ONDAS DE ALFVÉN DE GRAN AMPLITUD EN PLASMAS PARCIALMENTE IONIZADOS

LARGE AMPLITUDE ALFVÉN WAVES IN PARTIALLY IONIZED PLASMAS

P.A. Sallago[*1]

[1] *Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas – Universidad Nacional De La Plata*
Paseo del Bosque s/n – (1900) La Plata – Prov. Buenos Aires – Argentina

Recibido: 29/12/2021; Aceptado: 07/05/2022

En este trabajo se estudia la propagación de ondas de Alfvén de amplitud finita en plasmas parcialmente ionizados (PIP, por su sigla en inglés) cuando los términos de gradiente de presión electrónica, de Hall y ambipolar de la ley de Ohm se tienen en consideración. En lugar de linealizar el sistema de ecuaciones y desarrollar la perturbación en ondas planas, se propone que la misma satisfaga las condiciones de onda de Alfvén. De este modo se encuentra una solución que, en el límite cuando el plasma está totalmente ionizado, coincide con el resultado hallado por Sallago y Platzeck (doi:10.1029/2003JA009920) para las ondas de Alfvén en la magnetohidrodinámica con término de Hall. Además, si los términos de Hall y de gradiente de presión electrónica se anulan, el amortiguamiento en el límite linealizado es igual al hallado por De Pontieu, B. Martens, P. C. H. y Hudson, H. S. (doi = 10.1086/322408), si se impone que el plasma se comporte como un conductor perfecto.

Palabras clave: ondas de Alfvén, plasmas, ionización parcial.

In this paper it is analyzed the propagation of large amplitude Alfvén waves in partially ionized plasmas (PIP) when electronic pressure, Hall and ambipolar terms of Ohm's law are taken into account. Instead of linearize and develope the perturbation in monochromatic waves, it is proposed that the perturbation satisfy the Alfvén wave's conditions. As a result, a solution is found that in the fully ionized limit, it coincides with Sallago and Platzeck solution for Alfvén waves in Hall magnetohydrodynamics (doi:10.1029/2003JA009920). Furthermore, if electronic pressure and Hall term are null, in the linearized limit, the damping is equal to the one described by De Pontieu, B. Martens, P. C. H. and Hudson, H. S. (doi = 10.1086/322408), if one imposes that the plasma be a perfect conductor.

Keywords: Alfvén waves, plasmas, partial ionization.

https://doi.org/10.31527/analesafa.2022.33.3.85 ISSN 1850-1168 (online)

I. INTRODUCCIÓN

La característica principal de ondas de Alfvén de corte en la magnetohidrodinámica ideal , cuando se considera la ley de Ohm simple, es que se propagan con una velocidad de grupo paralela al campo de inducción magnética de fondo en el sistema de referencia en el que plasma está en reposo. Además, las ondas de Alfvén son perturbaciones incompresibles, existe una relación entre las perturbaciones en velocidad y en campo de inducción magnética, y la presión total (plasma más magnética) es constante [1]. Las mismas han sido detectadas desde el comienzo de la era espacial, en una amplia variedad de plasmas como el viento solar [2] y en la magnetósfera de la Tierra [3, 4]. En algunos de estos sistemas la densidad y el campo de inducción magnética son tales que los términos de gradiente de presión electrónica y de Hall en la ley de Ohm no pueden despreciarse [5, 6].

Las ondas de Alfvén con término Hall han sido estudiadas por otros autores como Mattei [7], Woodward y McKenzie [8, 9], Pokhotelov et al. [10], entre otros. Ellos linealizan el sistema de ecuaciones de la magnetohidrodinámica o imponen dependencias particulares para las perturbaciones.

En lugar de linealizar las ecuaciones magnetohidrodinámicas y buscar ondas monocromáticas, Sallago y Platzeck impusieron las condiciones características de ondas de Alfvén tanto para el caso con ley de Ohm simple en plasmas no uniformes[11] como en el caso con término de Hall y gradiente de presión electrónica en plasmas uniformes [12]. Este último trabajo en adelante será mencionado como (SP04). Además Sallago y Platzeck mostraron que las ondas de Alfvén pueden propagarse, cuando se tienen en cuenta la presión electrónica y el término de Hall , si se cumple una condición sobre la dependencia espacial de la densidad de corriente. Esta condición, llamada “condición de polarización”, relaciona la densidad de corriente y su rotor. En el caso linealizado, con pequeñas perturbaciones y ondas monocromáticas, esta condición significa que la perturbación en campo de inducción magnética debe estar polarizada circularmente [7, 10], por este motivo no es posible imponer la condición de adiabaticidad ya que el sistema resultaría sobredeterminado.

