

# Modelo de pistón magnético-onda de choque para describir una descarga Plasma Focus

L. Sigaut<sup>1</sup>, V.D. Raspa<sup>2</sup>, P.J. Cobelli<sup>3</sup>, P.T. Knoblauch<sup>4</sup>, R.E. Vieytes<sup>5</sup>, A. Clausse<sup>6</sup>, y C.H. Moreno<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Becaria de Iniciación a la Investigación, FCEyN UBA-Dto de Física FCEyN, UBA-INFIP-PLADEMA

<sup>2</sup> Becaria Doctoral CONICET-Dto de Física FCEyN, UBA-INFIP-PLADEMA

<sup>3</sup> Becario de Iniciación a la Investigación, FCEyN UBA-Dto de Física FCEyN, UBA-INFIP-PLADEMA

<sup>4</sup> Dto. de Física FCEyN, UBA-INFIP-PLADEMA

<sup>5</sup> Dto. de Física FCEyN, UBA-EST, IESE-ITBA-INFIP-PLADEMA

<sup>6</sup> Dto. de Computación y Sistemas, FCE, UNCPBA, CNEA-CONICET-PLADEMA

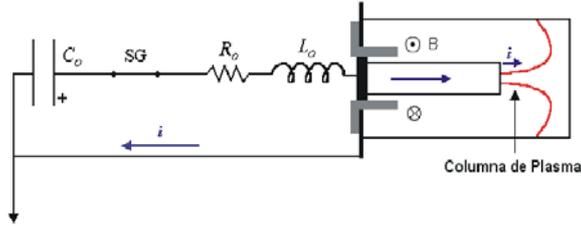
En esta comunicación se presenta un modelo que combina una evolución tipo barredora de nieve en la dirección axial, con un modelo de onda de choque para la dirección radial de la etapa de colapso de la lámina de corriente en una descarga Plasma Focus. Este modelo, que permite obtener la evolución temporal tanto de la cinemática como de las señales eléctricas, tiene la particularidad de eliminar comportamientos anómalos de las variables eléctricas que predicen otros modelos disponibles en la literatura. Los resultados obtenidos se comparan con datos experimentales disponibles para el equipo GN1 del Laboratorio Plasma Focus (INFIP-PLADEMA) del Departamento de Física de la FCEyN-UBA.

This report is about a model that combines a snow plow axial evolution with a shock-wave radial direction of the current sheath of a Plasma Focus discharge. This model reproduces the temporal evolution of the kinematics as well as the electrical signals. It has the particularity of avoiding anomalous behaviour of the electrical variables that often are predicted by other models available in the literature. The numerical results are compared with experimental data from GN1, a PF device of the Plasma Focus Laboratory (INFIP-PLADEMA), Physics Department, FCEyN-UBA.

## I. INTRODUCCIÓN

Los equipos Plasma Focus son dispositivos de fusión nuclear, en los que se genera y comprime un plasma gaseoso por acción de un campo magnético generado a partir de una descarga capacitiva de alta potencia. En ellos se producen haces pulsados de iones y electrones de muy alta energía, y si la descarga ocurre en una atmósfera de deuterio, adicionalmente resultan ser generadores de pulsos de neutrones de fusión (2.45 MeV). Actualmente el interés de las investigaciones en la línea de los Plasma Focus, está fundamentalmente orientado hacia el estudio de la física de plasmas densos y al desarrollo de aplicaciones no convencionales en equipos pequeños. Recientemente surgieron en esta línea diversas aplicaciones tecnológicas vinculadas al aprovechamiento de la radiación x y de los haces de electrones provenientes del foco, tales como su aplicación a microlitografías<sup>(1,2)</sup> y a radiografías de especímenes biológicos<sup>(3)</sup>. También se han aplicado al recubrimiento y endurecimiento de metales<sup>(4,5)</sup> a partir del aprovechamiento del haz de iones provenientes del foco y más recientemente, a la obtención de imágenes introspectivas de objetos metálicos estáticos<sup>(6,7)</sup> y en movimiento rápido<sup>(8)</sup>. Complementariamente, la emisión neutrónica ha comenzado a emplearse como radiación de sondeo para detectar sustancias ricas en hidrógeno<sup>(9,10)</sup>.

