

CONVECCIÓN MIXTA EN MEDIOS POROSOS CON MANCHAS TÉRMICAS

R. A. Bortolozzi (*) y J. A. Deiber

INTEC (UNL - CONICET)
Güemes 3450 - (3000) Santa Fe
e-mail: rabor@ceride.gov.ar

Se estudia el flujo de fluidos newtonianos en un medio poroso con fuentes y sumideros de energía. Las ecuaciones de balance para el sistema fluido-sólido se deducen a partir de la teoría clásica de mezclas. Los balances de energía de ambas fases permiten determinar los campos de temperatura del fluido y del sólido. Se analizan diferentes situaciones que involucran convección mixta en una cavidad porosa de sección transversal cuadrada. El modelo de dos campos (modelo 2-F) se resuelve mediante diferencias finitas, usando un método numérico de relajación sucesiva con grillas de espacios variables. Se observa que las manchas térmicas producen flujos complejos a medida que cambia la velocidad de ingreso del fluido en el medio poroso. Cuando la intensidad calórica de las manchas aumenta se generan fenómenos tales como formación y unión de vórtices, puntos de estancamiento e interacciones fluidodinámicas y térmicas entre manchas. El estudio de las configuraciones de fuentes y sumideros de energía que se proponen en este trabajo permite comprender los mecanismos básicos de transferencia de cantidad de movimiento y energía involucrados en la convección mixta en medios porosos.

The flow of Newtonian fluids through a porous medium with sources and sinks of heat is studied. The balance equations for the fluid-solid system are deduced from the classical theory of mixtures. The energy balances of both phases determine the temperature fields of the fluid and solid. Different situations are analyzed, which involve mixed convection in a porous cavity of square cross section. The two-field model (2-F model) is solved by finite differences, using a numerical method of successive relaxation, with variable grids. It is observed that thermal spots produce complex flows when the velocity of the entering fluid is changed. Phenomena such as formation and union of vortices, stagnation points and fluid-dynamic and thermal interactions between spots are generated when the heat intensities of these spots are increased. The study of the configurations of thermal spots proposed here allows one to understand the basic mechanisms of momentum and energy transfer involved in the mixed convection in porous media.

I. INTRODUCCIÓN

La evaluación de los campos de velocidad y de temperatura en medios porosos saturados con un fluido newtoniano que se mueve por convección mixta (natural y forzada) en presencia de manchas térmicas, es un problema de interés práctico con aplicaciones tecnológicas muy diversas. En efecto, en este contexto es posible analizar rigurosamente problemas importantes tales como la evacuación del calor generado en circuitos electrónicos^(1,2) y los cambios térmicos en silos durante el secado y acondicionamiento de granos⁽³⁾. Otro problema que se puede abordar con el modelo propuesto es la formación de manchas térmicas en reactores de lecho fijo donde se llevan a cabo reacciones fuertemente exotérmicas.

La convección natural y mixta en sistemas heterogéneos constituidos por un medio poroso conteniendo un fluido en movimiento, sin incluir manchas térmicas, ha recibido mucha atención en la literatura^(4,5). Sin embargo, cuando se consideran sistemas con fuentes y sumideros de energía, la información científica disponible es significativamente menor^(6,7). La mayoría de los estudios realizados involucran generación de calor desde una fuente puntual o uniformemente distribuida en el medio poroso considerando modelos de un campo (1-F); es decir

asignando una temperatura al conjunto fluido-sólido. Este procedimiento no es adecuado para describir sistemas en los cuales el calor se genera en una de las fases o en la interfaz.

A través de un modelo de dos campos de temperatura^(8,9,10), se analiza en este trabajo un lecho de partículas esféricas, en el cual las fuentes y los sumideros de energía se encuentran ubicados en la fase sólida y se representan por medio de funciones gaussianas normales. En general, la intensidad y la dispersión de estas manchas térmicas pueden ser modificadas para describir apropiadamente distintas situaciones físicas de interés. El modelo se resuelve en una cavidad porosa cuadrada con dos manchas térmicas situadas sobre la línea horizontal que pasa por el centro de dicha cavidad. El fluido ingresa por la parte inferior y sale por la parte superior, siendo impermeables las paredes laterales.