Por otra parte, cuando se estudian plasmas parcialmente ionizados existe una cantidad relativa de neutros que se pondera de diversas maneras mediante las siguientes relaciones:

$$x = \frac{n_i}{(n_n + n_i)}, \tag{1}$$

la fracción de ionización [13], fracción del plasma sin ioni-

* pato@fcaglp.unlp.edu.ar

zar [1]

$$f = \frac{n_n}{(n_n + n_i)}, \tag{2}$$

o mediante el grado de ionización [14]

$$\mu = \frac{(n_i + n_n)}{(2n_i + n_n)}, \tag{3}$$

donde n_i y n_n son la densidad número de los iones y de los neutros respectivamente. Distintos autores denominan de manera distinta al plasma. Algunos consideran dos fluidos, uno cargado y otro neutro. Estas consideraciones deberán ajustarse dependiendo del grado de acoplamiento de los iones y los neutros. Mayores detalles pueden verse el trabajo de Khomenko et al. (2012) [15].

En relación con los plasmas parcialmente ionizados, pueden encontrarse tanto en regiones del Sol quieto como del Sol activo, así como en lo ionosfera terrestre. Vinculado con las zonas solares activas, el estudio de los fenómenos que soportan los tubos de flujo magnético son de interés para el análisis del comportamiento en las estructuras solares, tanto en el análisis de las manchas solares como en los loops coronales [16] y que en su mayoría han sido realizados considerando uniformes las variables físicas no perturbadas. Cuando se admiten variaciones espaciales, el término correspondiente a la derivada de la cantidad de estado de equilibrio multiplicada por la perturbación es despreciado por considerarlo de segundo orden [17]. La importancia relativa de los distintos términos de la ley de Ohm en los ejemplos de PIP mencionados pueden verse en los trabajos de Leake et al. [18] y de Ballester et al. [14]. Estos valores son analizados a partir de modelos como VALC [19] y C7 [20], entre otros.

En el presente trabajo se tiene un gas compuesto por la suma del gas cargado (eléctricamente cuasi neutro) y el gas neutro, para el que se considera que alcanzó la temperatura de equilibrio una vez completada su capacidad de ionización. En la Sec. II se demuestra que las ondas de Alfvén de gran amplitud pueden propagarse, cuando se tienen en cuenta la presión electrónica, los términos de Hall y ambipolar en la ley de Ohm. En la Sec. III se muestra que esta solución tiende a la encontrada por Sallago y Platzeck [12] si el término ambipolar se desvanece y que la solución linealizada es similar a la solución linealizada de De Pontieu et al. (2001) [21] (en adelante, DP01), si en esta última se considera conductividad infinita.

II. MÉTODOS

Para poder discutir la solución del sistema de ecuaciones de los PIP en la aproximación magnetohidrodinámica, primero se recordarán algunas ideas.

Ley de Ohm generalizada

Se llega a la expresión de la ley de Ohm generalizada desde el modelo de plasma compuesto por iones, electrones y neutros y, considerando que el plasma sea eléctricamente neutro, resulta [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{J}}{\sigma} &= \vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} - \frac{1}{en_i}\vec{J} \times \vec{B} + \frac{1}{en_i}\vec{\nabla} p_e \\ &+ F(\vec{J} \times \vec{B}) \times \vec{B}, \end{aligned} \tag{4}$$

donde e es la carga del protón, n_i el número de protones por unidad de volumen, p_e la presión electrónica y F es igual a una expresión en función de la frecuencia de colisión ión-neutro y de la fracción de ionización [13]

$$F = \frac{(1-x)^2}{x \rho \nu_{in}}. \tag{5}$$

Ecuaciones de la PIP-MHD

Se suele designar como PIP-MHD a la magnetohidrodinámica cuando en la ley de Ohm se tienen en cuenta la fracción de ionización y los términos que hemos discutido anteriormente y cuando a pesar de la presencia significativa de neutros los componentes del plasma están acoplados [22], se tiene que

Las ecuaciones de continuidad, movimiento y la ecuación $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$, son iguales a las de la magnetohidrodinámica ideal. La ecuación que resulta modificada es la ecuación de inducción, ya que se obtiene de reemplazar la ley de Ohm en la ley Faraday.

