

## SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL LLENADO DE UNA CÁMARA ELÁSTICA: UNA PRIMERA APROXIMACIÓN AL FLUJO DIASTÓLICO EN EL VENTRÍCULO IZQUIERDO

### NUMERICAL SIMULATION OF THE FILLING OF AN ELASTIC CHAMBER: A FIRST APPROACH TO THE DIASTOLIC FLOW IN THE LEFT VENTRICLE

J. P. G. Mari<sup>\*1</sup>, M. N. Pizarro Ricciotti<sup>1</sup> y C. A. Perazzo<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería y Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Favaloro,  
Sarmiento 1853, (1044) CABA, Argentina.

<sup>2</sup>IMeTTyB, Universidad Favaloro-CONICET,  
Solís 453, (1078) CABA, Argentina.

Recibido: 31/10/21; Aceptado: 25/02/22


Gracias a la tecnología de imágenes médicas es posible conocer el campo de velocidades de la sangre en el ventrículo izquierdo con una resolución espacial y temporal cada vez mayor. El objetivo final de dicha tecnología es obtener información de interés médico a partir del campo de velocidades. Entre otras cosas, se busca inferir las propiedades elásticas diastólicas del músculo cardíaco, las cuales se ven alteradas en distintas patologías. Motivado por este problema y, como una primera aproximación, ignorando los detalles anatómicos y estructurales del ventrículo izquierdo, en este trabajo se estudia numéricamente el flujo de llenado de una cámara elástica circular. Se resuelven las ecuaciones de Navier–Stokes para el fluido dentro de la cavidad y las ecuaciones de la elasticidad para la pared de la cámara, acopladas por las condiciones de borde en el contorno interior de la cámara, por lo que el problema a resolver es del tipo interacción fluido–estructura. Se muestran distintas resoluciones numéricas variando sólo el módulo de Young de la pared elástica y se analiza cómo se modifica el flujo dentro de la cavidad.

*Palabras Clave:* flujo diastólico, rigidez miocárdica, simulación numérica.

Owing to medical imaging technology it is now possible to ascertain the blood velocity field inside the left ventricle with a growing spatial and temporal resolution. The long-term goal of this technology is to obtain information of medical interest from the velocity field. Among other aims, it seeks to infer the elastic diastolic properties of the cardiac muscle, which are altered in a variety of pathologies. Driven by this issue and, as a first approach, ignoring the anatomical and structural details of the left ventricle, this work numerically studies the filling flow of a circular elastic chamber. The Navier–Stokes equations for the fluid within the cavity are solved and coupled with the solutions of the elasticity equations for the chamber wall by the boundary conditions in the internal border of the chamber, resulting in a fluid-structure interaction problem. Several numerical resolutions are shown, adjusting merely the Young modulus of the elastic wall and analysing how the flow inside the cavity alters.

*Keywords:* diastolic flow, myocardial rigidity, numerical simulation.

<https://doi.org/10.31527/analesafa.2022.fluidos.41>

 ISSN 1850-1168 (online)

## I. INTRODUCCIÓN

El aumento de la rigidez del miocardio, y la consecuente pérdida de elasticidad, generan disfunción diastólica, es decir, patologías que generan un menor llenado ventricular, pudiendo o no estar afectada la fracción de eyección. Como tal, la posibilidad de detectar precozmente este aumento, antes de que la enfermedad esté completamente desarrollada, podría contribuir a una mayor sobrevida de los pacientes.

Nuevas técnicas de diagnóstico por imágenes, como la resonancia magnética 4D–flow, permiten cuantificar de manera no invasiva el campo de velocidades del flujo en todo el ciclo cardíaco. Esto es un gran avance con respecto a las mediciones con ecografía Doppler, ya que esta sólo brinda información de la velocidad sobre una línea, y no sobre todo el espacio.