II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En los sistemas fluido-sólido que involucran cambios térmicos pronunciados, es necesario el uso de modelos de dos campos de temperatura debido a que la hipótesis usual de equilibrio térmico local no es válida⁽¹¹⁾. En este trabajo se formulan y se resuelven las ecuaciones de balance de materia, cantidad de movimiento y energía para el fluido y las partículas sólidas que forman el medio poroso. El balance de cantidad de movimiento incluye los términos de Darcy, Forchheimer, Brinkman e inercial. Los balances de energía interna para cada fase están

(*) Autor a quien debe dirigirse la correspondencia.

acoplados entre sí a través de un término de intercambio de energía. Además, se consideran la variación de la porosidad ε en las cercanías de las paredes de la cavidad y el efecto de dispersión térmica producido por las fluctuaciones de velocidad en los intersticios del medio poroso. Las ecuaciones de balance resultantes que se utilizan para describir el flujo y la transferencia de calor por convección mixta en el medio poroso son ^(9,12,13):

Balance de Materia

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

Balance de Cantidad de Movimiento

$$\frac{Da Pe}{\varepsilon Pr_f} \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \frac{Gr Pr_f}{Pe} \varepsilon \Theta_f \mathbf{k} - \frac{\varepsilon}{\phi_1} \left(1 + \phi_2 Fs \frac{Pe}{Pr_f} |\mathbf{V}| \right) \mathbf{V} + Da \nabla^2 \mathbf{V} \quad (2)$$

Balance de Energía del Fluido

$$\lambda Pe \mathbf{V} \cdot \nabla \Theta_f = \nabla \cdot [(\lambda \varepsilon \mathbf{I} + \mathbf{k}_d^*) \cdot \nabla \Theta_f] - H(\Theta_f - \Theta_s) \quad (3)$$

Balance de Energía del Sólido

$$\nabla \cdot [\nu(1-\varepsilon) \mathbf{f}_c \nabla \Theta_s] + H(\Theta_f - \Theta_s) + \sum_{i=1}^n G_i = 0 \quad (4)$$

donde G_i es la función fuente o sumidero de energía en el medio poroso.

El modelo adimensional incluye los números de Grashoff, Peclet, Darcy, Forchheimer y Prandtl, respectivamente:

$$Gr = \frac{(\rho_f^o)^2 g \beta K_\infty D T_w}{(\mu_f^o)^2}, \quad Pe = \frac{U_\infty D}{\alpha_f^o}, \quad Da = \frac{K_\infty}{D^2}$$

$$Fs = \frac{b_\infty}{D}, \quad Pr_f = \frac{C_f^o \mu_f^o}{k_f^o}$$

En las ecs. (1) a (3), $\mathbf{V} = \varepsilon \mathbf{v}_f / U_\infty$ es la velocidad superficial adimensional, donde \mathbf{v}_f es la velocidad intersticial del fluido y U_∞ es la velocidad máxima del fluido en la entrada de la cavidad. Asimismo, los números adimensionales involucran las siguientes propiedades del fluido: coeficiente isobárico de expansión térmica β , viscosidad μ_f^o , difusividad térmica α_f^o , calor específico C_f^o , conductividad térmica k_f^o y densidad ρ_f^o . El ancho de la cavidad es D .

En las ecs. (3) y (4), $\Theta_f = \frac{T_f - T_w}{T_w}$ y $\Theta_s = \frac{T_s - T_w}{T_w}$

son las temperaturas adimensionales del fluido y del sólido, respectivamente, siendo T_w la temperatura de ambas paredes verticales. Además, $\lambda = k_f^o / k_m^o$ y $\nu = k_s^o / k_m^o$ son las relaciones de conductividades, donde

k_s^o y k_m^o son las conductividades térmicas del sólido y del medio poroso, respectivamente. En estas ecuaciones, $H = h_{sf} D^2 a_v / k_m^o$ es el coeficiente adimensional de transferencia de calor entre fases, siendo a_v el área específica del medio poroso. El coeficiente total de transferencia de calor entre sólido y fluido es $h_{sf} = (1/h_f + 1/h_s)^{-1}$, donde h_f es el coeficiente de transferencia en el fluido y se obtiene con la correlación $h_f = k_f^o (2 + 1.1 Pr_f^{0.33} Re_p^{0.6}) / d_p$ ⁽¹⁴⁾. Asimismo, el coeficiente de transferencia en el sólido es $h_s = k_s^o / l_c$, donde l_c es una longitud característica del medio poroso ⁽¹¹⁾.

