Anales AFA Vol. 34 Nro. 3 (Septiembre 2023 - Diciembre 2023) 51-54

LA INERCIA DE LA LUZ. VERIFICACIÓN DE LA SEGUNDA LEY DE NEWTON POR PARTE DE UN FLUJO DE RADIACIÓN CONFINADO EN UNA CAVIDAD REFLECTANTE

THE INERTIA OF LIGHT. VERIFICATION OF NEWTON'S SECOND LAW BY A CONFINED FLOW OF RADIATION IN A REFLECTIVE CAVITY

C. M. Figueroa*[1] y S. Saracho[2]

[1]*Laboratorio de Física del Sólido, INFINOA (CONICET-UNT), Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán, 4000 San Miguel de Tucumán, Argentina*

[2]*Departamento de Física-FACET– Universidad Nacional de Tucumán. Av. Independencia 1800 – (4000) Tucumán – Argentina*

Recibido: 09/03/2023; Aceptado: 30/05/2023

En 1904, el físico austríaco Fritz Hasenöhrl examinó por medio de experimentos mentales la radiación de cuerpo negro en una cavidad reflectante. A través del cálculo del trabajo necesario para mantener la cavidad en movimiento a velocidad constante en oposición a la presión de radiación, calculó para la energía de la radiación, un valor equivalente a $E = \frac{3}{8}mc^2$, relación que corrigió en 1905 a $E = \frac{3}{4}mc^2$. Esta relación establece una equivalencia entre la masa m y la energía E de la radiación y fue finalmente corregida a la forma actual $E = mc^2$ por Einstein. La conclusión de estas deducciones es que la luz tiene masa e inercia. Basándonos en un experimento mental inspirado en el de Hasenöhrl, en el que aceleramos una cavidad reflectante que contiene un flujo de radiación interno, llegamos a la conclusión de que, bajo ciertas condiciones de movimiento, la luz verifica la 2da Ley de la Inercia de Newton.

Palabras Clave: masa inercial, cavidad reflectante, fotón, Efecto Doppler, frecuencia, Hasenohrl.

In 1904, the Austrian physicist Fritz Hasenöhrl examined by means of mental experiments the black body radiation in a reflecting cavity. By calculating the work required to keep the cavity moving at constant velocity in opposition to the radiation pressure, he calculated for the radiation energy a value equivalent to $E = \frac{3}{8}mc^2$, relation corrected in 1905 to $E = \frac{3}{4}mc^2$. This relation establishes an equivalence between mass m and radiation energy E and was finally corrected to the present known form $E = mc^2$ by Einstein. The conclusion from these deductions is that light has mass and inertia. Based on a thought experiment inspired by Hasenöhrl's, in which we accelerate a reflecting cavity containing an internal radiation flux, we conclude that, under certain conditions of motion, light verifies Newton's 2nd Law of Inertia.

Keywords: inertial mass, reflecting cavity, photon, Doppler Effect, wave frequency, Hasenohrl.

https://doi.org/10.31527/analesafa.2023.34.3.51 ISSN 1850-1168 (online)

I. INTRODUCCIÓN

Hasenöhrl en su experimento mental, imaginó una cavidad con paredes radiantes y perfectamente reflectantes (A y B) que se mueve con velocidad constante v con respecto al sistema del laboratorio [1], tal como se muestra en la Fig. 1. Las paredes radiantes se encuentran a la misma temperatura y emiten radiación de cuerpo negro. El autor analiza la presión de radiación ejercida por los fotones emitidos sobre las paredes, y considera que desde el sistema del laboratorio se observa una fuerza neta aceleradora, causada por efecto Doppler. Es decir, desde este sistema, la frecuencia de la radiación emitida desde paredes opuestas de la cavidad se desplaza hacia extremos opuestos del espectro (una hacia el azul y otra hacia el rojo), esta diferencia de frecuencia causa presiones de radiación diferentes en las paredes y por lo tanto la fuerza neta. Esto implica que para mantener la velocidad de la cavidad hace falta una fuerza externa igual y opuesta. A partir del cálculo del trabajo realizado por esta fuerza neta [2], Hasenhörl infiere la siguiente relación entre la energía de la radiación y su masa inercial: $E = \frac{3}{4}mc^2$. Este trabajo, aunque erróneo tanto en su planteamiento como en su resultado fue parte del proceso de análisis que permitió a Einstein llegar al resultado correcto en 1905 ($E = mc^2$) [3]. El procedimiento seguido por Hasenöhrl (Ref. [1] y [2]) ha sido objeto de una serie de análisis posteriores [4, 5].