Este avance en las técnicas de visualización del flujo ven-

tricular impulsó su estudio numérico. A partir del trabajo de Peskin *et al.* [1] existe una gran cantidad de publicaciones en las que se estudia numéricamente el flujo dentro del ventrículo izquierdo con un grado creciente de detalle (ver por ejemplo los trabajos de Meschini *et al.* [2] y Xu [3] y la bibliografía allí citada). En todos ellos se concluye que la característica central del flujo es un vórtice anular generado en la válvula mitral. En la actualidad existe cierto consenso acerca de que la dinámica de dicho anillo juega un rol fisiológico y puede modificarse en ciertas patologías. De hecho, existen estudios que analizan distintos descriptores del vórtice anular [4] en pacientes sanos y con cardiomiopatías. Sin embargo, la mayoría de la literatura previa centra su atención en la dinámica de la válvula mitral, dado que es donde se genera el vórtice, ya sea en condiciones normales, patológicas e incluso cuando es artificial. Por otra parte, a pesar de la cantidad de simulaciones numéricas existentes del flu-

<sup>\*</sup> juannpmari@gmail.com

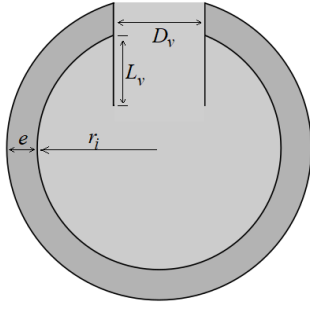


FIG. 1: Geometría utilizada. Gris oscuro representa al miocardio y gris claro a la sangre. Los dos segmentos rectos representan las valvas.

jo ventricular [5], no hay estudios que investiguen el modo en que cambios en la rigidez miocárdica altera al flujo. Dada esta situación, el objetivo de este trabajo es precisamente estudiar la influencia de la rigidez del miocardio sobre el flujo diastólico. Para ello, se generó un modelo simple del ventrículo izquierdo durante la diástole. Como primera aproximación, el modelo generado es en dos dimensiones y con una geometría simplificada, pero basado en parámetros estructurales y dinámicos reales. Se realizaron varias simulaciones que difieren sólo en el módulo de Young del sólido y se analizan las modificaciones en el flujo. Los resultados aquí presentados muestran que para el modelo utilizado es posible inferir la rigidez de la pared sólida de la cámara a partir del campo de velocidades durante su llenado. Esto sugiere por primera vez que quizás también pueda ser posible hacerlo en un ventrículo a partir de imágenes de resonancia, y así proveer de alguna herramienta de utilidad clínica para detectar precozmente el aumento de rigidez asociado a patologías como dilatación o hipertrofia del miocardio.

## II. PROBLEMA A RESOLVER

### Geometría y materiales

La geometría utilizada se presenta en la Fig. 1. Consiste de dos circunferencias concéntricas, cuya diferencia de radio representa el espesor del miocardio. Hay una entrada rectangular, que emula el orificio de la válvula mitral por donde ingresa la sangre, y dos segmentos rectos que representan las valvas (asumidas rígidas). Esta forma y dimensiones corresponden al ventrículo al final de la relajación isovolumétrica, antes de comenzar el llenado.

Como aproximación, se asumió al miocardio como un material linealmente elástico e isótropo, con un módulo de Young  $E$  constante a lo largo de toda la diástole. Se asume además a la sangre como Newtoniana e incompresible. Los valores de los parámetros utilizados pueden verse en la Tabla 1.

### Ecuaciones que gobiernan el problema

El flujo está gobernado por la ecuación de Navier–Stokes incompresible

$$\rho_s \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho_s (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \mu_s \nabla^2 \vec{u}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (2)$$

TABLA 1: Parámetros geométricos y estructurales.