En la ec. (2) también se definen $\phi_1 = K(\varepsilon) / K_\infty$ y $\phi_2 = b(\varepsilon) / b_\infty$, que involucran la permeabilidad $K(\varepsilon)$ y el factor de Forchheimer $b(\varepsilon)$, los cuales evaluados lejos de las paredes toman los valores asintóticos K_∞ y b_∞ , respectivamente. La porosidad varía cerca de las paredes de la cavidad de acuerdo a la expresión $\varepsilon = \varepsilon_\infty [1 + A \exp(-Bn/d_p)]$, donde A y B son constantes empíricas características del medio poroso, n es la distancia normal a la pared y d_p es el diámetro de partícula ⁽¹⁵⁾.

En la ec. (3), el tensor de dispersión térmica \mathbf{k}_d^* se expresa en forma adimensional según $\mathbf{k}_d^* = \gamma la |\mathbf{V}| \mathbf{I}$, donde a es una constante adimensional, \mathbf{I} es el tensor unidad, $\gamma = d_p / D$ y l es la función de Van Driest, que considera la disminución de las fluctuaciones convectivas cerca de las paredes de la cavidad ⁽¹⁶⁾.

Cada mancha térmica (fuente o sumidero) se describe a través de la siguiente expresión adimensional (se omite el subíndice i de la ec. (4)):

$$G = \frac{G_o}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-X_o}{\sigma}\right)^2\right\} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{Z-Z_o}{\sigma}\right)^2\right\} \quad (5)$$

donde X_o y Z_o son las coordenadas adimensionales del centro de la mancha, G_o es la intensidad térmica y σ es la dispersión de la intensidad térmica alrededor del pico.

Condiciones de Contorno:

En la cavidad porosa la condición de adherencia implica $\mathbf{V} = \mathbf{0}$ en las paredes verticales. El campo de velocidad a la entrada de la cavidad (parte inferior) es:

$$\hat{V}_z = \frac{\cosh\left[\sqrt{\frac{\varepsilon}{Da}}\left(X - \frac{1}{2}\right)\right] - \cosh\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{Da}}\right]}{1 - \cosh\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{Da}}\right]} \quad (6)$$

el cual se recupera asintóticamente a la salida (parte superior). El fluido se mueve en el sentido contrario al del

vector gravitatorio. La expresión (6) es solución del problema 1-D, cuando se desprecia la variación de porosidad cerca de las paredes verticales ⁽¹⁷⁾. Además, $\Theta_f = \Theta_s = 0$ en la entrada ($Z=0$) y $\frac{\partial \Theta_f}{\partial Z} = \frac{\partial \Theta_s}{\partial Z} = 0$ en la salida ($Z=1$), mientras que en las paredes verticales se cumple $\Theta_f = \Theta_s = 0$.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se discuten los resultados que se obtienen computando los campos de velocidad y de temperatura en la cavidad porosa. Se presentan tres casos relevantes para analizar los mecanismos de transferencia de cantidad de movimiento y energía asociados con el movimiento del fluido (convección mixta) a través del medio poroso que contiene fuentes y sumideros de energía.

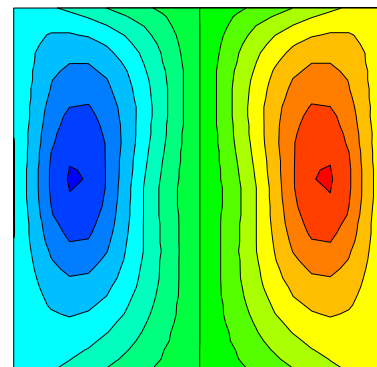
Caso 1:

Se consideran dos fuentes de energía (manchas calientes) ubicadas en $1/4$ y $3/4$ del ancho total de la cavidad. Se analizan tres situaciones, que corresponden a diferentes valores del número de Peclet. Esto se logra variando la velocidad del fluido que ingresa a la cavidad. En la Figura 1-b se observa que el fluido ascendente tiende a pasar preferentemente por las manchas calientes, lo cual se evidencia por la mayor concentración de las líneas de corriente en las zonas donde hay generación de calor. A ambos lados de las manchas se forman vórtices alargados verticalmente, cerca de las paredes laterales de la cavidad. Los vórtices se hacen más notables cuando decrece el valor de Pe , es decir cuando disminuye la convección forzada. En este caso el movimiento del fluido es inducido principalmente por la presencia de las manchas calientes, predominando la convección natural (Figura 1-a). En cambio si aumenta la velocidad del fluido las líneas de corriente tienden a hacerse más paralelas entre sí (Figura 1-c). Se concluye que el fluido canaliza a través de las manchas calientes.

