

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA LUBRICACIÓN POR APLASTAMIENTO EN RODILLAS SANAS Y ARTRÓNICAS

NUMERICAL ANALYSIS OF SQUEEZE FILM LUBRICATION ON HEALTHY AND OSTEOARTHRITIC KNEE JOINTS

L. E. Robledo Blasco^{*1,2}, B. A. Weiss¹, S. Ubal^{1,2}, E. P. Ravera² y J. Di Paolo¹

¹Grupo Biomecánica Computacional (GBC) – Facultad de Ingeniería -Universidad Nacional de Entre Ríos
Ruta 10, km 11 – (3110) -Oro Verde- Entre Ríos – Argentina

²Instituto de Investigación y Desarrollo en Bioingeniería y Bioinformática-IBB (IBB-CONICET)
Ruta 10, km 11 – (3110) -Oro Verde- Entre Ríos – Argentina

Recibido: 17/11/2023 ; Aceptado: 15/01/2023

La articulación sinovial de la rodilla puede verse afectada por enfermedades, como artritis o artrosis, siendo generalmente el reemplazo de rodilla la solución clínica seleccionada en casos irreversibles. Este trabajo se orienta a investigar el mecanismo de lubricación por aplastamiento en rodillas sanas y artróticas, con la finalidad de lograr conocimientos que puedan utilizarse para retrasar el reemplazo de rodilla.

Se analiza un único cóndilo adoptando el modelo geométrico equivalente de elipsoide rígido sobre plano deformable, donde se considera que el fluido sinovial es Newtoniano y que el cartílago articular es un material elástico lineal. Se realizaron estudios variando el módulo de elasticidad del cartílago, su espesor y la viscosidad del fluido sinovial, adoptando valores correspondientes a articulaciones naturales sanas y osteoártróticas, con el fin de evaluar su influencia en el desempeño del proceso de lubricación por aplastamiento (squeeze film lubrication).

En comparación con lo obtenido para una articulación sana, la disminución patológica del módulo de elasticidad no tendría una influencia significativa en el mínimo espesor de película lubricante, mientras que la disminución patológica del espesor del cartílago incrementaría dicho espesor. La disminución patológica de la viscosidad disminuye en un 65 % el espesor mínimo de película lubricante, por lo que la viscosuplementación (y consiguiente aumento de la viscosidad) sería deseable porque prevendría el desgaste de las superficies articulares. La disminución del espesor o en el módulo elástico del cartílago produciría una disminución de las tensiones en el tejido. Por otra parte, una disminución de la viscosidad produce un aumento de estas tensiones.

En la articulación artrótica (donde la viscosidad del fluido, el espesor y el módulo elástico del cartílago se encuentran disminuidos), para una carga de 800 N, la altura mínima del canal de lubricación, la presión máxima y la tensión de Von Mises en el cartílago obtenidas son 66 %, 22 % y 28 % menores que aquellas obtenidas para una articulación sana.

Palabras Clave: articulación de rodilla, artrosis, lubricación por aplastamiento, modelado computacional.

The synovial joint of the knee can be affected by diseases, such as arthritis or osteoarthritis, being a knee replacement the selected clinical solution in irreversible cases. This work is aimed at investigating lubricated contact in healthy and pathological knees, with the aim of achieving knowledge that can be used to delay knee replacement.

The equivalent geometric model of a rigid ellipsoid on a deformable plane is adopted, where the synovial fluid is considered to be Newtonian and the articular cartilage is a linear elastic material. Studies were carried out varying the modulus of elasticity E of the cartilage, its thickness e and the viscosity of the synovial fluid, adopting values corresponding to healthy and osteoarthritic natural joints, in order to evaluate their influence on the functioning of the joint considering squeeze film lubrication.

Compared to what was obtained for a healthy joint, the decrease in the elastic modulus E would not have a significant influence on the minimum lubricant film thickness, while the decrease in cartilage thickness would improve said thickness. The decrease in viscosity decreases the minimum thickness of the lubricating film by 65 %, so viscosupplementation would increase the viscosity, which would also increase said thickness and prevent wear of the articular surfaces. A decrease in cartilage thickness or in cartilage module would produce a decrease of the cartilage tensions. On the other hand, a decrease of viscosity produces an increase of these tensions.

