

EFECTO DE LA RENORMALIZACIÓN DEL FACTOR ESPECTROSCÓPICO EN EL DECAMIENTO DEL ^{212}Po

RENORMALIZED GROUND STATE ALPHA DECAY OF ^{212}Po

A. C. Dassie^{*1,2,3} y R. M. Id Betan^{1,2,3}

¹Instituto de Física Rosario (CONICET-UNR) Esmeralda y Ocampo, S2000EYP Rosario, Argentina

²Departamento de Física FCEIA (UNR) Av. Pellegrini 250, S2000BTP Rosario, Argentina

³Instituto de Estudios Nucleares y Radiaciones Ionizantes (UNR), Riobamba y Berutti, S2000EKA Rosario, Argentina

Recibido: 10/01/2023; Aceptado: 25/01/2023

En el siguiente trabajo describimos el decaimiento alfa del núcleo ^{212}Po mediante el formalismo del modelo de capas con estados de energía compleja. Las representaciones de un protón y un neutrón se determinan por un potencial de Woods-Saxon. Para la interacción entre nucleones se utiliza un potencial efectivo con factor de forma Gaussiano dependiente del espín e isoespín. El factor espectroscópico de cuatro nucleones y el ancho de partícula simple son calculados microscópicamente para el decaimiento alfa. Se estudia la estabilidad del protocolo de renormalización del factor espectroscópico, garantizando así su significado físico de probabilidad, y la influencia del mismo sobre el decaimiento alfa calculado. Se observa que la renormalización corrige el tiempo de vida media calculado en un $\sim 40\%$, obteniéndose así un valor tres veces mayor al experimental únicamente utilizando los grados de libertad de los nucleones y su interacciones.

Palabras Clave: decaimiento alfa, modelo de capas nuclear, renormalización.

In the present work, we use the complex-energy shell model formalism to describe the alpha decay of the ^{212}Po nucleus. Single-particle bases constructed from Woods-Saxon potentials are used to build many-body basis. Spin-isospin Gaussian effective interaction between all pairs of nucleons is considered. Four-body spectroscopic factor and single-particle width are calculated. The stability of the spectroscopic factor renormalization protocol is demonstrated, thus ensuring its physical significance, and its influence on the calculated alpha decay is presented. It is observed that the renormalization modifies the calculated half-life by $\sim 40\%$, which is a value three times larger than the experimental. Still, without appealing to any cluster structure from the beginning, i.e., all calculations were carried out using single nucleon degree of freedom.

Keywords: alpha decay, complex energy nuclear shell model, renormalization.

<https://doi.org/10.31527/analesafa.2023.34.2.33>



ISSN 1850-1168 (online)

I. INTRODUCCIÓN

El decaimiento alfa puede ser considerado como un proceso de dos pasos [1]. En primer lugar, un clúster alfa se forma dentro del núcleo primario y reside en un estado metaestable. Este primer proceso es descrito mediante la amplitud de preformación $g(R)$ que representa la probabilidad de formación de la partícula alfa, obtenido al evaluar el overlap entre las funciones de onda del núcleo primario (A), el residual ($A - 4$) y el alfa. En segundo lugar, la partícula alfa formada atraviesa la barrera de potencial y escapa del núcleo. Este proceso se calcula utilizando la probabilidad de penetración.

Teniendo esto en cuenta, el ancho de decaimiento absoluto puede ser obtenido a partir de la expresión de la teoría general de reacciones [2]

$$\hat{\Gamma}_L = \mathcal{S}_L \Gamma_L^{\text{sp}} \quad (1)$$

donde \mathcal{S}_L es el factor espectroscópico renormalizado y Γ_L^{sp} es el ancho de decaimiento de partícula simple.

II. FORMALISMO

Un modelo de cinco cuerpos es utilizado para el estudio del estado fundamental del ^{212}Po . El potencial de campo medio de Woods-Saxon, sumado a la interacción espín-órbita, son optimizados al espectro experimental de un protón y un neutrón interactuando con el carozo ^{208}Pb . Con estos estados se construyen los niveles de energía de los núcleos ^{210}Pb , ^{210}Po y ^{210}Bi .