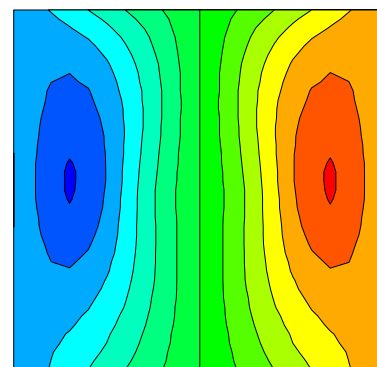
Caso 2:

Se consideran dos manchas de igual intensidad pero de signo contrario, es decir una fuente y un sumidero de energía (ubicados a la izquierda y a la derecha, respectivamente). Los centros de las manchas se ubican en las coordenadas indicadas en el Caso 1. El fluido ascendente tiende a evitar la zona derecha de la cavidad, donde se encuentra la mancha fría, y trata de pasar por el sector izquierdo, donde está situada la mancha caliente (Figura 2-b). Esta situación produce un vórtice con movimiento circulatorio en el sentido de las agujas del reloj y no hay simetría respecto del plano vertical central, en contraposición al Caso 1. Si el número de Peclet decrece, el vórtice aumenta significativamente de tamaño y se genera además otro vórtice pequeño cerca de la pared derecha de la cavidad (Figura 2-a). En cambio, si se incrementa el Pe , esta situación se atenúa como se

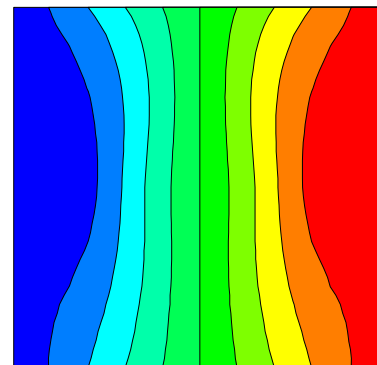
observa en la Figura 2-c. Una vez más el fluido canaliza por las zonas más calientes de la matriz porosa.



(a)



(b)



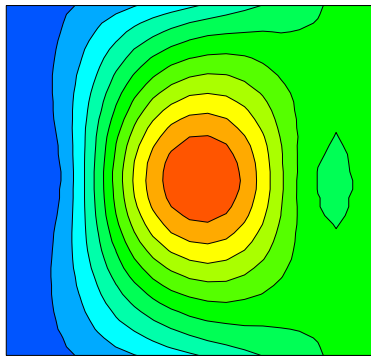
(c)

Figura 1: Líneas de corriente en la cavidad porosa cuadrada con dos fuentes de energía. Los parámetros son: $Gr = 29.30$, $Da = 10^{-3}$, $Pr_f = 4.60$, $Fs = 0.017$, $\lambda = 0.56$, $\nu = 1.33$, $\varepsilon_\infty = 0.40$, $G_o = +93.80$, $\sigma = 2.20$. Los valores del número de Peclet son: (a) $Pe = 0.134$, (b) $Pe = 0.268$, (c) $Pe = 0.536$.

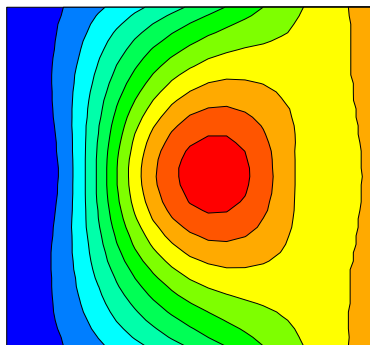
Caso 3:

Se consideran dos sumideros de energía (manchas frías) en la misma ubicación que en los casos anteriores. En la Figura 3-b se observa que el fluido ascendente tiende a evitar las zonas donde hay manchas frías. En la parte central de la cavidad una fracción del fluido que

