

# REACOMODAMIENTOS PREVIOS A UNA AVALANCHA EN UN EMPAQUETAMIENTO BIDIMENSIONALES DE DISCOS: MODELO NUMERICO

M. A. AGUIRRE<sup>1-2\*</sup>, A. CALVO<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Grupo de Medios Porosos - Facultad de Ingeniería - Universidad de Buenos Aires  
Paseo Colon 850 - (C1063ACV) - Buenos Aires - Argentina

<sup>2</sup>CONICET

e-mail: maaguir@fi.uba.ar

Estudiando el proceso de avalancha en empaquetamientos de discos se observaron varios reacomodamientos (movimientos de discos) de diferentes tamaños antes del desencadenamiento de la avalancha. Se propone un autómata celular estocástico basado en las observaciones experimentales a fin de comprender el grado de influencia de la compactación local en la aparición de reacomodamientos en sistemas bidimensionales de discos. El modelo numérico reproduce reacomodamientos de diversos tamaños y permite estudiar la evolución de la compactación del sistema.

Palabras Claves: autómata celular, flujo granular, avalancha

Rearrangements (movements of disks) of different sizes were observed before the avalanche onset while studying the avalanche process in 2D packings of disks. A stochastic cellular automata model based on experimental observations is proposed to understand the influence of local packing fraction in the appearance of rearrangements in a two dimensional packing of disks. In numerical simulations rearrangements of different sizes are also observed and evolution of the packing fraction is studied.

Key Word: cellular automata, granular flow, avalanche

## I. INTRODUCCIÓN

El estudio de medios granulares y en particular, del flujo de material granular ha sido objeto de renovado e intenso interés en los últimos años debido a su importancia a escala industrial y en las ciencias de la tierra <sup>(1)</sup>.

En cuanto a su trascendencia a nivel industrial cabe destacar su presencia en diferentes procesos industriales: la manipulación, transporte, almacenamiento, mezcla y empaquetamiento de polvos, piedras, harinas, sales, granos y semillas son prácticas comunes en las industrias farmacéutica, de construcción y alimenticia entre otras.

En otra escala, algunos procesos geológicos: avalanchas, formación de dunas, sedimentación en lechos fluviales, movimientos de placas tectónicas, etc, también involucran sistemas granulares. La estabilidad de empaquetamientos granulares está directamente relacionada al fenómeno de avalanchas y aludes. Predecir estos procesos y conocer su dinámica tiene una trascendencia socioeconómica evidente; además, los mismos dieron origen a la estratificación de suelos por lo que su estudio permitiría prever estructuras geológicas de, por ejemplo, yacimientos petrolíferos.

La dinámica y estática de estos sistemas se ve fuertemente influenciada por diferentes factores entre los principales se han considerado la humedad ambiente, la fricción entre granos, la red de contactos, la red de tensiones y la compactación entre otros.

Este trabajo pretende contribuir a la comprensión de los reacomodamientos que sufren estos empaquetamientos previos a la pérdida de estabilidad global del sistema y en la influencia de estos reacomodamientos en el desencadenamiento de la avalancha. Desde el punto de vista experimental se ha estudiado la estabilidad de empaquetamientos granulares sometidos a la acción de la gravedad. En particular, hemos estudiado exhaustivamente los reacomodamientos previos a la avalancha en empaquetamientos tridimensionales de esferas <sup>(2-5)</sup> y en empaquetamiento bidimensionales de discos donde es más sencilla la visualización de los elementos del sistema <sup>(6-7)</sup>.

En los empaquetamientos bidimensionales, se analizaron dos tipos de sistemas:

- a) desordenados
- b) ordenados hexagonalmente

Fue relevante observar que los empaquetamientos ordenados no presentan reacomodamientos previos al desencadenamiento de la avalancha. Esto puede deberse a que en el sistema ordenado los discos tienen menos lugar disponible para moverse, lo que indicaría que la compactación del sistema parece tener un papel preponderante en la aparición de estos eventos. La compactación es un parámetro difícil de variar y de medir experimentalmente por lo que se recurrirá a una simulación del tipo autómata celular a fin de verificar:

- el papel preponderante de la compactación local en la aparición de reacomodamientos
- analizar la evolución de la compactación a medida que el sistema se acerca al umbral de avalancha.

En la siguiente sección se describe el experimento que se quiere simular y se presentan algunos de los resultados experimentales observados.

En la sección III, se describe el autómatas celular implementado, y el sección IV se presentan los resultados obtenidos con el mismo. Finalmente en la sección V, se presentan las conclusiones y perspectivas que abre el presente trabajo.