In a pathological joint (where the fluid viscosity and the cartilage thickness and elastic module are diminished), and considering a load of 800 N, the minimum film height, the maximum pressure and the maximum Von Mises tension obtained are 66 %, 22 % and 28 % respectively lower than those observed for a healthy articulation.

Keywords: knee joint, osteoarthritis, squeeze film lubrication, computational modeling.

<https://doi.org/10.31527/analesafa.2024.35.1.15>



ISSN - 1850-1168 (online)

* leandro.blasco@uner.edu.ar

I. INTRODUCCIÓN

La rodilla es una articulación sinovial que cumple un rol principal durante la marcha, donde se encarga de transmitir las cargas aplicadas sobre ella a las demás porciones del miembro inferior al mismo tiempo que brinda la estabilidad suficiente para poder balancear el peso del cuerpo. El funcionamiento óptimo de esta articulación es imprescindible para el buen desempeño de todo el miembro inferior durante la marcha [1].

Una mayor comprensión del comportamiento de esta articulación tiene su aplicación práctica tanto en la industria como en la medicina: modelos más apropiados de la rodilla podrían ser utilizados para evaluar el funcionamiento de esta articulación en situaciones no óptimas, tales como patologías degenerativas, al mismo tiempo que podría servir de base para el desarrollo de articulaciones artificiales que emulen el comportamiento de la junta sana. Debido a esto, el estudio de esta articulación ha sido un tema de gran interés tanto en campos de la ingeniería como de las ciencias médicas [1].

Un modelo de la junta sinovial de la rodilla debe considerar el comportamiento del fluido sinovial que lubrica las superficies articulares, la deformación del cartílago articular, la distribución de las cargas aplicadas sobre las superficies articulares y la geometría de dichas superficies. El conjunto de ecuaciones que gobiernan este sistema es no lineal y altamente acoplado. Esto se traduce en la necesidad de utilizar métodos numéricos en la resolución. De esta manera, los primeros trabajos sobre modelización de la articulación [2, 3] plantearon hipótesis muy restrictivas, aplicables sólo a casos puntuales o simplificados. Con el avance de las técnicas de resolución y de las tecnologías computacionales, pudieron resolverse modelos con hipótesis menos restrictivas [4-6].

En este trabajo se adopta el modelo geométrico equivalente de elipsoide rígido sobre plano deformable, se considera que el fluido sinovial es de tipo Newtoniano y que el cartílago articular se comporta como un material elástico lineal. El fenómeno de lubricación por aplastamiento de la película lubricante (squeeze film lubrication) es el predominante durante la fase de apoyo, por lo que se consideró que las superficies se aproximan sin tener en cuenta el desplazamiento relativo en dirección tangencial entre las superficies.

En particular, como la osteoartritis (o artrosis) altera las características mecánicas de la articulación, entre las cuales la viscosidad del fluido sinovial η , el módulo de elasticidad E y el espesor del cartílago articular e son menores en una articulación artrósica en comparación a aquellos correspondientes a una sana, en este trabajo se incluyó un análisis del comportamiento de esta articulación al cambiar alguna de las características antes mencionadas (η , E o e) o todas ellas.

II. MÉTODOS

Características geométricas del modelo

La articulación de rodilla consiste principalmente en dos cóndilos femorales que se articulan sobre los platillos tibiales, tal como se ve en la Fig. 1.