Los estados de menor energía obtenidos para nn y pp son utilizados para construir una base de cuatro nucleones, a través de la cual se diagonaliza el Hamiltoniano de cinco cuerpos, $\mathcal{H} = H_{nn} + H_{pp} + V_{np}$, donde V_{np} es la interacción residual entre protones y neutrones, y H_{nn} y H_{pp} son los Hamiltonianos de dos protones y dos neutrones, respectivamente:

$$V_{np} = V(\vec{\mathbf{r}}_1, \vec{\mathbf{r}}_3) + V(\vec{\mathbf{r}}_1, \vec{\mathbf{r}}_4) + V(\vec{\mathbf{r}}_2, \vec{\mathbf{r}}_3) + V(\vec{\mathbf{r}}_2, \vec{\mathbf{r}}_4)$$

$$H_{nn} = h_n(\vec{\mathbf{r}}_1) + h_n(\vec{\mathbf{r}}_2) + V(\vec{\mathbf{r}}_1, \vec{\mathbf{r}}_2)$$

$$H_{pp} = h_p(\vec{\mathbf{r}}_3) + h_p(\vec{\mathbf{r}}_4) + V(\vec{\mathbf{r}}_3, \vec{\mathbf{r}}_4) + \frac{e^2}{|\vec{\mathbf{r}}_3 - \vec{\mathbf{r}}_4|}$$

con $e^2 = 1.43997 \text{ MeV fm}$ y V la interacción efectiva Gaus-

* dassie@ifir-conicet.gov.ar

siana dependiente del espín e isoespín

$$V(r) = V_{se}(r)P_{se} + V_{to}(r)P_{to} + V_{te}(r)P_{te} + V_{so}(r)P_{so}$$

con $r = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$, P_τ el proyector sobre uno de los canales de espín-isoespín $\tau = \{se, to, te, so\}$ y

$$V_\tau(r) = V_\tau e^{-\frac{r^2}{\beta_\tau^2}} \quad (2)$$

con V_τ constante.

Funciones de onda de dos partículas

Los autovalores generados por el potencial de Woods-Saxon sumado al espín-orbita y al potencial de Coulomb

$$h(\vec{r})\Psi_{a,m_a}(\vec{r}) = \varepsilon_a \Psi_{a,m_a}(\vec{r}) \quad (3)$$

son utilizados como representación de partícula simple, con $a = \{n_a, l_a, j_a\}$ y ε_a la energía de partícula simple relativa al carozo.

De las bases de neutrones y protones formamos las bases de dos partículas idénticas en el acople jj

$$\Psi_{ab}^{J^\pi M}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = N_{ab}^J \sum_P (-)^P P [\Psi_a(\vec{r}_1) \Psi_b(\vec{r}_2)]_{J^\pi M} \quad (4)$$

donde $N_{ab} = \frac{1}{\sqrt{2(1+\delta_{ab})}}$ y P es el permutador de los números cuánticos con $(-)^P = 1$ o $(-)^P = (-)^{j_a+j_b-J+1}$ para permutaciones pares o impares, respectivamente.

Los estados de dos neutrones y dos protones correlacionados son calculados a través de las ecuaciones de Schrödinger de tres cuerpos

$$H_{nn} \Psi_{J_{nn}^\pi M_{nn}} = E_{J_{nn}^\pi} \Psi_{J_{nn}^\pi M_{nn}} \quad (5)$$

$$H_{pp} \Psi_{J_{pp}^\pi M_{pp}} = E_{J_{pp}^\pi} \Psi_{J_{pp}^\pi M_{pp}} \quad (6)$$

con $\Psi_{J^\pi M}$ expandida en la base de dos cuerpos $\Psi_{ab}^{J^\pi M}$

$$\Psi_{J^\pi M} = \sum_{a \leq b} X_{ab}^{J^\pi} \Psi_{ab}^{J^\pi M}. \quad (7)$$

Las amplitudes $X_{ab}^{J^\pi}$, están normalizadas con la métrica de Berggren [3], es decir $\sum_{a \leq b} (X_{ab}^{J^\pi})^2 = 1$.