Para un plasma en las condiciones precedentes las ecuaciones son:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}\right) \rho + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0\,, \tag{6}$$

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \left(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{V} \right] = -\vec{\nabla} p + \vec{J} \times \vec{B}\,, \tag{7}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0\,, \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \vec{\nabla} \times \left[\left(\vec{V} - \frac{1}{en_i}\vec{J} + F\vec{J} \times \vec{B} \right) \times \vec{B} \right. \\ &+ \left. \frac{1}{en_i} \vec{\nabla} p_e \right]. \end{aligned} \tag{9}$$

Esta última ecuación puede reescribirse en función de la fracción de ionización (5),

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \vec{\nabla} \times \left[\left(\vec{V} - \frac{\varepsilon}{x\rho}\vec{J} + F\vec{J} \times \vec{B} \right) \times \vec{B} \right. \\ &+ \left. \frac{\varepsilon}{x\rho} \vec{\nabla} p_e \right], \end{aligned} \tag{10}$$

donde $\varepsilon = m_i/e$.

Ondas de Alfvén

En esta subsección se buscan soluciones de las ecuaciones de la PIP-MHD, no linealizadas, que puedan ser identificadas como ondas de Alfvén. Esta identificación tendrá en cuenta que dichas soluciones tengan las siguientes propiedades: las perturbaciones se propagan con una velocidad de grupo que, en el sistema de referencia en que el plasma se encuentra en reposo, sea paralela al campo magnético de fondo, las perturbaciones de los campos de velocidad y de campo magnético están relacionados, la perturbación es incompresible y que existe una magnitud que permanece constante. Además, se impondrá que las soluciones tiendan, en el límite cuando el término de ambipolar es despreciable, a las ondas de Alfvén con término de Hall del tipo correspondiente. Por otro lado, para que las ondas de Alfvén con término de Hall puedan satisfacer todas las ecuaciones, debe imponerse una condición adicional de "polarización" (ver SP04), por lo que también deberán estarlo las ondas en PIP-MHD.

Se supone que en un plasma con campos de fondo uniformes ρ_0, p_0, $\vec{V}_0$, $\vec{B}_0$, se propagan perturbaciones incompresibles, con dependencia espacio temporal

$$f(\vec{r},t) = f(\vec{r} - \vec{V}_A'^{*} t) \,, \tag{11}$$

donde

$$\vec{V}_A'^{*} = \vec{V}_0 - a^* \vec{B}_0 \tag{12}$$

es la velocidad de grupo y a^* es una constante que habrá que determinar para mostrar la influencia de los términos de la ley de Ohm.

Con estas suposiciones, de la ecuación de continuidad (6) resulta nula la perturbación en densidades:

$$\rho_1 = 0. \tag{13}$$

Debido a ésto, la ecuación de inducción (10) se simplifica. Como $\vec{\nabla}\rho = 0$, por ser ρ_0 uniforme y ρ_1 nulo, resulta que

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \left[\left(\vec{V} - \frac{\varepsilon}{x\rho}\vec{J} + F\vec{J}\times\vec{B} \right) \times \vec{B} \right] , \tag{14}$$

con lo que puede verse que el término gradiente de presión electrónica no influye en las soluciones buscadas.

Ahora se deben encontrar las perturbaciones $\vec{V}_1$, $\vec{B}_1$, $\vec{J}_1$ y p_1 que satisfagan a las ecuaciones.