En este trabajo nos propusimos estudiar, a partir de un experimento mental similar al de Hasenhörl, las relaciones entre los parámetros dinámicos de la cavidad, para el límite no relativista. El principio de relatividad del movimiento establece que no se puede diferenciar entre el estado de reposo y el de movimiento uniforme de un cuerpo por medio de experimentos físicos, esto descarta a la fuerza neta de la presión de radiación deducida por Hasenhörhl. En el caso de la cavidad, el efecto Doppler no causa una diferencia de presión entre sus paredes opuestas, debido a que estas, aunque se desplazan con respecto al laboratorio, se hallan en reposo relativo entre sí. Este razonamiento invalida cualquier pretensión de obtener las relaciones dinámicas buscadas a partir de una cavidad con movimiento uniforme. El presente enfoque parte de estudiar la interacción entre una cavidad reflectante y la radiación contenida, para el caso acelerado

* cfigueroa@herrera.unt.edu.ar

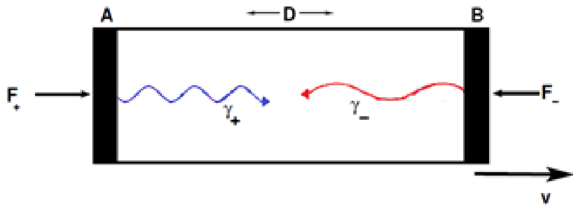

FIG. 1: Una cavidad formada por dos radiadores de cuerpo negro, A y B en un recinto completamente reflectante, de longitud D. En un momento t = 0 los casquetes radiantes comienzan a emitir fotones en la dirección del movimiento (+) y en sentido contrario al del movimiento (-). Desde el marco de un observador en movimiento,(el laboratorio), los fotones (+/-) estarán desplazados al azul/rojo y, por tanto, ejercerán fuerzas de reacción diferentes sobre A y B [5].

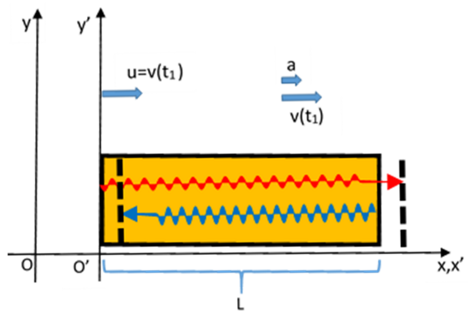

FIG. 2: Esquema de la ubicación de la cavidad en t_1. Las líneas segmentadas indican la posición de las paredes trasera y delantera de la cavidad al momento de ser alcanzadas por la radiación reflejada en t_1

en el límite de aceleraciones y velocidades bajas.

II. DESARROLLO

Presentación del problema

Consideremos una situación en la que una cavidad o tubo de caras espejadas de longitud L, se desplaza con velocidad v y aceleración a colineales en el sentido positivo a lo largo del eje x del sistema de coordenadas del laboratorio, como se muestra en la Fig. 2. Por algún medio insertamos en la cavidad un haz de luz monocromático de frecuencia f_0 que se propaga simétricamente, con velocidad c, en ambos sentidos sobre el eje x, con el objeto de estudiar la interacción y el efecto de esta radiación sobre las paredes de la cavidad. En un sistema no acelerado un fotón dado recorre la distancia L, c/L veces por segundo, es decir que va a impactar sobre cada extremo del tubo $c/2L$ por segundo.
El impulso del fotón es:

$$p = mc = \frac{hf_0}{c}. \tag{1}$$

Dado que en la reflexión el impulso transferido es $2p$ a cada pared entonces el impulso transferido por segundo es:

$$\frac{2pc}{2L} = \frac{hf_0}{L}. \tag{2}$$

Si hay n fotones la tasa de impulso total transferido a cada pared es:

$$F = \frac{nhf_0}{L}. \tag{3}$$

Para la caja no acelerada, no hay fuerza neta porque esta fuerza es igual en ambos espejos.