Funciones de onda de cuatro partículas

Los estados de neutrones y protones correlacionados $\Psi_{J_{nn}^\pi M_{nn}}$ y $\Psi_{J_{pp}^\pi M_{pp}}$, respectivamente, son utilizados para generar la base de cuatro partículas

$$\{\Psi_{J_{nn} J_{pp}}^{J^\pi M} = [\Psi_{J_{nn}^\pi M_{nn}} \Psi_{J_{pp}^\pi M_{pp}}]_{J^\pi M} = |J_{nn} J_{pp}, J^\pi\rangle\}. \quad (8)$$

Entonces, la función de onda de cuatro nucleones correlacionados son

$$|\Psi_{J^\pi M}\rangle = \sum_{J_{nn} J_{pp}} Z_{J_{nn} J_{pp}}^{J^\pi} |J_{nn} J_{pp}, J^\pi\rangle \quad (9)$$

donde la sumatoria puede contener más de un J_n y/o J_p para el mismo número cuántico.

En la base utilizada, los elementos de matriz de cuatro cuerpos de los Hamiltonianos H_{nn} and H_{pp} son diagonales

[4], y entonces la ecuación de autovalores se escribe

$$\sum_{J_{nn} J_{pp}} \left[(E_{J_{nn}} + E_{J_{pp}}) \delta_{J_{nn} J_{pp}} \delta_{J_{nn} J_{pp}} + \langle J_{nn} J_{pp}, J^\pi | V_{np} | J_{nn} J_{pp}, J^\pi \rangle \right] Z_{J_{nn} J_{pp}}^{J^\pi} = E_{J^\pi} Z_{J_{nn} J_{pp}}^{J^\pi}$$

donde E_{J^π} son las energías de cuatro cuerpos relativas al carozo.

Factor espectroscópico del decaimiento alfa

La amplitud de preformación de la partícula alfa en el formalismo utilizado puede escribirse como [5]

$$g_L(R) = \int d\Omega_R \int d\xi_\alpha \int d\xi_D \Psi_{J^\pi M}^{\mathcal{A}} [\phi_\alpha(\xi_\alpha) \Psi_{jm}^D(\xi_D) Y_L^M(R)]_{J^\pi M}^* \quad (10)$$

donde ϕ_α es la función de onda intrínseca normalizada de la partícula alfa, Y_L^M es la parte angular del movimiento del centro de masa de la partícula alfa y Ψ_{jm}^D es la función de onda del núcleo residual. ξ_α y ξ_D son las coordenadas intrínsecas de la partícula alfa y del núcleo residual, respectivamente.

El factor espectroscópico \mathcal{S}_L contiene información sobre la probabilidad de formar un “cluster” alfa en el núcleo primario. En términos de la amplitud de formación, S_L puede escribirse como [1]

$$\mathcal{S}_L = \int_0^\infty g_L^2(R) R^2 dR. \quad (11)$$

Renormalización del factor espectroscópico

Interpretar al factor espectroscópico S_L como probabilidad de formación de la partícula alfa es problemático pues la función $\mathcal{A} [\phi_\alpha(\xi_\alpha) \Psi_{jm}^D(\xi_D) Y_L^M(R)]_{J^\pi M}^*$ no está correctamente normalizada [1, 6, 7].

El factor espectroscópico con significado físico [6, 7] (también conocido como cantidad de “clusterización”) se obtiene de

$$\hat{\mathcal{S}}_L = \int_0^\infty \hat{g}_L^2(R) R^2 dR \quad (12)$$

donde \hat{g}_L es la amplitud de preformación modificada

$$\hat{g}_L(R) = \int \mathcal{N}_L^{-1/2}(R, R') g_L(R') R'^2 dR'. \quad (13)$$

Para calcular $\mathcal{N}_L^{-1/2}(R, R')$, se expanden las autofunciones del “norm kernel” \mathcal{N} en una base ortonormalizada de funciones Gaussianas (SGB) [5, 7] $\tilde{F}_L(R, R_k)$ con R_k puntos equidistantes por ΔR en el intervalo $(0, R_{\max})$ y $k = 1, \dots, M$, siendo M la dimensión de la base.