Parámetro	Valor
Radio interior[6] $r_i$	0.0325 m
Espesor[7] $e$	0.01091 m
Diámetro válvula mitral[2] $D_v$	0.024 m
Longitud de las valvas[8] $L_v$	0.023 m
Densidad de la sangre[9] $\rho_s$	$1.06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
Densidad del miocardio[9] $\rho_m$	$1.37 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
Viscosidad de la sangre[9] $\mu_s$	$4.71 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$
Módulo de Poisson del miocardio $\nu_m$	0.4

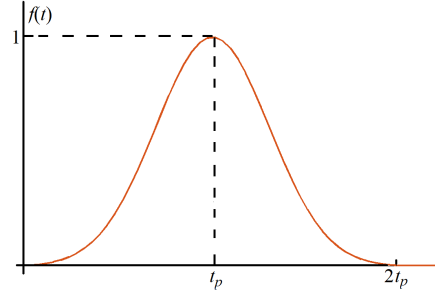


FIG. 2: La velocidad a la entrada de la cavidad es  $Uf(t)$ . En esta figura se muestra  $f(t)$ .

donde  $\vec{u}$  y  $p$  representan el campo de velocidades y la presión del fluido, respectivamente.

A la entrada de la cavidad se asumió un perfil de velocidades uniforme cuyo módulo está dado por  $Uf(t)$ , con  $U = 0,8 \text{ m/s}$ , donde  $f(t)$  es un pulso Gaussiano [10] cuyo máximo está en  $t_p = 0,09 \text{ s}$  y tiene desvío estándar  $sd = 0.027 \text{ s}$  para  $0 \leq t \leq 2t_p$ , y  $f(t) = 0$  si  $t \geq 2t_p$  (ver Fig. 2). Este flujo de entrada simula la onda E (*early filling*) del llenado diastólico.

Por otra parte, la mecánica del sólido elástico está gobernada por la ecuación

$$\rho_m \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = \nabla(FS), \quad (3)$$

donde  $\vec{v}$  es el desplazamiento del sólido elástico,  $F = I + \nabla \vec{v}$  es el gradiente de deformación,  $S$  es el segundo tensor de Piola–Kirchhoff y  $\rho_m$  es la densidad inicial del sólido. Notar que la divergencia  $\nabla(FS)$  está calculada con respecto a las coordenadas materiales.

Dado que se asume que el sólido es lineal, homogéneo e isótropo, la relación entre  $S$  y el tensor de deformaciones de Green–Lagrange, dado por

$$\varepsilon = \frac{1}{2} [\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T + (\nabla \vec{v})^T \nabla \vec{v}], \quad (4)$$

está determinada por la ley de Hooke

$$\begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{23} \\ S_{13} \\ S_{12} \end{pmatrix} = \frac{E}{(1 + \nu_m)(1 - 2\nu_m)} D \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

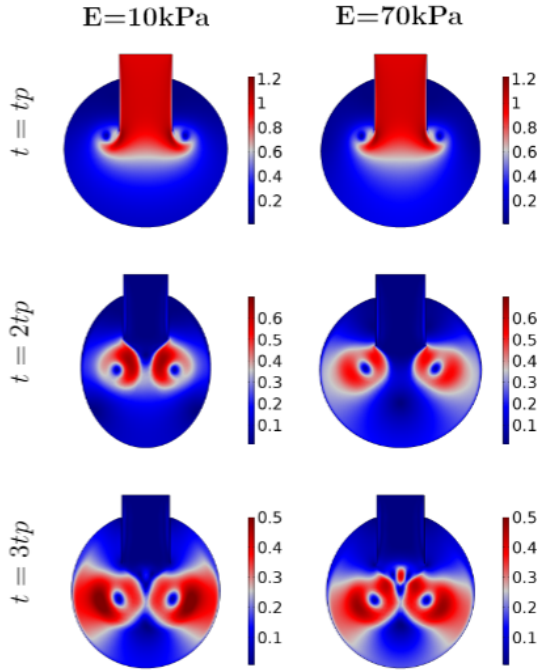


FIG. 3: Módulo de la velocidad para  $E = 10 \text{ kPa}$  y  $E = 70 \text{ kPa}$  para tiempos  $t_p$ ,  $2t_p$  y  $3t_p$ . Para facilitar la comparación entre los flujos a diferente  $E$ , la escala de colores es la misma para ambos  $E$  a un tiempo, pero es diferente en cada tiempo. Las escalas espaciales son las mismas para todas las figuras.