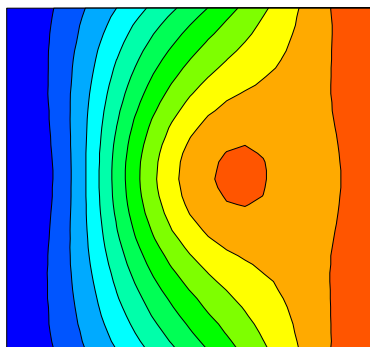
asciende se encuentra con flujo descendente que proviene de las manchas frías. Esto produce el retorno del fluido hacia la zona inferior, donde reinicia su ascenso por las partes laterales de la cavidad porosa. Las líneas de corriente se concentran cerca de las paredes verticales, a diferencia de lo que ocurre en el Caso 1. Este efecto disminuye cuando aumenta el número de Peclet, y se enfatiza cuando este parámetro decrece, es decir cuando disminuye la convección forzada.



(a)



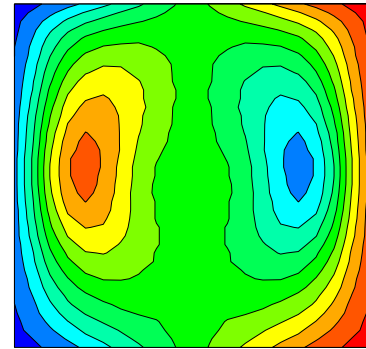
(b)



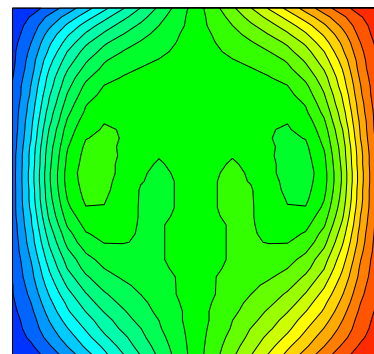
(c)

Figura 2: Líneas de corriente en la cavidad porosa cuadrada con una fuente y un sumidero de energía. Los parámetros son: $Gr = 29.30$, $Da = 10^{-3}$, $Pr_f = 4.60$, $Fs = 0.017$, $\lambda = 0.56$, $\nu = 1.33$, $\varepsilon_\infty = 0.40$, $G_o = \pm 93.8$, $\sigma = 2.2$. Los valores del número de Peclet son: (a) $Pe = 0.134$, (b) $Pe = 0.268$, (c) $Pe = 0.536$.

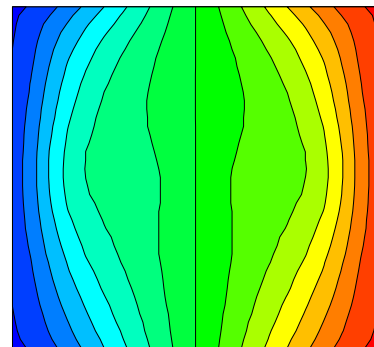
Si la velocidad de ingreso del fluido es muy baja, el movimiento del mismo genera una zona central casi estanca y a ambos lados se originan vórtices de baja intensidad con sentidos de circulación opuestos. En este caso la convección natural es el mecanismo predominante (Figura 3-a). En cambio, si aumenta la velocidad del fluido, las líneas de corriente tienden a hacerse paralelas entre sí, con cierta distorsión en las zonas donde se ubican los sumideros de energía (Figura 3-c) sin retorno del fluido hacia la parte inferior de la cavidad.



(a)



(b)



(c)

Figura 3: Líneas de corriente en la cavidad porosa cuadrada con dos sumideros de energía. Los parámetros son: $Gr = 29.30$, $Da = 10^{-3}$, $Pr_f = 4.60$, $Fs = 0.017$, $\lambda = 0.56$, $\nu = 1.33$, $\varepsilon_\infty = 0.40$, $G_o = -93.8$, $\sigma = 2.20$. Los valores del número de Peclet son: (a) $Pe = 0.134$, (b) $Pe = 0.268$, (c) $Pe = 0.536$.