El ancho de decaimiento en el modelo de dos cuerpos

El tiempo de vida media del decaimiento alfa puede ser calculado a partir del ancho reducido de partícula simple. La expresión en la aproximación de dos cuerpos para el ancho

reducido es la siguiente [8]:

$$\Gamma_L^{\text{sp}} = \frac{\hbar^2 \text{Re}(k)}{\mu} \frac{|u_L(r)|^2}{|H_L^+(\eta, kr)|^2} \quad (14)$$

siendo μ la masa reducida del sistema $\alpha + {}^{208}\text{Pb}$, u_L la correspondiente función de onda de Gamow, H_L^+ la función de Coulomb saliente, y $\eta = \frac{2Z_{\text{core}}\mu e^2}{\hbar^2 k}$ el parámetro de Coulomb-Sommerfeld. La función de onda de partícula simple es calculada utilizando un potencial de Woods-Saxon más la interacción de Coulomb.

El tiempo de vida media es entonces obtenido mediante $T_{1/2}^{\text{sp}} = \frac{\ln(2/\hbar)}{\Gamma_L^{\text{sp}}}$, a través del cual, junto con el factor espectral renormalizado, se obtiene el ancho reducido $\hat{\Gamma}_L = \hat{\mathcal{S}}_L \Gamma_L^{\text{sp}}$ y el tiempo de vida media [2]

$$\hat{T}_{1/2} = \frac{T_{1/2}^{\text{sp}}}{\hat{\mathcal{S}}_L}. \quad (15)$$

III. APLICACIONES

Bases de partícula simple

El espacio de partícula simple es modelado con estados ligados y resonancias a través de un potencial de Woods-Saxon, sumado Coulomb en el caso de protones. Los parámetros del Hamiltoniano de partícula simple (referentes al potencial Woods-Saxon y Coulomb), se presentan en la Tabla 2. Estos parámetros fueron optimizados mediante el algoritmo de minimización χ^2 [9] a las energías experimentales de la Tabla 1. En dicha Tabla también presentamos las energías calculadas de ${}^{209}\text{Pb} = {}^{208}\text{Pb} + n$ y ${}^{209}\text{Po} = {}^{208}\text{Pb} + p$.

TABLA 1: Energías experimentales [10] y calculadas [11] para neutrones y protones (en MeV) en el carozo ${}^{208}\text{Pb}$. Las energías calculadas se obtuvieron a partir de los parámetros de la Tabla 2. La parte imaginaria del $2p_{1/2}$ de protones calculada es del orden de 10^{-15} MeV.

${}^{209}\text{Pb}$			${}^{209}\text{Bi}$		
Estado	ϵ_{Exp}	ϵ_v	Estado	ϵ_{Exp}	ϵ_π
$1g_{9/2}$	-3.937	-3.936	$0h_{9/2}$	-3.799	-3.798
$0i_{11/2}$	-3.158	-3.129	$1f_{7/2}$	-2.586	-2.585
$0j_{15/2}$	-2.513	-2.521	$0i_{13/2}$	-1.845	-1.844
$2d_{5/2}$	-2.372	-2.430	$1f_{5/2}$	-0.660	-0.408
$3s_{1/2}$	-1.904	-1.822	$2p_{3/2}$	-0.409	-0.103
$1g_{7/2}$	-1.445	-1.537	$2p_{1/2}$	0.121	0.766
$2d_{3/2}$	-1.400	-1.373			

La única resonancia que incorporamos es el $2p_{1/2}$ para protones. Como la parte imaginaria de esta resonancia es del orden de 10^{-15} MeV, decidimos no incorporar su contorno para la completitud de la base de Berggren [3], pues no se verán modificados los estados de dos y cuatro partículas por la parte imaginaria insignificante.