Resolución

Para el caso acelerado (ver Fig. 2) partimos de que en un instante t_1, la velocidad de la caja es $v(t_1)$ y su posición es x_1 desde la perspectiva del sistema del laboratorio O. En este instante introducimos un sistema O' comóvil con el tubo, es decir que en t_1 se cumple que $v(t_1) = u$ donde u es la velocidad relativa entre los sistemas O y O'. Como se trata del caso no relativista podemos suponer $t = t'$ y $a = a'$. De aquí en más el estudio se va a realizar desde la perspectiva de O'. Desde este sistema, la cavidad se encuentra en reposo en $t_1 = t'_1$, mientras que la posición de la pared trasera de la cavidad es $x'_t(t_1) = 0$ y la de la delantera es $x'_d(t_1) = L$. Por lo tanto, los fotones reflejados desde el extremo de adelante en $t_1 = t'_1$ se encuentran con la pared trasera en la posición:

$$x'_t = \frac{aT_1^2}{2}. \tag{4}$$

En esta situación se cumple:

$$L = cT_1 + \frac{aT_1^2}{2}. \tag{5}$$

Donde el tiempo que tarda la luz en llegar de un extremo al otro es:

$$T_1 = (\sqrt{c^2 + 2aL} - c)/a. \tag{6}$$

En este caso, cuando los fotones alcanzan la pared trasera, la velocidad de esta con respecto a O' es:

$$v_b = \sqrt{(c^2 + 2aL)} - c = aT_1. \tag{7}$$

Dado que cuando la pared delantera es alcanzada por los fotones, se encuentra en la posición $x'_d = L + \frac{aT_2^2}{2}$, debe cumplirse la siguiente igualdad:

$$cT_2 = L + \frac{aT_2^2}{2}. \tag{8}$$

Por lo tanto, el tiempo de vuelo de los fotones es:

$$T_2 = (c - \sqrt{c^2 - 2aL})/a \tag{9}$$

y la velocidad de la pared delantera cuando es alcanzada por la radiación, medida desde O', es:

$$v_r = c - \sqrt{(c^2 - 2aL)} = aT_2. \tag{10}$$

Vamos a reemplazar las expresiones de la velocidad por su versión dividida por c:

$$\beta_b = \sqrt{1 + \frac{2aL}{c^2}} - 1, \qquad \beta_r = 1 - \sqrt{1 - \frac{2aL}{c^2}}. \tag{11}$$

La diferente duración de los viajes de ida (T_2) y de vuelta (T_1), causa una diferencia entre las velocidades de la pared trasera y delantera al momento de ser alcanzadas por la radiación (para más precisión entre las velocidades relativas entre el emisor y el receptor). Pero en el límite de aceleraciones y velocidades bajas se puede promediar el tiempo de vuelo de los fotones, lo que es equivalente a promediar las velocidades relativas entre la fuente y el emisor en cada reflexión de la luz.
El promedio de velocidad es:

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{\beta_r+\beta_b}{2} = \frac{\sqrt{1+\frac{2aL}{c^2}}-1+1-\sqrt{1-\frac{2aL}{c^2}}}{2},\\ \beta &= \frac{\sqrt{1+\frac{2aL}{c^2}}-\sqrt{1-\frac{2aL}{c^2}}}{2}.\end{aligned} \tag{12}$$

En estas condiciones, en las que podemos descartar la asimetría causada por los diferentes tiempos de vuelo, debido a la aceleración de la cavidad, la mitad del haz que se mueve hacia adelante llega corrido al rojo a la pared delantera, es reflejado y recupera su frecuencia inicial al llegar a la pared trasera. Mientras que la mitad del haz que se mueve hacia atrás llega corrido al azul a la pared trasera, donde se refleja para alcanzar la pared delantera con su frecuencia inicial. El haz queda, efectivamente partido en dos. La pared delantera recibe un haz compuesto con una componente con la frecuencia inicial (f_0) y otra componente corrida al rojo (f_r) y la pared trasera recibe el mismo haz desplazado al azul, o sea con una componente con la frecuencia inicial y otra corrida al azul (f_b), como se muestra en la Fig. 3.
Ahora tenemos una fuerza neta sobre la cavidad, debida al