De manera equivalente esta articulación se puede consi-



FIG. 1: Articulación natural de la rodilla. Modificada de (Injury-map, 2018)

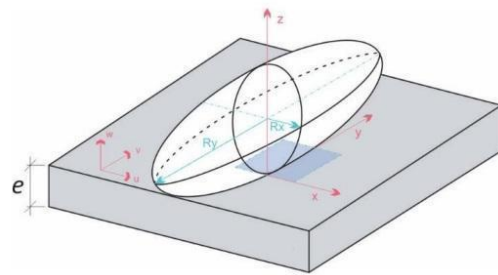


FIG. 2: Modelo geométrico equivalente utilizado, adoptado de Weiss (2022).

derar como un elipsoide rígido que se aproxima a un sustrato plano deformable (EoP) [7, 8]. Dicho elipsoide posee un radio equivalente en dirección sagital (R_x) y uno en dirección medial (R_y) (Fig. 2), de tal manera que dichos radios se pueden expresar como

$$R_x = \frac{R_{xf}R_{xt}}{R_{xt} - R_{xf}} \quad (1.a)$$

y

$$R_y = 2,844R_x, \quad (1.b)$$

donde los subíndices f y t hacen referencia a los cóndilos femoral y tibial, respectivamente.

Las superficies articulares se encuentran recubiertas por cartílago hialino articular, cuyo espesor y características mecánicas varían en función de la posición anatómica. En el modelo EoP, el sustrato plano deformable es quien adopta las características mecánicas del cartílago, por lo que se considera que su espesor es $e = 2 e_{CA}$, siendo e_{CA} un espesor uniforme representativo del cartílago articular real [7, 8].

Vidal-Lesso y col. [9] determinaron que el espesor del cartílago difiere entre el caso sano y el osteoarthrítico: Mientras que el cartílago sano posee un espesor promedio $e_{CA} = 2,25$ mm, el cartílago osteoarthrítico puede tener espesores que rondan desde $e_{CA} = 1,50$ mm hasta un valor prácticamente nulo.

Altura del canal de lubricación y deformación del plano

La carga proveniente de las porciones superiores del miembro inferior se transmite hacia el fluido sinovial, el

cual aumenta su presión y produce una deformación sobre las superficies articulares. Estas deformaciones afectan, a su vez, las dimensiones del canal de lubricación y, por lo tanto, el campo de presiones del fluido se modifica. Por ello, las ecuaciones que gobiernan los procesos de lubricación y de deformación en la articulación se encuentran fuertemente acopladas.

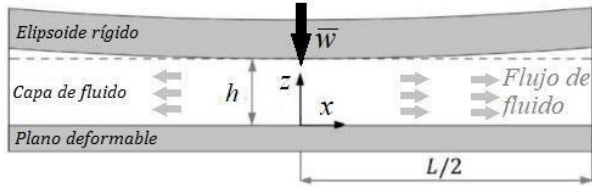


FIG. 3: Esquema de la zona de contacto.

La altura del canal de lubricación (denotada con h , Fig. 3) para el modelo EoP se obtiene por medio de la siguiente ecuación:

$$h = h_0 + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} + wt + \delta_z, \quad (2)$$

siendo h_0 la menor distancia entre las superficies indeformadas en el instante inicial y δ_z el desplazamiento de cada punto de la superficie del sólido al deformarse. El mismo se obtiene al resolver las ecuaciones de elasticidad lineal. Se consideró que el elipsoide se desplaza aproximándose al plano a una velocidad w por lo que el producto wt es el desplazamiento del elipsoide rígido debido a dicha aproximación. En este trabajo se consideró que las superficies se aproximan con una velocidad constante $w = 0,1$ m/s [10], desde una distancia de separación inicial $h_0 = 100$ μ m.

Deformación del sustrato

Para determinar δ_z , se modela al cartílago como un sólido elástico lineal, isotrópico y homogéneo, y se asume que las deformaciones sobre éste son pequeñas. Por lo tanto, se resuelven las ecuaciones 3D de elasticidad lineal,

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = 0, \quad (3)$$

donde

$$\mathbf{T} = \frac{E}{1+\nu} \left(\boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\nu}{(1-2\nu)} \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I} \right),$$

siendo

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\dagger)$$

el tensor de deformaciones infinitesimales, \mathbf{u} el vector de desplazamientos, E el módulo de elasticidad y ν la relación de Poisson del cartílago. Se asumió que la superficie superior está en contacto con el fluido sinovial y está sometida a la presión de éste ($T_n = \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} = -p$), mientras que la superficie opuesta, está en contacto con el hueso y se mantiene fija ($\mathbf{u}=0$). El resto de las superficies se suponen libres de tensiones ($T_n = 0$, Fig. 4).