Las representaciones

Los cálculos de los niveles de energía de dos y cuatro partículas fueron realizados tomando como punto de partida dos representaciones de la base de partícula simple. La representación I contiene, para neutrones, los estados de la

TABLA 2: Parámetros de campo medio para neutrones y protones (errores en paréntesis). El radio de Coulomb es $r_c = 1.359(0.3)$ fm.

Nucleón	$V_0(\text{MeV})$	$V_{so}(\text{MeV fm})$
Neutrón	33.445(0.6)	17.286(4.5)
Protón	52.834(0.7)	17.711(5.2)

Nucleón	$a(\text{fm})$	$r_0(\text{fm})$
Neutrón	0.840(0.1)	1.485(0.4)
Protón	0.744(0.3)	1.359(0.3)

capa *sdgi* que se encuentran por encima del número mágico 126, y para protones contiene los estados de la capa *pfh* que se encuentran por encima del número mágico 82. La representación II, parte de la representación I y le agrega el estado de partícula simple “intruder” en la capa: el $0j_{15/2}$ en neutrones y el $0i_{13/2}$ en protones. Respecto a las bases utilizadas por Glendenning y Harada en su publicación [4], incorporamos tres nuevos estados, tanto en protones como en neutrones.

Interacción de dos cuerpos

Para la interacción de dos cuerpos, se tomó como referencia la publicación [4], principalmente para fijar los β de las interacciones y apagar los potenciales V_{so} y V_{to} . En relación al trabajo anterior [5], se utiliza una interacción efectiva entre nucleones y se considera la interacción protón-neutrón. Las intensidades de los potenciales fueron optimizadas utilizando el algoritmo χ^2 tomando como referencia las energías experimentales de los estados 0^+ y 2^+ para *nn*, 0^+ y 4^+ para *pp*, y $1 \leq J \leq 9$ y $\pi = -$ para *np*.

Respecto a los isótopos ${}^{210}\text{Pb}$ y ${}^{210}\text{Po}$, obtenemos una muy buena descripción del estado fundamental, pero con baja precisión de los estados excitados, tal cual se observa en la referencia [4]. Respecto al ${}^{210}\text{Bi}$, al igual que en la publicación de Glendenning y Harada, no logramos respetar la inversión entre los estados 0^- y 1^- , pero si obtenemos una gran descripción de los estados excitados pares e impares ajustados.

TABLA 3: Potenciales de dos partículas (en MeV) para las interacciones espín-isoespín de dos cuerpos en las dos representaciones. Las intensidades fueron optimizadas utilizando el algoritmo χ^2 [9]. Los potenciales V_{so} y V_{to} se mantuvieron siempre en cero. Para *nn* se utilizó $\beta_{se} = 1.9$ fm, para *pp* $\beta_{se} = 1.4$ fm y para *np* $\beta_{se} = 1.58$ fm y $\beta_{te} = 1.3$ fm.

V_τ	Representación I		
	<i>nn</i>	<i>pp</i>	<i>np</i>
<i>se</i>	-24.426	-37.752	-1.195
<i>te</i>	-	-	-137.909

V_τ	Representación II		
	<i>nn</i>	<i>pp</i>	<i>np</i>
<i>se</i>	-23.261	-32.689	-1.445
<i>te</i>	-	-	-137.332

IV. RESULTADOS

Las intensidades de la Tabla 3 fueron aplicados para el cálculo del estado fundamental del ${}^{212}\text{Po}$. Si se utiliza el potencial V_{te} definido en la Tabla 3, para la representación I se obtiene una energía de $E_{\text{gs}}({}^{212}\text{Po}) = -19.118$ MeV