Debido a que $\partial/\partial t = -\vec{V}_A'^{*} \cdot \vec{\nabla}$, y proponiendo la siguiente relación entre las perturbaciones en velocidad y campo magnético

$$\vec{V}_1 = a^* \vec{B}_1 + \vec{u} \,, \tag{15}$$

la ecuación de inducción toma la siguiente forma:

$$\vec{\nabla} \times \left[\left(\vec{V} - \vec{V}_A'^{*} - \frac{\varepsilon}{x\rho}\vec{J}_1 + F\vec{J}_1\times\vec{B} \right) \times \vec{B} \right] = 0, \tag{16}$$

luego de reemplazar $\vec{V} - \vec{V}_A'^{*}$ resulta

$$\vec{\nabla} \times \left[\left(a^*\vec{B} + \vec{u} - \frac{\varepsilon}{x\rho}\vec{J}_1 + F\vec{J}_1\times\vec{B} \right) \times \vec{B} \right] = 0, \tag{17}$$

que es

$$\vec{\nabla} \times \left[\left(\vec{u} - \frac{\varepsilon}{x\rho}\vec{J}_1 + F\vec{J}_1\times\vec{B} \right) \times \vec{B} \right] = 0, \tag{18}$$

y resulta

$$\vec{u} = \frac{\varepsilon}{x\rho}\vec{J}_1 - F\vec{J}_1\times\vec{B} \tag{19}$$

Como puede verse, $\vec{u} = 0$ cuando no hay perturbación y , cuando la fracción de ionización tiende a la unidad (o F tiende a cero), resulta que $\vec{u} \rightarrow \vec{\alpha}$, donde $\vec{\alpha} = \varepsilon\vec{J}/\rho$ corresponde a la solución totalmente ionizada con término de Hall (ver SP04). Tomando divergencia de (15) puede verse que debido a la condición de incompresibilidad, se satisface también $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$ si $\vec{\nabla}\cdot\vec{u} = 0$, esto implica una condición entre $\vec{J}_1$ y $\vec{B}_0$.

Finalmente, reemplazando la relación entre las perturbaciones en velocidad y campo magnético y el valor de la velocidad de grupo en la ecuación de movimiento, se obtiene:

$$\begin{aligned} \rho_0 \left[\left(\frac{\varepsilon}{x\rho_0}\vec{J}_1 - F\vec{J}_1\times\vec{B} + a^*\vec{B} \right) \cdot \vec{\nabla} \right] & \left(\frac{\varepsilon}{x\rho_0}\vec{J}_1 \right. \\ - \left. F\vec{J}_1\times\vec{B} + a^*\vec{B} \right) & = -\vec{\nabla}p + \vec{J}_1\times\vec{B} \,. \end{aligned} \tag{20}$$

El miembro de la izquierda del igual puede reescribirse utilizando identidades vectoriales, con lo que la ecuación de movimiento (20) resulta así

$$\begin{aligned} \rho_0 \left[\vec{\nabla} \times \left(\frac{\varepsilon}{x\rho_0}\vec{J}_1 - F\vec{J}_1\times\vec{B} + a^*\vec{B} \right) \right] & \times \left(\frac{\varepsilon}{x\rho_0}\vec{J}_1 \right. \\ - \left. F\vec{J}_1\times\vec{B} + a^*\vec{B} \right) & = \vec{J}_1\times\vec{B} - \vec{\nabla}\left(p + \right. \\ + \frac{\rho_0}{2} \left| \frac{\varepsilon}{x\rho_0}\vec{J}_1 - F\vec{J}_1\times\vec{B} + a^*\vec{B} \right|^2 & \left. \right). \end{aligned} \tag{21}$$

Tomando el rotor de esta expresión (21), se tiene la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \Bigg\{ \left[\vec{\nabla} \times \left(\frac{\varepsilon}{x\rho_0}\vec{J}_1 - F\vec{J}_1\times\vec{B} + a^*\vec{B} \right) \right] \times \\ \left(\frac{\varepsilon}{x\rho_0}\vec{J}_1 - F\vec{J}_1\times\vec{B} + a^*\vec{B} \right) - \vec{J}_1\times\vec{B} \Bigg\} = 0 \end{aligned} \tag{22}$$

En el caso totalmente ionizado con término de Hall, el rotor de la densidad de corriente y la densidad de corriente estaban relacionadas, $\vec{\nabla}\times\vec{J}_1 = b\vec{J}_1$, resultando en una condición de polarización (SP04). Para el presente caso proponiendo que $\vec{\nabla}\times(\vec{J}_1\times\vec{B}) \approx C\vec{J}_1$, reemplazando en la ecuación (22), se obtiene