## II. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Una celda delgada de acrílico transparente ( $L = 45\text{cm}$ ) encierra un empaquetamiento de discos de madera de  $6\text{mm}$  de espesor y una diámetro medio de  $d = 1.4\text{ cm}$  (Fig. 1) que yacen sobre una base rugosa desordenada de  $N_o = 24$  discos fijos que cubren el 70% del fondo. La altura inicial del empaquetamiento se controla introduciendo en la celda un cantidad de discos  $N_d$  que sea múltiplo entero de  $N_o$ , de esta forma la altura inicial se define en función del parámetro  $N_L = N_d/N_o$ , que da una idea de cuantas capas de discos hay en el sistema desordenado. En particular se trabajará con empaquetamientos ordenados y desordenados de una altura mayor a  $N_L = 10$  capas (empaquetamientos altos)

Posteriormente, el sistema se fija a un plano que es lentamente inclinado hasta que se desencadena una avalancha.

La evolución del sistema se graba y mediante un tratamiento de imágenes es posible obtener:

- La velocidad de cada disco durante todo el reacomodamiento.
- La distribución angular de los primeros vecinos de cada disco.

También se miden los ángulos característicos del sistema:

-el máximo ángulo de estabilidad  $\theta_M$ : es el ángulo que forma la superficie libre con la horizontal cuando se desencadena la avalancha.

- el ángulo de reposo  $\theta_R$ : el ángulo que forma la superficie libre con la horizontal cuando la avalancha se detiene.

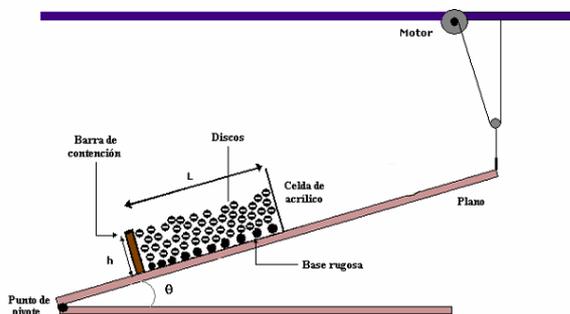


Figura 1. Esquema del dispositivo experimental

### Observaciones experimentales.

Igual que en sistemas tridimensionales de esferas<sup>(4-5)</sup> en estos empaquetamientos bidimensionales se observan reacomodamientos de diversos tamaños antes de que se desencadene la avalancha.

Según su tamaño estos pueden separarse en dos categorías:

#### a) PEQUEÑOS

- Afectan a menos del 25% del total de los discos de una capa.

- Aparecen en la superficie libre cuando la pendiente local supera el ángulo estático.

- Aparecen dentro del sistema debido a la ruptura de arcos o a deslizamientos en los bordes de esos arcos.

#### b) GRANDES

- Producen el desplazamiento de aproximadamente el 40% del total de los discos, incluyendo una gran proporción de discos en la superficie libre.

- Estos reacomodamientos, contrario a lo que se observa en la avalancha, no desplazan discos fuera del sistema.

Como se mencionó en la sección anterior, también se realizaron experimentos en empaquetamientos donde los discos fueron ordenados en forma hexagonal. En estos casos el sistema no muestra reacomodamientos previos a la avalancha.

### Resultados experimentales.

Para empaquetamientos desordenados se observa, como en los experimentos tridimensionales, que los ángulos característicos son independientes de la altura del empaquetamiento:

$$\langle \theta_M \rangle = 36^\circ \pm 4^\circ$$

$$\langle \theta_R \rangle = 23^\circ \pm 4^\circ$$

Por otro lado, un número constante de capas superficiales ( $N_{av} \approx 4$ ) está involucrado en la avalancha aunque de estas capas solo aproximadamente la mitad es desplazada fuera del sistema durante la avalancha:

$$N_{desplazado} \approx N_{av}/2 \approx 2$$

## III. SIMULACION NUMERICA

### Descripción del autómatas celular

A fin de modelar el sistema experimental descrito en la sección anterior se propone un autómatas celular cuyas principales reglas están guiadas por la compactación local (C).

Se utiliza una grilla cuadrada de  $N \times M = 25 \times 24$ , donde cada nodo de la grilla equivale a una celda.

La base rugosa corresponde a la fila  $i = 1$  y la superficie libre se encuentra delimitada por las celdas en la fila  $i = 20$ , por lo que se pretende simular un empaquetamiento de  $N_L = 20$  capas. Las escalas espaciales y temporales se establecen definiendo que los discos tienen un diámetro medio  $d = 2\text{cm}$ , el plano se inclina a una velocidad angular  $\omega = 2^\circ/\text{min}$  y cada paso de la simulación representa un intervalo temporal  $\Delta t = 0.05\text{min}$ .