Vidal-Lesso y col. [9] determinaron experimentalmente valores promedio de módulo de elasticidad tanto para el car-

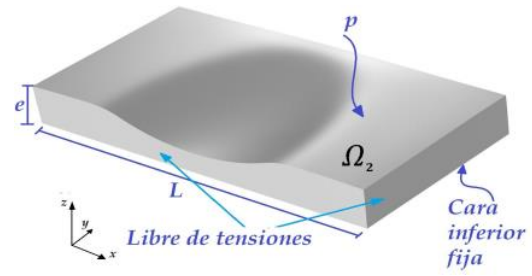


FIG. 4: Condiciones de contorno impuestas sobre el sólido. Ω_2 denota el dominio en donde se resuelven las ecuaciones de elasticidad lineal.

tílago articular sano ($E = 16$ MPa) como para el osteoartrítico ($E = 5,5$ MPa). En este trabajo se usarán estos valores.

Ecuación de lubricación de Reynolds

El fluido sinovial posee un comportamiento no Newtoniano. Sin embargo, debido a las altas tasas de corte a las que se encuentra sometido, es usual aproximarlo a un fluido Newtoniano. En este trabajo se considera que el fluido sinovial es Newtoniano, siendo la viscosidad $\eta = 0,1$ Pa s en el caso osteoartrítico y $\eta = 1,0$ Pa s en el caso sano.

A partir de las ecuaciones de cantidad de movimiento para el fluido sinovial, considerando la hipótesis de lubricación (donde las dimensiones del dominio L son mucho mayores que los espesores de canal h , $L \gg h$), flujo cuasi estacionario, fuerzas de inercia y volumen despreciables, flujo isotérmico e incompresible, se puede obtener la ecuación de lubricación de Reynolds que permite determinar cómo se relacionan el campo de presión p y la altura del canal h :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (4)$$

La ec. (4) es una forma simplificada de la ecuación de Reynolds, válida solamente para estudiar el fenómeno de aplastamiento de la película lubricante, el cual predomina en la fase de contacto inicial del ciclo de la marcha y en los momentos en los que la velocidad de arrastre es nula [11]. Durante el aplastamiento de la película lubricante se modifica tanto su espesor como la presión cuando se aplican impulsos de carga, principalmente en periodos de tiempo muy pequeños, por lo que este mecanismo de lubricación es esencial para prevenir el colapso de la película lubricante durante situaciones de cambio repentino de la carga aplicada [11, 12]. De esta manera, el sistema de ecuaciones a resolver consiste en la ecuación de altura del canal, la ecuación de deformación del material y la ecuación de lubricación de Reynolds.

Explotando la simetría del elipsoide que modela el cóndilo, sólo se resuelven las ecuaciones de lubricación en un dominio correspondiente a la mitad del cóndilo (región gris en Fig. 5). Luego, en las fronteras marcadas en azul (Fig. 5) se impone la condición de presión nula. En la frontera restante se adopta una condición de simetría (derivada de la presión $\partial p / \partial y = 0$). El tamaño del dominio L debe ser lo suficientemente grande para evitar que esta última condición sea satisfecha de manera forzada. Debido a esto, se seleccionó un tamaño de dominio $L_x = L_y = L = 8,00$ cm.

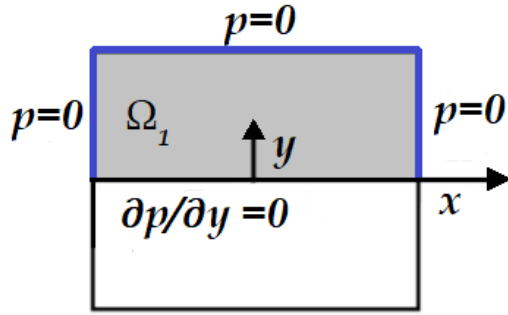


FIG. 5: Condiciones de frontera impuestas sobre el fluido, Ω_1 corresponde a la superficie superior del sustrato deformable.