Desde el punto de vista teórico, diversos trabajos se han dedicado a modelar la evolución del plasma durante la descarga, y si bien los resultados obtenidos están en acuerdo razonable con parte de la evidencia experimental disponible para distintos equipos, habitualmente se observan comportamientos anómalos en la evolución prevista para las variables eléctricas, consistentes principalmente en discontinuidades sin sentido físico en la derivada segunda de la corriente de descarga respecto del tiempo. Existen modelos que describen la intensidad de la emisión neutrónica y las componentes x de baja energía para esta clase de equipos, pero dada la potencialidad que tiene, por ejemplo, el empleo de la emisión x de alta energía, resulta de interés eliminar tales anomalías como primer paso en el desarrollo de un modelo más completo de la emisión. Los mecanismos de aceleración de electrones e iones dependen necesariamente del potencial acelerador inducido en la zona del foco. Y por lo tanto, de la evolución dinámica de las variables eléctricas y mecánicas de la lámina de corriente. Es por ello que un modelo que presente discontinuidades en las magnitudes físicas, no puede ser empleado en el modelado de la emisión. Sin entrar en las complejidades relacionadas con la modelización de los procesos que ocurren en el foco, en el presente trabajo se discute un modelo que permite evaluar la evolución temporal de la cinemática del plasma de manera autoconsistente con la del circuito eléctrico de descarga. Los resultados obtenidos ilustran la eliminación



**Figura 1.** Esquema del circuito eléctrico que permite generar e impulsar el plasma. Detalle del interior de la cámara de descarga durante la focalización de la lámina de corriente.

Parámetros eléctricos	Valores numéricos
Capacidad del banco ( $C_o$ )	$(12.6 \pm 0.2) \mu\text{F}$
Inductancia espúrea ( $L_o$ )	$(39 \pm 5) \text{nH}$
Resistencia de conexionado ( $R_o$ )	$(10 \pm 2) \text{m}\Omega$
Tensión de trabajo ( $V_o$ )	$(30.0 \pm 0.1) \text{kV}$
Parámetros geométricos	Valores numéricos
Radio exterior del ánodo ( $c$ )	$(19.00 \pm 0.02) \text{mm}$
Radio interior del cátodo ( $d$ )	$(35.00 \pm 0.02) \text{mm}$
Longitud efectiva del ánodo ( $z_o$ )	$(55.00 \pm 0.02) \text{mm}$

**Tabla 1.** Parámetros eléctricos y geométricos: equipo GN1.

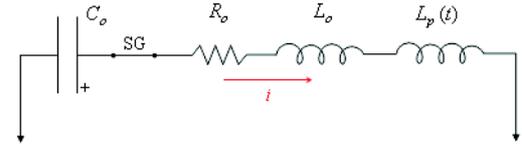
de las anomalías que habitualmente se observan como producto de considerar otros modelos disponibles en la literatura<sup>(11, 12)</sup>.

## II. APROXIMACIÓN CIRCUITAL

En la Fig. 1 se muestra un esquema simplificado del circuito que permite generar e impulsar el plasma en una descarga Plasma Focus del tipo Mather. El mismo puede ser descrito en términos de los siguientes componentes: una capacidad  $C_o$ , una llave rápida gaseosa (SG), una resistencia  $R_o$ , una inductancia  $L_o$ , el par de electrodos y la lámina de corriente (LC). Tanto  $R_o$  como  $L_o$  están asociadas al conexionado, a la llave y al banco de capacitores. Los valores numéricos que adoptan estos parámetros para el equipo GN1, descrito con más detalle en la referencia<sup>(13)</sup>, se muestran en la Tabla 1. Adicionalmente, se expone un detalle del plasma en la zona interelectródica luego de que la lámina de corriente hubiese traspasado el electrodo central. En ella se destacan junto a la columna de plasma, la dirección y sentido del campo magnético ( $B$ ), generado por la corriente de descarga  $i$ .