$$D = \begin{pmatrix} 1+v_m & v_m & v_m & 0 & 0 & 0 \\ v_m & 1-v_m & v_m & 0 & 0 & 0 \\ v_m & v_m & 1-v_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2v_m}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2v_m}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2v_m}{2} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Como condiciones iniciales se asumió  $\vec{u} = 0$  y  $p = 0$  para el fluido y  $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$  y  $\frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = 0$  para el sólido, y como condición de contorno se utilizó la condición de no deslizamiento, es decir, la velocidad del fluido en contacto con la pared interior de la cavidad es igual en todo momento a la velocidad de dicha pared en todos sus puntos.

Las Ecs. (1) - (6) y las condiciones iniciales y de contorno constituyen el modelo a resolver. Este problema es del tipo interacción fluido–estructura, en el que el fluido afecta a la estructura y viceversa. La interacción entre el fluido y la estructura ocurre en la pared interior de la cavidad.

Todas las longitudes fueron adimensionalizadas con  $r_i$ , las velocidades con  $U$ , el tiempo  $t$ ,  $t_p$  y  $sd$  con  $r_i/U$  y los esfuerzos y  $E$  con  $\rho_s U^2$ . Las cantidades adimensionales se representan con el mismo símbolo que las respectivas con unidades, dado que de ahora en más todas las cantidades informadas son adimensionales, excepto  $E$  del cual se retendrán sus unidades. El número de Reynolds resultó  $Re = \frac{\rho_s U r_i}{\mu_s} = 5851$ .

#### Método numérico

Es posible plantear las ecuaciones del problema basadas en un sistema de coordenadas espacial, que se mantiene fijo en el espacio, o en un sistema material, que se mueve junto con el material al deformarse. Otra opción es usar una combinación de ambos sistemas de referencia, lo que se conoce

como método *Arbitrary Lagrangian–Eulerian*. Este combina las ventajas de ambos métodos por separado, y es el que se utilizó en el presente trabajo, ya que es ideal para aplicaciones de interacción fluido–estructura y es ampliamente utilizado en esta clase de problemas [10].

Se recurrió a un enfoque *fully coupled*, que implica que se resuelvan todas las ecuaciones simultáneamente para todas las variables, incluyendo todos los acoplamientos entre estas, en una sola iteración. Debido a su mayor robustez se eligió esta opción frente al enfoque segregado, que consiste en dividir el problema en distintos pasos a resolver sucesivamente.

Para la discretización espacial se utilizó el método *finite element method*, con una red de 19661 elementos triangulares y 10340 nodos, y se resolvieron las ecuaciones usando el método de Newton–Raphson. Debido a la no linealidad del sistema de ecuaciones, se requieren múltiples pasos de iteración hasta llegar a una solución aceptable, tomando como criterio de terminación un error relativo menor a 0.005.

En cada una de estas iteraciones se resuelve un sistema linealizado, para lo cual hay dos algoritmos que se pueden usar, uno directo y uno iterativo [10]. El directo requiere más memoria pero es más robusto en geometrías complejas, por lo que fue el elegido.

Los cálculos fueron realizados en un procesador Intel i7 de dos núcleos y 8 Gb de RAM, tomando alrededor 30 minutos cada simulación.

Los datos de ambas componentes de la velocidad y de presión de cada solución numérica para cada paso temporal fueron posteriormente recalculados por interpolación sobre una grilla rectangular con un paso espacial adimensional de 0,005 en ambas direcciones (la de entrada del flujo y la transversal). Para el cálculo de la vorticidad, las derivadas fueron calculadas por diferencia finitas a segundo orden.