Técnica de resolución

Se utilizó el software comercial COMSOL Multiphysics 5.2a, el cual está basado en el método de elementos finitos. La implementación se llevó a cabo utilizando los módulos matemática y mecánica estructural de dicho software. Se utilizó un resolvidor directo paralelo (PARDISO) con una tolerancia de 0,01 y método de resolución temporal de tipo BDF con escalado de tiempo libre.

Para garantizar la independencia de los resultados con la malla se resolvió el mismo problema con mallas sucesivamente más finas. La malla resultante (con 249435 elementos tetraédricos en total) se muestra en la Fig. 6, la cual presenta una discretización más fina sobre la superficie superior del sólido deformable, debido a que la convergencia del modelo está altamente ligada a la resolución de la ecuación de lubricación (Ec. (4)).



FIG. 6: Discretización del dominio.

La resolución de las ecuaciones en el dominio da como resultado los valores de presión y desplazamiento del sustrato a medida que el cóndilo (elipsoide) y el cartílago (plano) se aproximan entre sí.

La carga que soporta la junta se puede obtener al integrar el valor de la presión a lo largo de la misma:

$$W = \int_{\Omega} p(t) d\Omega \quad \text{en } \Omega_2. \quad (5)$$

La fuerza máxima promedio que soporta una articulación de miembro inferior de una persona que camina o sube escaleras es aproximadamente 3 veces su peso corporal ($PC = MC * g$). Por otro lado, la carga calculada por la ecuación (5) corresponde a la mitad de un único cóndilo femoral (debido a la simetría con respecto al plano x-z). Por lo tanto, la carga aplicada sobre la articulación se puede relacionar con la masa de una persona por medio de:

$$W = \frac{3 * MC * 9,80 \frac{m}{s^2}}{4}. \quad (6)$$

Por lo que las cargas aplicadas de interés se encuentran en el rango de 400 N (MC = 55 kg) y 800 N (MC = 110 kg).

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se simularon cinco escenarios (ver Tabla 1) para analizar el desempeño de la articulación de la rodilla ante una disminución del módulo elástico, del espesor del cartílago y de la viscosidad del fluido sinovial. En la Tabla 1 se aprecia en negrita el o los parámetros reducidos en cada escenario, respecto al caso sano.

A medida que las superficies se aproximan, las presiones en el canal se incrementan, produciendo tensiones sobre el sólido que se traducen en deformaciones sobre el mismo. Cuanto mayor sea la carga sobre la articulación, mayores serán las presiones en el fluido y, por lo tanto, mayores las tensiones sobre el cartílago. Al mismo tiempo, el aumento de presión modificará el espesor de canal. Es por esto que el problema analizado posee ecuaciones altamente acopladas.

TABLA 1: Parámetros de los casos estudiados

Escenario	η (Pa.s)	E (MPa)	e (mm)
Sano	1,0	16	4,5
Viscosidad reducida	0,1	16	4,5
Espesor reducido	1,0	16	3,0
Módulo Young reducido	1,0	5,5	4,5
Artrosis	0,1	5,5	3,0

En este trabajo, la carga se incrementó progresivamente hasta alcanzar el rango de valores de interés (entre 400 y 800 N), de los cuales se obtuvieron los resultados mostrados a continuación. Los resultados obtenidos de altura mínima, presión máxima y tensión de Von Mises del cartílago sobre el punto ubicado en el centro del contacto de la cara superior del mismo para una carga de 800 N se muestran en la Tabla 2 y la diferencia porcentual de cada caso de estudio con respecto al valor obtenido para la articulación sana (entre paréntesis).