En virtud de la geometría coaxial que presenta y debido a su capacidad de almacenar energía magnética, el juego de electrodos combinado con la lámina de corriente pueden ser modelados desde el punto de vista circuital, como un elemento esencialmente inductivo.

A partir estas consideraciones se ha propuesto para modelar la descarga completa, el circuito eléctrico de una malla que se muestra en la Fig. 2. Donde los elementos  $C_o$ , SG,  $R_o$  y  $L_o$  responden a la descripción dada anteriormente y se ha representado con  $L_p(t)$  a la inductancia equivalente que presentan durante la descarga, el juego de electrodos y la lámina de corriente. La evaluación de  $L_p(t)$  será discutida en la sección III.



**Figura 2.** Circuito eléctrico equivalente.

Se ha considerado además que la caída de tensión en la llave (SG) está dada por<sup>(14)</sup>

$$V_{SG}(t) = \frac{V_o [1 + \exp(-t_c/\alpha)]}{1 + \exp[(t - t_c)/\alpha]} \quad (1)$$

donde  $V_o$  corresponde a la tensión de carga del banco y  $t_c$  al instante en que se considera que ocurre el cierre de la llave. Por su parte,  $\alpha$  es un parámetro que determina la velocidad de cierre de la misma.

Bajo estas hipótesis, la ecuación de malla para el circuito que muestra la Fig. 2 resulta:

$$V_o - \frac{1}{C_o} \int_0^t i dt = V_{SG} + iR_o + \frac{d}{dt} [(L_o + L_p) i] \quad (2)$$

Con el fin de alivianar la notación, se han omitido las dependencias temporales en la ecuación (2).

## III. CINEMÁTICA DEL PLASMA

A los efectos de evaluar en forma consistente la evolución tanto de las magnitudes eléctricas como de las variables mecánicas asociadas al movimiento de la lámina de corriente, se implementó un modelo que, como es habitual, propone dividir la dinámica de la lámina en tres fases consecutivas:

*Fase de aceleración axial:* se inicia con el movimiento de la lámina, que parte desde la superficie.

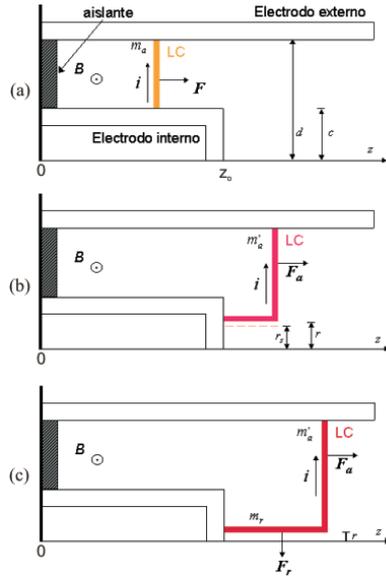
*Fase de convergencia:* a la vez que continúa su desplazamiento axial, la lámina de corriente evoluciona hacia el eje de los electrodos precedida por un frente de choque. La fase culmina con la llegada del mencionado frente al eje de los electrodos y la conformación de una columna de plasma.

*Fase de compresión:* durante cierto lapso y a la vez que continúa elongándose, la columna de plasma se comprime adiabáticamente por efecto de la presión magnética.

El modelo propuesto omite la fase de ruptura dieléctrica y considera una lámina de corriente unidimensional y de espesor finito; a la vez que supone un aislante anular. En la Fig. 3 se presenta la geometría adoptada para la descripción de la evolución de la lámina de corriente en cada una de las etapas consideradas.

### Fase de aceleración axial

Para describir la dinámica de la lámina de corriente durante esta etapa, se ha considerado un modelo de barredora de nieve<sup>(15)</sup>; en el cual se asume una lámina de corriente plana, sin espesor, de conductividad infinita, que avanza hacia el extremo abierto de los electrodos impulsada por la presión magnética. Se tiene



**Figura 3.** Geometría adoptada para describir la evolución de la lámina de corriente. (a) Fase de aceleración axial. (b) Fase de convergencia. (c) Fase de compresión.