### III. RESULTADOS

Las ecuaciones de la sección anterior se resolvieron numéricamente para un tiempo entre 0 y  $3t_p$ , y se registró la solución en 75 instantes de tiempo equidistantes. Como resultado, se obtuvieron los valores de  $p$ ,  $\vec{u}$  y la forma del ventrículo.

Dado que el objetivo del trabajo fue analizar los cambios en los patrones del flujo al modificar la rigidez miocárdica, se repitió esta resolución para nueve valores de  $E$  entre 10 kPa y 70 kPa (alrededor de 20 kPa se considera normal [2]), manteniendo todos los demás parámetros constantes. En las Figs. 3 y 4 se muestran el módulo de la velocidad y la vorticidad respectivamente para  $E = 10 \text{ kPa}$  y  $E = 70 \text{ kPa}$  para tiempos (adimensionales)  $t_p$ ,  $2t_p$  y  $3t_p$ .

### IV. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Las simulaciones muestran que lo más destacado del flujo es un par de vórtices de diferente signo generado en los extremos de la valva y que se desplaza en la cavidad (esto se corresponde con un vórtice anular en casos con simetría axial [9] o tridimensionales [2, 3], pero con diferente dinámica). El análisis no muestra cambios apreciables en su evolución al variar  $E$ . Por otra parte, la evolución del máximo de  $|\vec{u}|$  muestra grandes diferencias a diferentes  $E$  si  $t \gtrsim 3$  (Fig. 5).

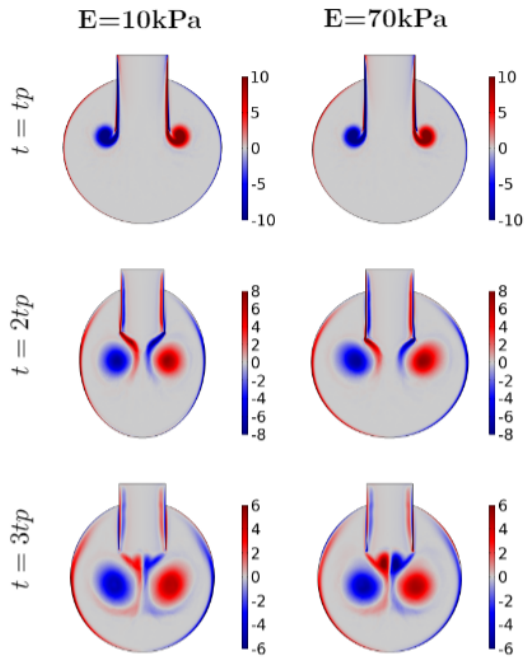


FIG. 4: Vorticidad para  $E = 10 \text{ kPa}$  y  $E = 70 \text{ kPa}$  para tiempos  $t_p$ ,  $2t_p$  y  $3t_p$ . Para facilitar la comparación entre los flujos a diferente  $E$ , la escala de colores es la misma para ambos  $E$  a un tiempo, pero es diferente en cada tiempo. Las escalas espaciales son las mismas para todas las figuras.

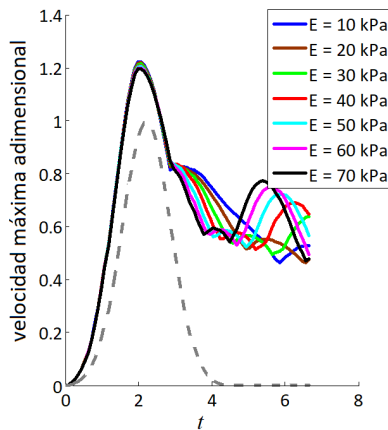


FIG. 5: Máximo de la magnitud de la velocidad como función del  $t$  (adimensionalizado con  $r_i/U$ ) para diferentes valores del módulo de Young. La línea discontinua es la velocidad a la entrada de la cavidad.