IV. CONCLUSIONES

Se presentan resultados que permiten comprender los mecanismos de transferencia de cantidad de movimiento y energía relacionados con la convección mixta de un fluido newtoniano en un medio poroso con manchas térmicas. Del análisis de los campos de velocidad y de temperatura del fluido (estos últimos, no reportados aquí) es posible concluir lo siguiente:

a) Se validan con nuevas configuraciones los resultados presentados en trabajos previos^(12,13,18). En efecto, una mancha caliente (fuente de energía) se comporta como zona de atracción del fluido cuando este se mueve en la dirección opuesta a la gravedad, y como zona de repulsión del flujo descendente. Por el contrario, una mancha fría (sumidero de energía) repele el fluido que asciende a través del medio poroso y facilita el flujo del fluido que se mueve hacia abajo.

b) Las intensidades de las manchas térmicas y la configuración de las mismas en el medio poroso permiten controlar el movimiento del fluido y las canalizaciones que se observan en zonas bien definidas de la cavidad porosa.

c) La competencia entre la convección natural y forzada es determinante en la aparición de vórtices. En general, el número de vórtices y su sentido de circulación dependen de la cantidad y de las características de las manchas térmicas.

d) La presencia de manchas térmicas produce diversos efectos hidrodinámicos complejos, entre los cuales se pueden mencionar: generación y unión de vórtices, formación de puntos de estancamiento e interacción fluidodinámica y térmica de las manchas entre sí.

e) Cuando el movimiento del fluido por convección natural inducido por la presencia de las manchas térmicas, produce situaciones de incompatibilidad cinemática con el fluido que ingresa a la cavidad (líneas de corriente próximas de sentidos contrarios de circulación), se forman vórtices secundarios de menor tamaño. Estos vórtices de empalme se ubican eliminando la incompatibilidad cinemática del movimiento del fluido (Figura 2-a).

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo financiero recibido del CONICET (Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de Argentina) PIP 02554, SEPCYT-FONCYT (PICT 09-09752) y de la Secretaría de Ciencia y Técnica de la UNL (Universidad Nacional del Litoral, Argentina), Programación CAI+D 2002.

Referencias

- 1 - Incropera F.P., ASME J. Heat Transfer, **110**, 1097-1111 (1988).
- 2 - Polentini M.S., S. Ramadhyani, F.P. Incropera, Int. J. Heat Mass Transfer, **6**, 939-954 (1993).
- 3 - Brooker D., F.W. Bakker-Arkema, C.W. Hall, The Drying and Storage of Grains and Oilseeds, Van Nostrand Reinhold, New York (1992).
- 4 - Prasad V., F.A. Kulacki, M. Keyhani, J. Fluid Mech., **150**, 89-119 (1985).

- 5 - Chen C-K., C-H. Chen, W.J. Minkowycz, U.S. Gill, Int. J. Heat Mass Transfer, **35**, 3041-3046 (1992).
- 6 - Jiménez-Islas H., F. López-Isunza, J.A. Ochoa-Tapia, Int. J. Heat Mass Transfer, **42**, 4185-4195 (1999).
- 7 - Minkowycz W.J., A. Haji-Sheikh, K. Vafai, Int. J. Heat Mass Transfer, **42**, 3373-3385 (1999).
- 8 - Amiri A., K. Vafai, Int. J. Heat Mass Transfer, **37**, 939-954 (1994).
- 9 - Deiber J.A., R.A. Bortolozzi, Chem. Engng Sci., **53**, 1505-1516 (1998).
- 10 - Amiri A., K. Vafai, Int. J. Heat Mass Transfer, **41**, 4259-4279 (1998).
- 11 - Bortolozzi R.A., J.A. Deiber, Chem. Engng Sci., **56**, 157-172 (2001).
- 12 - Bortolozzi R.A., J.A. Deiber, 89a. Reunión Nacional de Física - AFA 2004. Resúmenes p. 78 (2004).
- 13 - Bortolozzi R.A., J.A. Deiber. *En preparación* (2004).
- 14 - Wakao N., S. Kaguei, T. Funazkri, Chem. Engng Sci., **34**, 325-336 (1979).
- 15 - Vafai K., J. Fluid Mech., **147**, 233-259 (1984).
- 16 - Cheng P., C.T. Hsu, Int. Comm. Heat Mass Transfer, **13**, 613-625 (1986).
- 17 - Georgiadis J.G., I. Catton, Int. J. Heat Mass Transfer, **28**, 2389-2392 (1985).
- 18 - Bortolozzi R.A., J.A. Deiber, 87a. Reunión Nacional de Física - AFA 2002. Resúmenes p. 118 (2002).