mientras que para la representación *II* la energía es de $E_{\text{gs}}(^{212}\text{Po}) = -19.100\text{MeV}$. Para recuperar la diferencia de $\sim 200\text{keV}$ respecto al valor experimental $E_{\text{gs}}^{\text{Exp}}(^{212}\text{Po}) = -19.341\text{MeV}$, debemos ajustar el potencial V_{te} por una constante $\chi_I = 1.118$ y $\chi_{II} = 1.131$, para la representación *I* y *II*, respectivamente. En la Tabla 4 presentamos las amplitudes parciales mayores a un 1%, para ambas representaciones estudiadas. Como las amplitudes más importantes son las que solo incorporan a los primeros estados pares $\{0_1^+, 2_1^+, 4_1^+, \dots\}$, decidimos acotar la base de dos partículas utilizada en el marco de cuatro cuerpos, de forma que solo estos primeros estados pares la compongan. En la Tabla 4 también presentamos las amplitudes del estado fundamental así obtenidas, donde podemos observar que restringir la base de dos partículas afecta de manera insignificante al estado fundamental de cuatro partículas.

TABLA 4: Amplitudes parciales de la función de onda del estado fundamental del ^{212}Po , obtenidas en cada una de las representaciones, tanto con la base de dos cuerpos completa como acotada.

$ J_n^\pi, J_p^\pi\rangle$	Base completa		Base acotada	
	Rep. I	Rep. II	Rep. I	Rep. II
$ 0_1^+ 0_1^+\rangle_{0_1^+}$	0.830	0.836	0.831	0.835
$ 2_1^+ 2_1^+\rangle_{0_1^+}$	0.362	0.356	0.364	0.359
$ 4_1^+ 4_1^+\rangle_{0_1^+}$	0.269	0.262	0.280	0.277
$ 6_1^+ 6_1^+\rangle_{0_1^+}$	0.217	0.212	0.239	0.236
$ 8_1^+ 8_1^+\rangle_{0_1^+}$	0.170	0.167	0.203	0.203

A partir de estos resultados, se calculó la amplitud de preformación $g(R)$ y se obtuvieron los consiguientes factores espectroscópicos sin normalizar: $\mathcal{S}_I = 1.181 \cdot 10^{-3}$ y $\mathcal{S}_{II} = 1.698 \cdot 10^{-3}$. Es destacable que la inclusión de los estados “intruders” $0j_{15/2}$ y $0i_{13/2}$ en la base de neutrones y protones, respectivamente, genera un incremento del $\sim 50\%$ en el factor espectroscópicos del sistema.

Ancho reducido de partícula simple

Si consideramos al núcleo alfa sin estructura, podemos estudiar al mismo como una partícula en las cercanías del carozo ^{208}Pb , afectada por el potencial generado por el mismo. Los parámetros utilizados para este potencial de Woods-Saxon son [12] : $V_0 = 143.054\text{MeV}$, $a = 0.69\text{fm}$ y $r_0 = 1.315\text{fm}$, de forma que describe la siguiente energía de la partícula alfa, incluyendo la corrección por apantallamiento [13] : $Q_\alpha = Q^{\text{Exp}} + \Delta E_{\text{ap}} = 8.986\text{MeV}$, con $Q^{\text{Exp}} = 8.9542\text{MeV}$ y $\Delta E_{\text{ap}} = 31.8\text{keV}$.

De esta manera, obtenemos que el ancho medio de partícula simple es $\Gamma^{\text{sp}} = 0.183 \cdot 10^{-12}\text{MeV}$, y una consecuente vida media de $T_{1/2}^{\text{sp}} = 2.500\text{ns}$, dos órdenes de magnitud del valor experimental $T_{1/2}^{\text{Exp}} = 0.2952(13)\mu\text{s}$ [10]. Si incorporamos los factores espectroscópicos hasta aquí obtenidos, para $J = M = 0$ tendremos los siguientes tiempos de vida media $T_{1/2} = T_{1/2}^{\text{sp}}/\mathcal{S}$:

$$T_{1/2}(I) = 2.111\mu\text{s} \mid T_{1/2}(II) = 1.468\mu\text{s}. \quad (16)$$

Vemos que incluso con la segunda representación, el tiempo de vida media calculado es mayor al doble que el experimental. Esto se debe a la no normalización del fac-

tor espectroscópico, el cual entonces no está representando realmente la “cantidad de clusterización” del sistema.

