J. Smits. *Flow visualization: techniques and examples* 2.ª ed. (World Scientific, 2010).

[14] J. F. B. Mutlu Sumer. *Hydrodynamics around cylindrical structures* **1**, 550 (2006).