TABLA 2: Valores de P_{MAX} , H_{MIN} y T_{VM} para los casos estudiados

Escenario	P_{MAX} (%) [MPa]	H_{MIN} (%) [mm]	T_{VM} (%) [MPa]
Sano	3,982 (-)	91,4 (-)	1,65 (-)
Viscosidad reducida	3,981 (2,23%)	32,4 (-64,5%)	1,79 (8,48%)
Espesor reducido	1,543 (-60,4%)	99,9 (9,30%)	0,57 (-67,3%)
Módulo Young reducido	2,095 (-46,2%)	97,4 (6,57%)	0,89 (-46,1%)
Artrosis	3,045 (-21,8%)	31,2 (-65,9%)	1,19 (-27,8%)

La Fig. 7 muestra la altura mínima de película lubricante obtenida para cada uno de los casos a medida que la carga aumenta. La altura mínima obtenida para una carga de 800 N en el escenario de articulación artrósica es un 65,9% menor que la correspondiente a una sana. En cambio, si el

espesor se reduce a 3,00 mm (curva roja en Fig. 7) parecería conservar en mejor medida la altura mínima del canal de lubricación, con respecto al caso sano (curva verde). Cuando la viscosidad se reduce a 0,1 Pa s, la altura mínima del canal es 32,4 μm , un 64,5 % menor que en el caso sano.

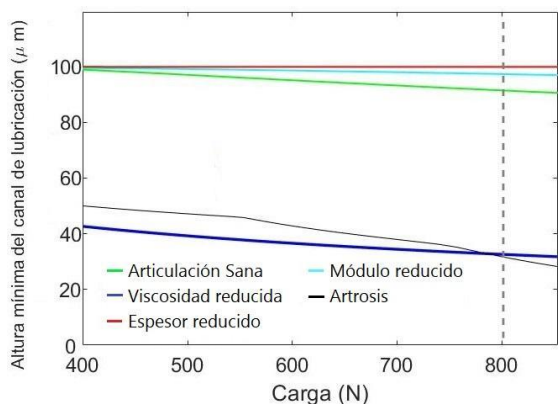


FIG. 7: Altura mínima del canal de lubricación frente a un incremento de la carga para todos los casos simulados.

Cabe aclarar que los cambios de pendiente observados para el caso artrósico se deben a que la altura mínima del canal se encuentra en el centro del canal para cargas menores a 550 N, mientras que, para cargas superiores, y como consecuencia de la deformación de las superficies articulares, la altura mínima se observa en la periferia del canal de lubricación, creando un estrechamiento en el canal y confinando parte del fluido en el centro del mismo.

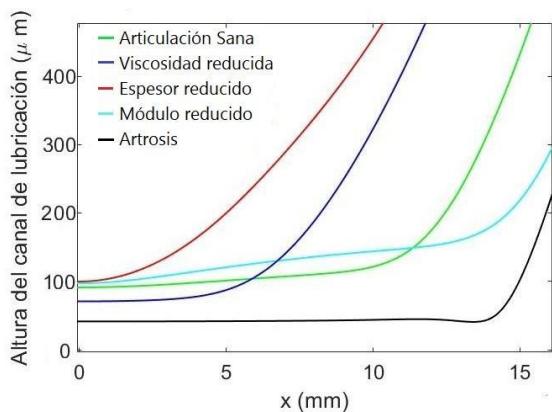


FIG. 8: Altura del canal de lubricación en la línea de simetría para los casos simulados.

La Fig. 8 muestra la altura del canal de lubricación obtenido para distintos casos a lo largo de la línea de simetría (coordenada x) para una carga de 800 N, donde se puede ver que el canal de lubricación posee la altura mínima en el centro del canal para los escenarios sano y con espesor reducido, mientras que este valor se encuentra desplazado del centro del canal para el escenario artrósico y aquel con una viscosidad reducida.

La Fig. 9 muestra la distribución de presiones en la línea de simetría, para una carga de 800 N. La presión máxima para los casos artrósico, con módulo elástico y espesor reducidos son un 21,8%, 46,2% y 60,4% menores que para la articulación sana, respectivamente, mientras que para una viscosidad reducida la presión máxima aumenta en un

2,23%. Cabe señalar que, la disminución de la presión máxima observada cuando el espesor o el módulo de Young se han reducido se vincula con una ampliación de la región donde se distribuye la carga. De acuerdo a la Fig. 9, para el caso sano la zona de carga está comprendida entre $-20 \text{ mm} < x < 20 \text{ mm}$, en cambio, en el caso donde E se ha reducido la zona de carga corresponde a $-30 \text{ mm} < x < 30 \text{ mm}$.