Las diferencias más notables al variar  $E$  se observan en la longitud de la cavidad en la dirección en que ingresa el flujo. En la Fig. 6 se aprecia que todas las curvas inicialmente crecen hasta alcanzar un máximo, pero este valor máximo y el tiempo en el que se llega a él decrecen con  $E$ . A partir del máximo, la longitud para los valores más chicos de  $E$  disminuye monótonamente, pero para valores más grandes de  $E$  la longitud disminuye hasta alcanzar un mínimo a partir del cual vuelve a aumentar.

Las Figs. 5 y 6 muestran que en el modelo aquí adoptado es posible inferir el valor de  $E$  a partir de información del flujo de llenado de la cámara. Por ejemplo, en la Fig. 7 se muestran como función de  $E$  el valor  $s$  de la pendiente en  $t = 3.2$  de cada curva de la Fig. 5, el valor  $L_m$  del primer máximo relativo de cada curva de la Fig. 6 y el tiempo  $t_m$  en

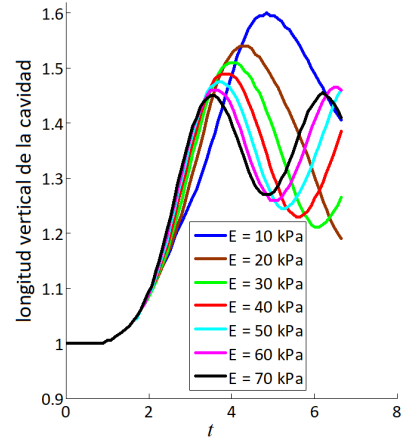


FIG. 6: Longitud en la dirección en la que entra el flujo para diferentes valores del módulo de Young.

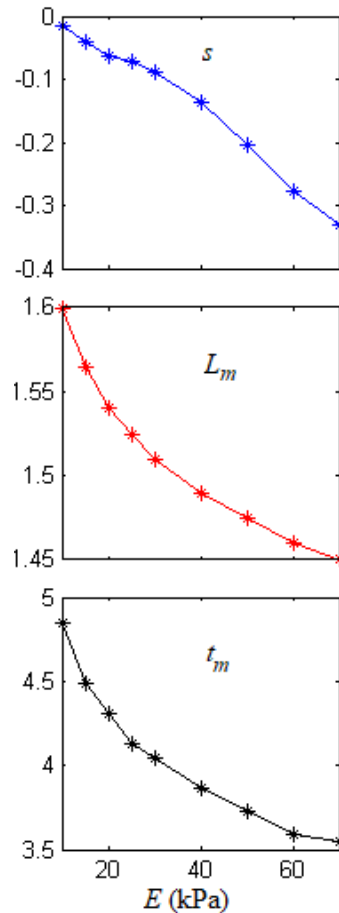


FIG. 7:  $s$ ,  $L_m$  y  $t_m$  (definidos en el texto) vs.  $E$ .

el cual se alcanza  $L_m$ . Dado que estas curvas son monótonas (al menos para el rango de  $E$  aquí explorados), si se tuviera una simulación numérica del modelo del cual se desconoce el valor, a partir de  $s$ ,  $L_m$  y  $t_m$  se puede obtener una buena estimación de su valor. Lo destacable de esto es que sugiere que es posible detectar cambios en la rigidez de un ventrículo a partir del flujo de llenado. Sin embargo, para confirmar esto es necesario un modelo de ventrículo mucho más detallado.

El modelo aquí usado es el más sencillo posible de acuerdo al objetivo de este trabajo, por lo que, aunque esté motivado por el flujo diastólico ventricular, no es aceptable como modelo de un ventrículo real, por lo cual es inviable

comparar estas simulaciones con imágenes médicas o con simulaciones sumamente realistas [2, 3]. Por otra parte, la sencillez extrema de modelo permite mantener un bajo costo computacional y reconocer fácilmente la modificaciones en el flujo al cambiar la rigidez de la cámara.