Inicialmente,  $\theta = 0^\circ$  ( $k = 1$ ) las celdas (nodos) en las primeras 20 filas tiene una cantidad de discos tal que  $C(\theta = 0^\circ) \sim 0.7$  y el resto de las celdas están vacías ( $C = 0$ ).

A cada paso  $k$ , el autómatas celular realiza las siguientes rutinas:

1) Se aumenta la pendiente:

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \omega \Delta t.$$

2) Calcula la probabilidad, PG, de que en algún lugar del sistema la fuerza tangencial supere la fuerza de fricción estática:

$P_G = \tan(\theta(k)) / \tan(\theta_S)$ , donde  $\theta_S$  es el ángulo estático ( $\theta_S = 35^\circ$ ). De esta forma si un número random entre 0 y 1 es menor a PG habría movilización de algunos discos.

3) Para cada celda (i,j) calcula la probabilidad  $P_{total} = P_g P_C P_{rel-inercial}$ , que es la probabilidad de que sea en esa celda donde ocurre la movilización, para eso tiene en cuenta la siguientes probabilidades:

a)  $P_g$ , la probabilidad de que la gravedad sea suficiente para movilizar algunos discos. De esta forma:

$$P_g = \tan(\theta) / \tan(\theta_M), \text{ con } \theta_M = 35^\circ.$$

b)  $P_C$ , la probabilidad de que en cada celda la compactación local sea suficiente para permitir la movilización de los discos, para ello se tiene en cuenta un valor umbral  $C_{umbral}$  que no puede excederse a fin de evitar la aglomeración de discos en una celda que lleve a valores de compactación ficticios. Así:

$$P_C = 1 - (C_{umbral} - C(i, j, k-1)), \text{ con } C_{umbral} = 0.82.$$

c)  $P_{rel-inercial}$ , la probabilidad que la movilización se origine en el hecho que en el paso anterior (k-1) ya haya discos en movimiento en la misma celda o en las vecinas corriente arriba (hasta segundo vecinos), así:

$$P_{rel-inercial} = \text{Cantidad de discos móviles} / \text{Cantidad de discos totales}.$$

De esta forma si un número random entre 0 y 1 es menor a  $P_{total}$ , el número total de discos que pueden movilizarse en la celda (i, j) es:

$N_{mov}(k) = \text{ceil}(P_{total} \text{ Número de discos}(i, j, k-1))$ , donde ceil es una función que busca el entero superior mas próximo a fin de obtener un número entero de discos en movimiento.

4) Encuentra para cada celda el área libre disponible:

$A_{libre} = (1 - C(i, j, k-1)) * \text{Area Celda}(i, j, k-1)$ , de esta forma se puede definir un camino libre:

$$\lambda(i, j, k) = (A_{libre} / N_{mov}(k))^{1/2}.$$

Así si  $\lambda(i, j, k) / d$  es mayor a un valor umbral, los discos tiene suficiente lugar para moverse y la velocidad de cada disco se define como:

$$V_{disco}(i, j, k) = \lambda(i, j, k) / \Delta t.$$

Por lo tanto la velocidad media en la celda queda definida como:

$$V_{celda}(i, j, k) = V_{disco}(i, j, k) * N_{mov}(i, j, k) / \text{cantidad de discos en}(i, j, k-1).$$

5) Se define otro parámetro  $P_{mov}$  que si supera un valor umbral  $P_{umbral} = 0.5$ , determina que el movimiento de los discos no queda restringido a su celda sino que los mismos pueden difundir a celdas vecinas. Se define entonces:

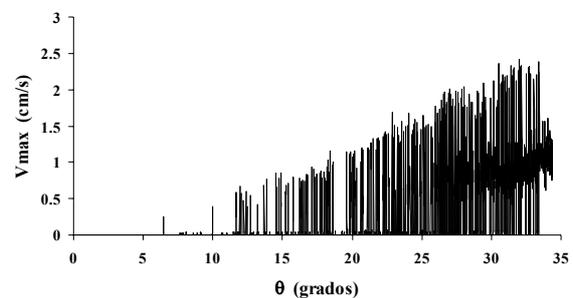
$$P_{mov}(i, j, k) = (A_{libre} / \text{Cantidad de discos}(i, j, k))^{1/2} / (\text{Area Celda}(i, j, k))^{1/2}.$$

Finalmente, si el movimiento ya comenzó en algún paso previo, se puede regular el tamaño de la zona sobre

la que este movimiento ejerce influencia. De esta forma en un paso posterior solo se analiza ese entorno en busca de movimiento. La inclusión de entornos de influencia se realiza a fin de estudiar que tipo de correlación espacial coincide mejor con la observada experimentalmente.