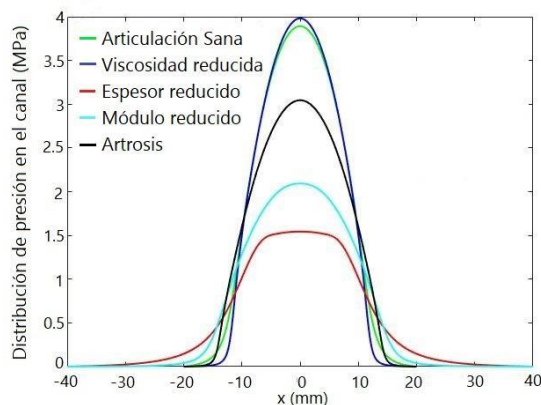


FIG. 9: Distribución de presiones a lo largo del eje de simetría para todos los casos simulados.

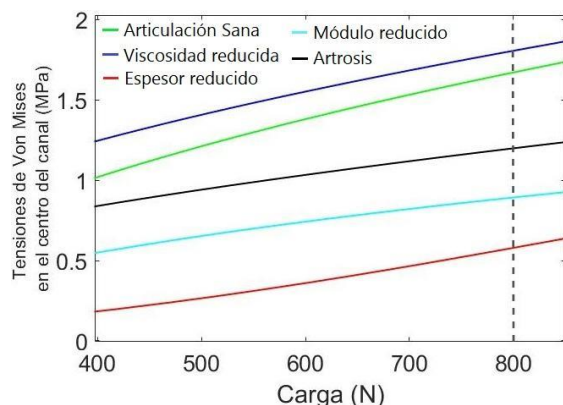


FIG. 10: Tensiones de Von Mises máximas en el centro del cartílago frente a un incremento de carga impuesta para los casos simulados.

Una disminución del módulo elástico o del espesor del cartílago conducen a una reducción de esta tensión para todo el rango de cargas impuestas considerado. Esta diferencia es del 46,1% y 67,3% con respecto a la articulación sana para una carga de 800 N.

Por el contrario, una disminución de la viscosidad conduce a un aumento de la tensión de Von Mises para todas las cargas impuestas analizadas, con una diferencia de 8,48% con respecto a la articulación sana para una carga de 800 N.

En una articulación artrósica, las tensiones de Von Mises son menores que las observadas en una sana para todo el rango de cargas considerado, llegando a ser un 27,8% menor para una carga de 800 N.

La Fig. 10 muestra las tensiones de Von Mises máximas del cartílago en el centro del contacto frente a un incremento de carga para los casos simulados.

IV. CONCLUSIONES

Se analizaron cinco casos de estudio con el fin de comparar el desempeño de la articulación al modificar parámetros característicos de una articulación sana frente a aquellos de una articulación osteoartrosa.

Los resultados indican que una disminución del espesor del sustrato (relacionado con el espesor del cartílago articular) produciría una mejor distribución de la carga (ya que se observa un aumento de la zona de carga) en la zona de contacto, obteniéndose presiones y tensiones de Von Mises menores a los correspondientes con la articulación sana al mismo tiempo que se observan alturas de canal similares en ambos casos. Este mínimo de altura del canal observado se mantuvo constante para el rango de cargas analizadas.

La reducción del módulo elástico produce una mejor distribución de la carga en la articulación, obteniéndose una distribución de presiones menor al mismo tiempo que la altura mínima es mayor que la de la articulación sana. Las tensiones de Von Mises en esta situación resultaron ser menores que las observadas para la articulación sana, indicando que esta articulación estaría sometida a menores esfuerzos.

Una disminución de la viscosidad, a igual carga, conduce a una reducción de la altura mínima del canal de lubricación con respecto a la articulación sana al mismo tiempo que se observan mayores tensiones de Von Mises en el cartílago, lo que indica una mayor aproximación entre las superficies y esfuerzos mayores en el material, aumentando el riesgo de contacto entre las superficies articulares y de desgaste en la junta. Por otra parte, la distribución de presiones obtenida para esta situación es similar a la de una articulación sana.