Como continuación de este trabajo y con el objetivo de trasladar sus resultados a un ventrículo, se debe modificar al modelo para hacerlo gradualmente más realista y analizar de qué modo estas modificaciones alteran sus resultados. Algunas de estas modificaciones serían, por ejemplo, valvas de diferente longitud, que el flujo ingrese a la cavidad con una pequeña inclinación, adoptar una geometría más realista, pasar a un modelo tridimensional, mejorar el modelo mecánico del miocardio, etc. El objetivo final y a largo plazo, del cual el presente trabajo es sólo la etapa inicial, es identificar patrones en el flujo durante el llenado diastólico que se vean modificados al variar la rigidez del miocardio, para luego tratar de hallar la misma correlación en imágenes 4D-flow de pacientes. Esto sería de gran utilidad para permitir al médico detectar precozmente posibles patologías, y así plantear un tratamiento más eficaz desde el comienzo.

## AGRADECIMIENTOS

JPGM y MNPR agradecen a la Universidad Favaloro sus Becas de Investigación para Estudiantes. CAP agradece los subsidios PICT 2019-2674 y 2019-1563 de la ANPCyT.

## REFERENCIAS

- [1] C. S. Peskin y D. M. McQueen. Modeling prosthetic heart valves for numerical analysis of blood flow in the heart. *J Comput Phys* **37**, 113-132 (1980).
- [2] V. Meschini, M. De Tullio, G. Querzoli y R. Verzicco. Flow structure in healthy and pathological left ventricles with natural and prosthetic mitral valves. *J Fluid Mech* **834**, 271-307 (2018).
- [3] F. Xu y S. Kenjereš. Numerical simulations of flow patterns in the human left ventricle model with a novel dynamic mesh morphing approach based on radial basis function. *Comput Biol Med* **130**, 104184 (2021).
- [4] J. Mangual, E. Kraigher-Krainer, A. De Luca, L. Toncelli, A. Shah, S. Solomon, G. Galanti, F. Domenichini y G. Pedrizzetti. Comparative numerical study on left ventricular fluid dynamics after dilated cardiomyopathy. *J Biomech* **46**, 1611-1617 (2013).
- [5] S. N. Doost, D. Ghista, B. Su, L. Zhong e Y. S. Morsi. Heart blood flow simulation: a perspective review. *Biomedical engineering online* **15**, 1-28 (2016).
- [6] M. Di Donato, P. Dabic, S. Castelvechchio, C. Santambrogio, J. Brankovic, L. Collarini, T. Joussef, A. Frigiola, G. Buckberg y L. Menicanti. Left ventricular geometry in normal and post-anterior myocardial infarction patients: sphericity index and 'new' conicity index comparisons. *Eur Jour Cardio-Thorac* **29**, S225-S230 (2006).
- [7] M. Lorente, C. Escalona, M. Zabalza-Cerdeiriña y J. Álvarez-Moro. Left ventricle morphometry in healthy humans. Long axis, contrast enhanced CT study. *Scientific Medical Data* (2017).
- [8] K. Nomura, Y. Ajiro, S. Nakano, M. Matsushima, Y. Yamaguchi, N. Hatakeyama, M. Ohata, M. Sakuma, T. Nonaka, M. Harii, M. Utsumi, K. Sakamoto, K. Iwade y N. Kuninaka. Characteristics of mitral valve leaflet length in patients with pectus excavatum: A single center cross-sectional study. *PLOS ONE* **14**, e0212165 (2019).
- [9] H. Watanabe, S. Sugiura, H. Kafuku y T. Hisada. Multiphysics simulation of left ventricular filling dynamics using fluid-structure interaction finite element method. *Biophys J* **87**, 2074-2085 (2004).
- [10] Y. Cheng, H. Oertel y T. Schenkel. Fluid-structure coupled CFD simulation of the left ventricular flow during filling phase. *Ann Biomed Eng* **33**, 567-576 (2005).