Renormalización

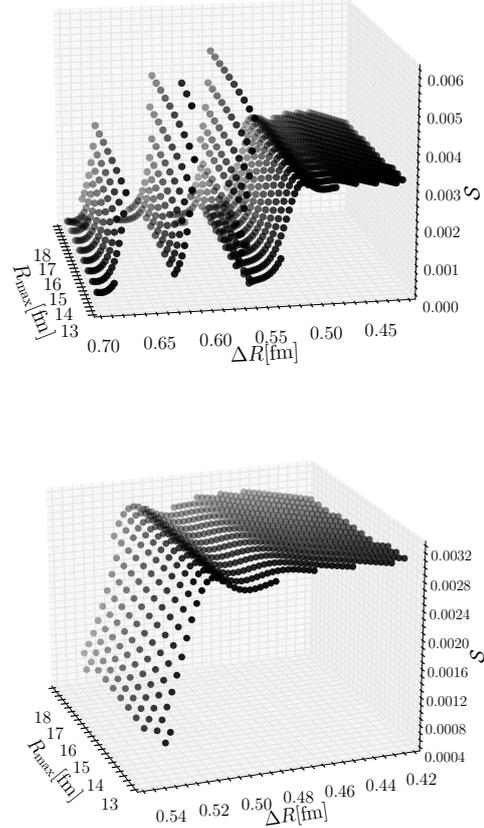


FIG. 1: Superior: Diferentes superficies del factor espectroscópico renormalizado \mathcal{S} en función de ΔR y R_{max} . Inferior: Convergencia de \mathcal{S} con $\Delta R \rightarrow 0.42\text{fm}$.

Para renormalizar los factores espectroscópicos, nos basaremos en las publicaciones de Fliessbach y Mang [6, 7]. Como fue presentado, el “norm kernel” depende de ΔR y R_{max} . En la Fig. 1 Superior, presentamos la dependencia del factor espectroscópico renormalizado \mathcal{S} como función de ΔR y R_{max} , en la Representación II. Allí podemos observar varias superficies de \mathcal{S} que son independientes de R_{max} , donde aquellas con $\Delta R > 0.55\text{fm}$ divergen, mientras que la única superficie que presenta una meseta y converge es aquella con $0.55\text{fm} > \Delta R$ cuando $\Delta R \rightarrow 0.42\text{fm}$, que observamos en la Fig. 1 Inferior. Estos valores de ΔR son consistente con el utilizado por Fliessbach y Mang [6], $\Delta R = 0.46\text{fm}$. Tomando este valor para ΔR obtenemos $\mathcal{S} = 2.98 \cdot 10^{-3}$, que es el valor que se mantiene durante toda la meseta de la Fig. 1 Inferior.

El hecho de que no exista convergencia para valores de $\Delta R \in (0, 0.42\text{fm}] \cup [0.55, \infty\text{fm})$ y $R_{\text{max}} \in (0, 13\text{fm}] \cup [18, \infty\text{fm})$ puede deberse a que la representación dada por las funciones Gaussianas (SGB) no es adecuada, sea porque los estado están muy separados entre ellos o porque existe solapamiento [7].

Los valores espectroscópicos renormalizados obtenidos

en cada representación son los siguientes:

$$\hat{\mathcal{S}}_I = 2.01 \cdot 10^{-3} \quad | \quad \hat{\mathcal{S}}_{II} = 2.98 \cdot 10^{-3} \quad (17)$$

a través de los cuales, se obtienen los siguientes tiempos de vida media:

$$\hat{T}(I) = 1.241 \mu s \quad | \quad \hat{T}_{1/2}(II) = 0.837 \mu s. \quad (18)$$

El valor obtenido con la representación I , es aproximadamente un orden de magnitud mayor que el experimental, mientras que con la representación II , el valor obtenido es aproximadamente 3 veces el experimental. Estos resultados aun se encuentran lejos del valor experimental, pero no debemos de perder de vista que las representaciones de partícula simple utilizan solo estados ligados, más una única resonancia prácticamente ligada. Esto es alentador, pues esperamos que incorporando los estados resonantes en neutrones y protones, logremos disminuir la diferencia y acercarnos aun más al valor experimental.