Aunque las predicciones observadas para un escenario con sólo reducción del espesor o sólo reducción del módulo elástico parecerían ser favorables, en la realidad la articulación muestra una combinación de la alteración de los tres parámetros estudiados (los anteriormente mencionados más la viscosidad del fluido sinovial), obteniéndose así lo observado en la articulación artrósica, donde se observan presiones menores al mismo tiempo que mínimos de película lubricante menores que la articulación sana, favoreciendo el contacto entre las superficies. Estos resultados indican que la viscosidad del fluido influiría en mayor medida al desempeño de la articulación, ya que esta situación es la que produce espesores de película lubricante menores, presiones y tensiones mayores en comparación con los escenarios de módulo y espesor de cartílago reducidos. Este comportamiento es cualitativamente coincidente con el observado en la artrosis.

Este trabajo muestra resultados obtenidos a partir de un modelo de la articulación de rodilla bajo consideraciones simplificadoras relacionadas con el comportamiento del fluido sinovial, el mecanismo de deformación del cartílago articular, la geometría de la articulación y las cargas y velocidades actuantes. Sin embargo, este modelo puede servir como base para otros más realistas, donde se consideren, por ejemplo las características no Newtonianas del fluido sinovial, la reología viscoelástica del cartílago articular, consideraciones geométricas de la articulación más parecidas a la articulación natural o estudios transitorios donde las cargas y velocidades aplicadas sobre la articulación varían a lo

largo del ciclo de la marcha.

REFERENCIAS

- [1] A. Unsworth, D. Dowson y V. Wright. Some new evidence on human joint lubrication. *Annals of the Rheumatic Diseases* **34**, 277-285 (1975).
- [2] D. Dowson. Models of lubrication in human joints. *Engineering in Medicine* **7**, 66-72 (1978).
- [3] C. M. Corvalan, J. D. Paolo y F. A. Saita. Elastohydrodynamic Lubrication of Porous Substrates. Application to Synovial Joint Analysis. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering* **2**, 309-320 (1999).
- [4] B. Weiss. *Articulaciones sinoviales artificiales de alta movilidad: Investigaciones para el desarrollo de prótesis de por vida* Tesis doct. (Universidad Nacional de Entre Ríos, 2022).
- [5] H. Butt, L. Nissim, L. Gao, C. Myant, G. de Boer y R. Hewson. Transient mixed lubrication model of the human knee implant. *Biosurface and Biotribology* **7**, 206-218 (2021).
- [6] M. Marian, C. Orgeldinger, B. Rothhammer, D. Nečas, M. Vrbka, I. Krupka, M. Hartl, M. A. Wimmer, S. Tremmel y S. Wartzack. Towards the understanding of lubrication mechanisms in total knee replacements – Part II: Numerical modeling. *Tribology International* **156**, 1-12 (2021).
- [7] Z. M. Jin, D. Dowson y J. Fisher. en *Thin Films in Tribology* 545-555 (1993).
- [8] Z. M. Jin, D. Dowson y J. Fisher. Contact Pressure Prediction in Total Knee Joint Replacements Part I: General Elasticity Solution for Elliptical Layered Contacts. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine* **209**, 1-8 (1995).
- [9] A. Vidal-Lesso, E. Ledesma-Orozco, L. Daza-Benítez y R. Lesso-Arroyo. Mechanical characterization of femoral cartilage under unicompartimental osteoarthritis. *Ingeniería mecánica, tecnología y desarrollo* **4**, 239-246 (2014).
- [10] M. Yousfi. *Mechanical Characterization of Femoral Cartilage Under Unicompartimental Osteoarthritis* Tesis doct. (Universidad de Skikda, Argelia, 2013).
- [11] Z. M. Jin, P. Yang, J. Cui y D. Dowson. Transient elastohydrodynamic analysis of elliptical contacts. Part I: Isothermal and Newtonian lubricant solution. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* **218**, 211-224 (2004).
- [12] D. Jalali-Vahid, Z. M. Jin y D. Dowson. en *Tribology Series* 751-758 (Elsevier, 2003).