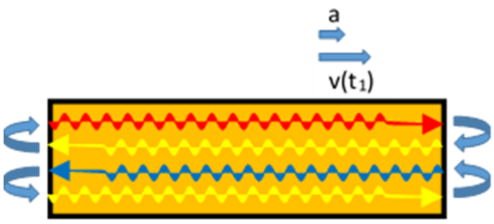

FIG. 3: La aceleración de la cavidad causa una diferencia de velocidad entre la pared emisora y la receptora y por lo tanto, una diferencia de presión de radiación por Efecto Doppler. El haz de luz se divide en dos ramas.

exceso de presión de radiación sobre la pared trasera, esta fuerza es:

$$F = \frac{nh(f_b-f_0)}{2L}+\frac{nh(f_0-f_r)}{2L} = \frac{nh(f_b-f_r)}{2L}. \tag{13}$$

Donde las expresiones para el Efecto Doppler son:

$$\begin{aligned}f_b &= f_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}},\\ f_r &= f_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}.\end{aligned} \tag{14}$$

Reemplazando queda:

$$F = \frac{nh(f_b-f_r)}{2L} = \frac{nhf_0}{2L}\left(\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}-\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\right). \tag{15}$$

Para el límite $\frac{2aL}{c^2}\to 0$ esta expresión queda de la forma:

$$F = \frac{nhf_0}{2L}\frac{2aL}{c^2} = a\frac{nhf_0}{c^2} = a\frac{E}{c^2}. \tag{16}$$

Donde E es la energía inicial de la radiación. Por simple analogía, si hacemos $m=\frac{E}{c^2}$, en la expresión anterior obtenemos la segunda Ley de Newton:

$$F = ma. \tag{17}$$

En un sentido más riguroso la condición $\frac{2aL}{c^2}\to 0$ se cumple para $2aL \ll c^2$, esto implica adicionalmente una limitación para la longitud máxima de la cavidad.
Como resultado final, conseguimos por medio de un planteo sencillo, el doble objetivo de verificar las propiedades inerciales de la radiación contenida en una cavidad en el límite no-relativista y de obtener la expresión correcta de la equivalencia masa-energía: $E=mc^2$ para la radiación electromagnética.

III. CONCLUSIONES

El objetivo de Fritz Hasenöhrl al plantear su experimento mental era determinar la relación general entre la masa y la energía de la radiación. Aunque el enfoque es factible y puede ser útil para el análisis de las propiedades dinámicas de la radiación, el conocimiento incipiente de las implicancias de la Teoría de la Relatividad derivó en errores conceptuales importantes. Hay que tener en cuenta que el físico austríaco desarrolló estas ideas dentro del marco de la teoría del éter. Desde nuestro punto de vista, la comprensión insuficiente del principio de relatividad habilitó una aproximación incorrecta al problema en condiciones de movimiento uniforme. Einstein dedujo la expresión correcta en 1905 con un enfoque diferente, analizando el cambio en la energía total de un cuerpo que emite radiación [3]. En este trabajo, logramos deducir una expresión para la fuerza resultante de la presión de radiación sobre la cavidad, para el caso acelerado, con un planteo sencillo y dentro del marco de la Relatividad Especial. La sencillez del planteo incluso habilita su introducción con fines didácticos en cursos básicos de física. Queda demostrado que la inercia es una ley general de la naturaleza, que rige para todos los tipos de movimiento y que incluso la radiación electromagnética, bajo ciertas condiciones, verifica en forma aproximada la Segunda Ley de Newton. En el caso de la radiación contenida en la cavidad, esto implica que su masa se puede considerar constante en condiciones de velocidades y aceleraciones bajas. Finalmente, es necesario remarcar que este enfoque abre la posibilidad de una aproximación más rigurosa al problema, en condiciones de velocidades relativistas.

REFERENCIAS

[1] F. Hasenöhrl. Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern. Annalen der Physik **320,** 344-370 (1904).

[2] F. Hasenöhrl. Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern, Berichtigung. Annalen der Physik **321,** 589-592 (1905).

[3] A. Einstein. Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig? Annalen der Physik **323,** 639-641 (1905).

[4] E. Fermi y A. Pontremoli. On the mass of radiation in an empty space. Astrophysics **32,** 162-164 (1923).

[5] S. Boughn y T. Rothman. Hasenohrl and the Equivalence of Mass and Energy. arXiv:1108.2250v4 (2011).