V. CONCLUSIONES

En el trabajo presentado se estudió el decaimiento alfa del núcleo ^{212}Po en el modelo de capas nuclear complejo utilizando un formalismo de cinco cuerpos con una interacción Gaussiana efectiva entre pares de nucleones dependiente del isoespín.

Utilizando dos representaciones de partícula simple, se calcularon los factores espectroscópicos \mathcal{S} del sistema. Se observó que incorporar los estados “intruder” en las bases de partícula simple incrementó el factor espectroscópico en un $\sim 50\%$. A la hora de implementar la renormalización del factor espectroscópico, se siguió un protocolo que permitió notar una estabilidad del mismo en las cercanías de los parámetros utilizados por los trabajos pioneros. Esta renormalización permitió observar en ambas representaciones un incremento del $\sim 70\%$ del \mathcal{S} .

Junto con el factor espectroscópico renormalizado, se necesitó del ancho de partícula simple para obtener finalmente el observable tiempo de vida media. Así, con un ancho de partícula simple tres ordenes de magnitud menor que el experimental, para la representación I de partícula simple, se obtuvo un tiempo de vida media ~ 4.2 veces mayor al experimental, mientras que para la representación II , el tiempo de vida media calculado es ~ 2.8 veces mayor al experimental.

Estos resultados deben ser considerados como un escalón importante en la construcción final del decaimiento. Al ser un trabajo en proceso, se espera que incorporar estados resonantes en las representaciones acerque el valor calculado al valor experimental. No debemos perder de vista que si incorporamos resonancias más anchas, los contornos y sus estados de dispersión necesariamente deben ser incluidos en la base.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas PIP-0930.

REFERENCIAS

- [1] R. Lovas, R. Liotta, A. Insolia, K. Varga y D. Delion. Microscopic theory of cluster radioactivity. *Phys. Rep.* **294**, 265-362 (1998).
- [2] A. Arima y S. Yoshida. Alpha-decay widths of ^{20}Ne . *Phys. Lett. B* **40**, 15-19 (1972).
- [3] T. Berggren. On the use of resonant states in eigenfunction expansions of scattering and reaction amplitudes. *Nucl. Phys. A* **109**, 265-287 (1968).
- [4] N. K. Glendenning y K. Harada. Shell-model calculation for ^{212}Po . *Nucl. Phys.* **72**, 481-508 (1965).
- [5] R. I. Betan y W. Nazarewicz. α decay in the complex-energy shell model. *Phys. Rev. C* **86**, 034338 (2012).
- [6] T. Fliessbach y H. Mang. On absolute values of α -decay rates. *Nucl. Phys. A* **263**, 75-85 (1976).
- [7] T. Fliessbach. Antisymmetrization in the alpha-nucleus system. *Zeitschrift für Physik A Atoms and Nuclei* **277**, 151-158 (1976).
- [8] A. T. Kruppa y W. Nazarewicz. Gamow and R-matrix approach to proton emitting nuclei. *Phys. Rev. C* **69** (2004).
- [9] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling y B. P. Flannery. *Numerical recipes* eprint: <http://apps.nrbook.com/empanel/index.html> (Cambridge. Universtiy Press, 2007).
- [10] National Nuclear Data Center. <http://www.nndc.gov>.
- [11] T. Vertse, K. F. Pál y Z. Balogh. Computer Physics Communications **27**, 309 (1982).
- [12] R. M. DeVries, J. S. Lilley y M. A. Franey. Absolute Reduced α Widths in the Lead Region. *Phys. Rev. Lett.* **37**, 481-484 (1976).
- [13] R. G. Thomas. A Formulation of the Theory of Alpha-particle Decay from Time-independent Equations. *Prog. Theor. Phys.* **12**, 253-264 (1954).