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \Bigg\{ \left[\left(a^{*2}\mu - FCa - \frac{1}{\rho_0} \right) \vec{J}_1 + \frac{\varepsilon a^*}{x\rho_0} \vec{\nabla}\times\vec{J}_1 \right] \times \\ \left[\vec{B} + \left(\frac{\varepsilon}{x\rho_0 a^*} - \frac{FC}{a^*} \right) \vec{J}_1 \right] \Bigg\} = 0. \end{aligned} \tag{23}$$

que implica que la única solución posible es la siguiente

$$\left[(a^{*2}\mu - FCa^* - \frac{1}{\rho_0})\vec{J}_1 + \frac{\varepsilon a^*}{x\rho_0}\vec{\nabla}\times\vec{J}_1 \right] = 0 \tag{24}$$

y, en consecuencia se tiene

$$\vec{\nabla} \times \vec{J}_1 = b^* \vec{J}_1, \tag{25}$$

que es una "condición de polarización".

Luego de reemplazarla en la ecuación (24), se obtiene la siguiente relación entre las constantes a^*, b^* y C

$$a^{*2} + a^* \left(\frac{\varepsilon b^*}{x\rho_0\mu} - \frac{FC}{\mu} \right) - \frac{1}{\mu\rho_0} = 0 \tag{26}$$

o lo que es lo mismo, se obtienen los valores de a^*

$$a^* = \frac{-1}{2} \left(\frac{\varepsilon b^*}{x\rho_0\mu} - \frac{FC}{\mu} \right) \mp \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{\varepsilon b^*}{x\rho_0\mu} - \frac{FC}{\mu} \right)^2 + \frac{1}{\rho_0\mu}}. \tag{27}$$

Por lo tanto, la velocidad de grupo resulta dependiente del parámetro de proporcionalidad entre la densidad de corriente y su rotor, así como del factor de ionización

$$\vec{V'_A}^* = \vec{V}_0 + \left(\frac{\varepsilon b^*}{2x\rho_0\mu} - \frac{FC}{2\mu} \right) \vec{B}_0 \pm \frac{\vec{B}_0}{|B_0|} \sqrt{\frac{|B_0|^2}{4} \left(\frac{\varepsilon b^*}{x\rho_0\mu} - \frac{FC}{\mu} \right)^2 + \frac{|B_0|^2}{\rho_0\mu}}. \tag{28}$$

Retornando a la ecuación de movimiento, reemplazando la condición de polarización y el valor de a^*, resulta la constancia en la región perturbada de una cantidad : la "presión total generalizada modificada" $\mathscr{P}^{*m}$

$$\mathscr{P}^{*m} = p + \frac{\rho_0 a^{*2}}{2} \left| \vec{B} + \frac{\varepsilon}{a^*\rho_0\mu} \vec{J}_1 \right|^2 = \text{constante}\,, \tag{29}$$

La "presión total generalizada modificada" tiende a la "presión total generalizada " del caso totalmente ionizado con término de Hall cuando $x \to 1$ ya que $a^* \to a$.

Nótese además que a partir de la condición de "polarización" se obtiene

$$\vec{w}_1 = \frac{\vec{J}_1}{a^*\rho_0\mu}. \tag{30}$$

Una relación entre la vorticidad y la densidad de corriente similar a ésta también existe para las ondas de Alfvén en campos uniformes cuando se tiene en cuenta el término de Hall (ver SP04).

Además, como la presión del plasma debe ser siempre positiva, la amplitud de las perturbaciones no es arbitraria. Se debe remarcar que hay un flujo de calor que proviene del gradiente de presión electrónica, como ya sucedía en el caso totamente ionizado con término de Hall.

Comparación con el resultado de DP01

Con el objetivo de realizar la comparación con los resultados de DP01 [21], primero se repasará el significado de la condición de "polarización" (25) para la densidad de corriente en el límite linealizado cuando se consideran ondas planas. Si la perturbación del campo magnético se puede expresar de la forma

$$\vec{B}_1 = \vec{b}_1\, exp[ik(z - {V'_A}^* t)], \tag{31}$$

la densidad de corriente cumplirá la condición solicitada (25) si la amplitud b_1 satisface la relación

$$\vec{b}_1 = -\frac{ib^*}{|\vec{k}|^2} \vec{k} \times \vec{b}_1\,, \tag{32}$$

Esto se puede satisfacer únicamente si el campo magnético tiene componentes en x e y desfasadas en $\pi/2$,