## Resultados numéricos

El modelo numérico reproduce la aparición de varios reacomodamientos antes de la pérdida global de estabilidad del sistema (Fig. 2). Se observa que a medida que el sistema se acerca al umbral de estabilidad,  $\theta_M$ , la velocidad máxima alcanzada por los discos no varía sensiblemente con la pendiente  $\theta$  del empaquetamiento. Cabe destacar que una vez que comienza la avalancha, el modelo deja de ser válido, ya que el mismo no tiene en cuenta la pérdida de discos que son desplazados fuera del sistema durante este



evento catastrófico.

Figura 2. Velocidad máxima alcanzada en el empaquetamiento en función de la pendiente del sistema para un entorno de 10d. En este caso se observa que la avalancha se desencadena en  $\theta_M = 34.4^\circ$ .

El máximo ángulo de estabilidad no varía sensiblemente con el entorno de influencia observándose un valor de  $\theta_M \approx 37^\circ$  para un entorno de 1d y alcanzando un valor de  $\theta_M \approx 34^\circ$  para entornos de influencia mayores.

Independientemente del entorno de influencia se observa que ocurren reacomodamientos de diferentes tamaños mientras el empaquetamiento evoluciona hacia su umbral de estabilidad. Sin embargo, se observó que el tamaño de los reacomodamientos aumenta con el entorno de influencia.

También se observa (Fig. 3), que los eventos grandes muestran un aumento significativo de tamaño a medida que aumenta la pendiente  $\theta$ , lo que coincide con lo observado experimentalmente.

Por otro lado, solamente cuando el entorno de influencia es de 10d, se observa que la cantidad de filas móviles coincide mejor con lo que se observa cuantitativamente en los experimentos.

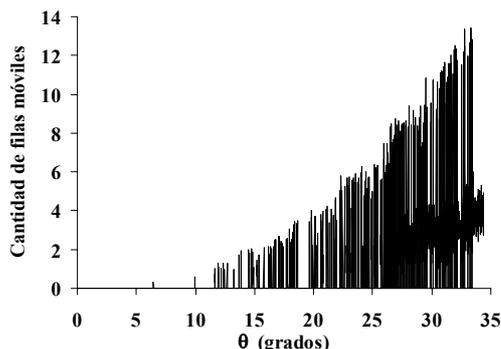


Figura 3. Cantidad de filas móviles en función de la pendiente del sistema para un entorno de 10d.

En cuanto a la compactación del sistema, se definirá  $\langle C \rangle$ , un valor medio de la misma, como el cociente entre el total de discos en el sistema sobre el área total de las celdas ocupadas y se estudiará su evolución con la pendiente  $\theta$  para distintos entornos de influencia (Fig. 4). Se observa que independientemente del entorno utilizado, la compactación media del empaquetamiento  $\langle C \rangle$  disminuye discretamente en saltos llegando a valores distintos en el umbral de estabilidad.

Se observa la presencia de una curva límite para el entorno de influencia 10d.

Para cada  $\theta$ , el valor de  $\langle C \rangle$  disminuye a medida que el entorno de influencia aumenta desde 1d a 10d y a partir de allí, para entornos de influencia mayores las curvas coinciden con la de 10d, indicando que a partir de este entorno cualquier movimiento en el empaquetamiento afecta a todo el sistema.

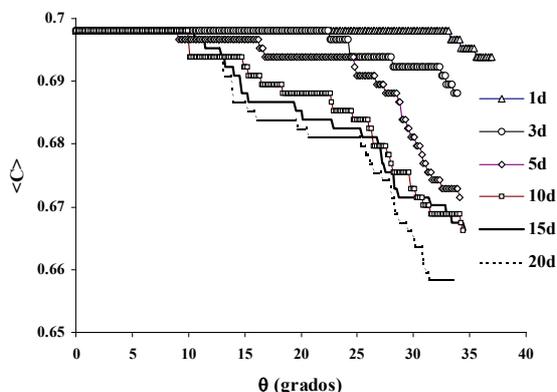


Figura 4.  $\langle C \rangle$  en función de la pendiente del sistema para distintos entornos de influencia.