$$\vec{B}_1 = \frac{b_1}{\sqrt{2}} (\breve{e}_X \pm i\breve{e}_Y)\, exp[ik(z - {V'_A}^* t)]\,, \tag{33}$$

resultando $b^* = \pm k$. Por lo tanto, la condición que es necesario imponer sobre $\vec{J}_1$ para tener una perturbación del tipo alfvénica se reduce en este caso a que la onda esté polarizada circularmente. En este caso para la frecuencia se obtiene esta expresión

$$\omega = \vec{V'_A}^* \cdot \vec{k} = \vec{V}_0 \cdot \vec{k} + \left(\frac{\varepsilon b^*}{2x\rho_0\mu} - \frac{FC}{2\mu} \right) \vec{B}_0 \cdot \vec{k} \pm \frac{\vec{B}_0 \cdot \vec{k}}{|B_0|} \sqrt{\frac{|B_0|^2}{4} \left(\frac{\varepsilon b^*}{x\rho_0\mu} - \frac{FC}{\mu} \right)^2 + \frac{|B_0|^2}{\rho_0\mu}} \tag{34}$$

Por otra parte, en el límite linealizado, cuando el término de Hall sea mucho menor que el ambipolar, considerando el caso con $\vec{V}_0 = 0$, la frecuencia ω_{Lim} se escribe así

$$\omega_{Lim} = \vec{B}_0 \cdot \vec{k} a^*_{Lim} = (\vec{B}_0 \cdot \vec{k}) \left[-\frac{FC}{2\mu} \mp \frac{1}{\rho_0\mu} \right]. \tag{35}$$

Reemplazando el valor de C y F puede verse que existe una cantidad γ que evalúa el valor del amortiguamiento de las ondas por efecto del término ambipolar:

$$\gamma = \frac{(1-x)^2}{2x\nu_{in}} \frac{(\vec{B}_0 \cdot \vec{k})^2}{\mu\rho_0}. \tag{36}$$

Puede verse que γ depende principalmente de la relación entre la "frecuencia de Alfvén" $\omega_A = (\vec{B}_0 \cdot \vec{k})/\sqrt{\mu\rho_0}$ y la frecuencia de colisión entre los iones y los neutros. Debido a que para hallar el valor de ω_{Lim} se consideró

$$\frac{FC}{2\mu} < \frac{B_0}{\sqrt{\rho_0\mu}}, \tag{37}$$

para estos resultados se espera que las ondas se propaguen con amortiguación pequeña.

En el caso analizado en DP01, estos autores consideran conductividad finita y ondas linealmente polarizadas. Si se toma en SP01 el límite de conductividad infinita, el resultado del cálculo del valor del amortiguamiento γ de DP01 resulta idéntico a (36). Es importante remarcar que el motivo por el que se adoptó la polarización circular en este análisis reside en que las ondas de Alfvén con término de Hall se propagan si se encuentran circularmente polarizadas

[7, 12].

III. CONCLUSIONES

Se ha encontrado que para plasmas parcialmente ionizados, bajo ciertas condiciones, existen soluciones no linealizadas que se comportan con las características o propiedades de las ondas de Alfvén de corte. La perturbación en densidad de corriente y su rotor satisfacen una relación de proporcionalidad como sucedía en el caso de ondas de Alfvén en la magnetohidrodinámica con término de Hall. Cuando el plasma tiende a estar totalmente ionizado, la solución tiende a la hallada para ondas de Alfvén en la magnetohidrodinámica con término de Hall. En el límite linealizado se encuentra que, a pesar de que el término ambipolar es disipativo, bajo ciertas condiciones las ondas pueden propagarse con amortiguación pequeña.

REFERENCIAS

[1] E. R. Priest. *Solar Magnetohydrodynamics* (Springer, 1982).

[2] K. U. Denskat y F. M. Neubauer. Statistical properties of low-frequency magnetic field fluctuations in the solar wind from 0.29 to 1.0 AU during solar minimum conditions: HELIOS 1 and HELIOS 2. J. Geophys. Res. Space Phys. **87,** 2215-2223 (1982).

[3] S. D. Drell, H. Foley y M. Ruderman. Drag and Propulsion of Large Satellites in the Ionosphere: An Alfvén Propulsion Engine in Space. J. Geophys. Res. **70,** 3131-3145 (1965).

[4] A. J. Mallinckrodt y C. W. Carlson. Relations between transverse electric fields and field-aligned currents. J. Geophys. Res. Space Phys. **83,** 1426-1432 (1978).

[5] C. R. Ovenden, H. A. Shah y S. J. Schwartz. Alfvén solitons in the solar wind. J. Geophys. Res. Space Phys. **88,** 6095-6101 (1983).

[6] D. A. Wolf-Gladrow, F. M. Neubauer y M. Lussem. Io's interaction with the plasma torus: A self-consistent model. J. Geophys. Res. Space Phys. **92,** 9949-9961 (1987).

[7] G. Mattei. Sulla influenza dell'effetto Hall nella propagazione di onde magnetofluidodinamiche iu un fluido incomprimibile. Annali di Matematica **84,** 1-31 (1970).

[8] T. Woodward y J. McKenzie. Stationary MHD waves modified by Hall current coupling—I. Cold compressible flow. Planet. Space Sci. **42,** 463-479 (1994).

[9] T. Woodward y J. McKenzie. Stationary MHD waves modified by Hall current coupling—II. Incompressible flow. Planet. Space Sci. **42,** 481-489 (1994).

[10] O. A. Pokhotelov, D. O. Pokhotelov, M. B. Gokhberg, F. Z. Feygin, L. Stenflo y P. K. Shukla. Alfvén solitons in the Earth's ionosphere and magnetosphere. J. Geophys. Res. Space Phys. **101,** 7913-7915 (1996).

[11] P. A. Sallago y A. M. Platzeck. Alfvén waves and wings in nonuniform plasmas. J. Geophys. Res. Space Phys. **105,** 27393-27400 (2000).

[12] P. A. Sallago y A. M. Platzeck. Alfvén waves and wings in Hall magnetohydrodynamics. J. Geophys. Res. Space Phys. **109** (2004).

[13] R. Kippenhahn y A. Weigert. *Stellar Structure and Evolution* (Springer, 1990).

[14] J. L. Ballester, I. Alexeev, M. Collados, T. Downes, R. Pfaff, H. Gilbert, M. Khodachenko, E. Khomenko, I. Shaikhislamov, R. Soler, E. Vázquez-Semadeni y T. Zaqarashvili. Partially Ionized Plasmas in Astrophysics. Space Sci. Rev. **214** (2018).

[15] E. Khomenko y M. Collados. Heating of the magnetized solar chromosphere by partial ionization effects. The Astrophysical Journal **747** (2012).

[16] B. Roberts. en *Advances in Solar System Magnetohydrodynamics* (eds. Priest, E. R. y Hood, A. W.) cap. 6 (Cambridge University Press, New York, 1991).

[17] T. Sakurai, M. Goossens y J. Hollweg. Resonant behaviour of MHD waves on magnetic flux tubes. Solar Physics **133,** 227-245 (1991).

[18] J. E. Leake, C. R. DeVore, J. P. Thayer, A. G. Burns, G. Crowley, H. R. Gilbert, J. D. H. J. Krall, M. G. Linton, V. S. Lukin y W. Wang. Ionized Plasma and Neutral Gas Coupling in the Sun's Chromosphere and Earth's Ionosphere/Thermosphere. Space Sci. Rev. **184,** 107-172 (2014).

[19] J. E. Vernazza, E. H. Avrett y R. Loeser. Structure of the solar chromosphere. III. Models of the EUV brightness components of the quiet Sun. TAstrophys. J. Suppl. Ser. **45,** 635-725 (1981).

[20] E. Avrett y R. Loeser. Models of the solar chromosphere and transition region from SUMER and HRTS observations: formation of the extreme-ultraviolet Spectrum of hydrogen, carbon, and oxygen. Astrophys. J. Suppl. Ser. **175** (2008).

[21] B. De Pontieu, P. C. H. Martens y H. S. Hudson. Chromospheric damping of waves. Astrophys. J. **558** (2001).

[22] E. Khomenko, M. Collados, A. Díaz y N. Vita. Fluid description of multi-component solar partially ionized plasma. Physics of Plasmas **21** (2014).