Es conocido que en los empaquetamiento granulares los granos, en este caso los discos, antes de ponerse en movimiento deben desencastrarse, fenómeno que se conoce como dilatancia<sup>(1)</sup> y que produce un aumento en la altura del empaquetamiento, es decir un aumento del volumen disponible, lo que da origen a una disminución de la compactación. Una forma de observar la presencia de la dilatancia es definir una compactación global como la cantidad total de discos sobre el área de las filas ocupadas  $\langle C_{\text{capas}} \rangle$ . Este parámetro es muy sensible a cambios de altura del empaquetamiento:

basta que al menos un disco se mueva a una de las filas (capas) superiores vacías para que se considere un cambio en el área disponible igual al total del área de toda una fila ( $\propto N$ ) y no ya solo de la celda ocupada por ese disco.

En la Fig. 5, se observa, excepto para el entorno de influencia 1d, que el sistema dilata significativamente a  $\theta \approx 10^\circ$ , pendiente en la que comienzan los reajustes (Fig 3). Luego se observa otra dilatación importante aproximadamente  $4^\circ$  antes de que se desencadena la avalancha en  $\langle \theta_M \rangle$ .

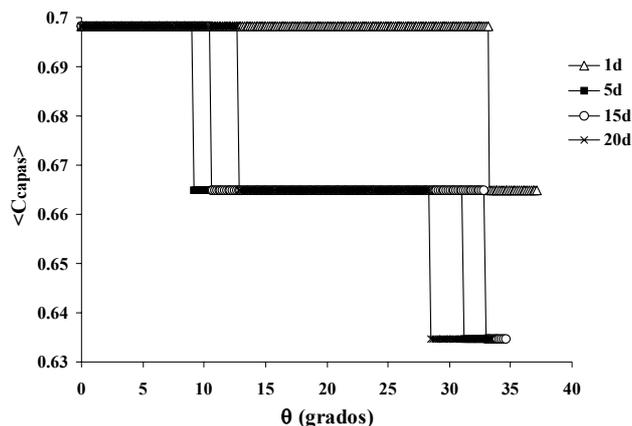


Figura 5:  $\langle C_{\text{capas}} \rangle$  en función de la pendiente del sistema.

## Conclusiones y perspectivas

La dinámica y estática de los sistemas granulares se ve fuertemente influenciada por diferentes factores. Diferentes estudios<sup>(1)</sup> han considerado que algunos de ellos pueden ser la humedad ambiente, la fricción entre granos, la red de contactos, la red de tensiones y la compactación entre otros.

Los resultados presentados muestran la importancia preponderante que tienen los efectos de la compactación local en la evolución del sistema a su umbral de estabilidad. Solamente este factor es tenido en cuenta en el modelo presentado en este trabajo y es suficiente para reproducir varios de los resultados cualitativos observados en los experimentos entre ellos:

- La aparición de reajustes de diferentes tamaños.
- El aumento del tamaño de los eventos grandes con el incremento en el ángulo de inclinación  $\theta$  del sistema.

Los resultados experimentales concuerdan cuando en la simulación se considera un entorno de influencia de 10d o superior y muestran que el sistema dilata en pasos discretos por lo que son estos reajustes los responsables de los cambios en la descompactación del sistema.

Actualmente se intenta mejorar el modelo buscando una definición más precisa del tiempo característico a fin de poder de obtener velocidades comparables a los resultados experimentales ( $V \approx 10\text{cm/s}$ ) que aparecen subestimadas en este modelo.

## Referencias

- 1 - Duran J. Sables, Poudres et Grains. Ed. Eyrolles, ISBN 2-212-05831-4, 1997.
- 2 - Aguirre M.A., Nerone N., Calvo A., Ippolito I., Bideau D. Influence of the number of layers on the equilibrium of a granular packing, Phys. Rev. E 62, 738 (2000).
- 3 - Aguirre M.A., Nerone N., Calvo A., Bideau D., Ippolito I. Avalanche parameters: dependence on the size of the granular packing. Traffic and Granular Flow '99: Social, Traffic and Granular Dynamics, pg 489, editado por D. Helbing, H. J. Herrmann, M. Schreckenberg, and D. E. Wolf. Springer, Berlin, 2000.
- 4 - Nerone N., Aguirre M. A., Calvo A., Ippolito I., Bideau D. Surface fluctuations in a slowly driven granular system. Physica A, 283, 218-222 (2000).
- 5 - Nerone N., Aguirre M.A, Calvo A., Bideau D., Ippolito I. Instabilities in slowly driven granular packing, Phys Rev E 67, 011302 (2003).
- 6 - Aguirre M. A., Calvo A., Ippolito I., Medus A., Mancuso M. Phys Rev E 73, 041307 (2006).
- 7 - Aguirre M. A., Medus A., Mancuso M., Calvo A., Ippolito I. Physica A 371,29-32 (2006).