entonces una suerte de pistón, que avanza barriendo el gas en reposo que encuentra a su paso. Aceptando que la lámina de corriente incorpora el gas barrido en su avance con una eficiencia  $\beta$ , la masa incorporada ( $m_a$ ) cuando la lámina se encuentra en la posición axial  $z$ , puede expresarse como sigue:

$$m_a = \beta \rho_o \pi z (d^2 - c^2) \quad (3)$$

y la ecuación de movimiento para la lámina de corriente durante esta etapa resulta (en unidades MKS):

$$\frac{d}{dt} \left[ m_a \frac{dz}{dt} \right] = \frac{\mu_o}{4\pi} i^2 \ln \left( \frac{d}{c} \right) \quad (4)$$

En donde  $z$  y  $\frac{dz}{dt}$  corresponden, respectivamente, a la posición y velocidad axiales de la lámina. Por su parte  $c$  y  $d$  representan los radios de los electrodos ilustrados en la Fig. 3; y  $\rho_o$  indica la densidad de masa del gas de llenado. El miembro derecho de la expresión (4), corresponde a la fuerza ejercida por el campo magnético sobre cada punto de la lámina, integrada sobre toda su superficie.

Considerando la situación descrita en la Fig. 3 (a), es posible escribir la inductancia que presenta el cañón durante la fase axial ( $L_p^a$ ) de la siguiente forma:

$$L_p^a = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \left( \frac{d}{c} \right) z \quad (5)$$

Puede entonces particularizarse para esta fase, la ecuación de malla que modela el comportamiento eléctrico de la descarga; reemplazando  $L_p^a$  por  $L_p$  en la ecuación (2).

Para la resolución de las ecuaciones planteadas para esta etapa, se asume que en el instante inicial, tanto la corriente de descarga como su derivada son nulas. Complementariamente se considera que la lámina de corriente inicia su evolución en  $t = 0$  y

$z = 0$  con velocidad nula.

### Fase de convergencia

Una vez que la lámina de corriente alcanza el extremo del electrodo central, se propone una etapa de convergencia simplificada geoméricamente, definida por una sección radial y otra axial (Fig. 3 (b)). En ambos casos se asume nuevamente, una lámina de conductividad infinita, que evoluciona impulsada por la presión magnética y cuya dinámica es descrita por un modelo de barredora de nieve. Por lo tanto, la masa de gas incorporada por la lámina de corriente a su sección axial ( $m'_a$ ) y radial ( $m_r$ ) puede escribirse:

$$m'_a = \beta \rho_o \pi [(z - z_o) (d^2 - r^2) + (d^2 - c^2)] \quad (6)$$

$$m_r = \rho_o \pi (z - z_o) (c^2 - r^2) \quad (7)$$

Tomando esto en consideración, las ecuaciones de movimiento para la lámina de corriente durante esta etapa resultan (en unidades MKS):

$$\frac{d}{dt} \left[ m'_a \frac{dz}{dt} \right] = \frac{\mu_o}{4\pi} i^2 \ln \left( \frac{d}{r} \right) \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \left[ m_r \frac{dr}{dt} \right] = -\frac{\mu_o}{4\pi} i^2 \frac{(z - z_o)}{r} \quad (9)$$

En donde  $r$  y  $\dot{r} \equiv \frac{dr}{dt}$  corresponden respectivamente, a la posición y velocidad radiales del pistón magnético. Con  $z_o$  se indica la longitud del electrodo interno.

Se ha considerado que por efecto de la violenta aceleración de la lámina de corriente sobre el gas en reposo durante la convergencia, se produce un frente de choque cilíndrico fuerte que se propaga radialmente hacia el eje de los electrodos por delante del pistón magnético. Considerando las relaciones de Rankine-Hugoniot puede escribirse la siguiente ecuación de movimiento para el frente de choque:

$$\frac{dr_s}{dt} = \frac{2}{\gamma + 1} \frac{dr}{dt} \quad (10)$$

En donde con  $r_s$  y  $\frac{dr_s}{dt}$  se hace referencia respectivamente, a la posición y velocidad radiales del frente de choque. Se denota con  $\gamma$  el cociente de calores específicos a presión y volumen constante, para el plasma contenido entre el frente de choque y la sección radial de la lámina de corriente.

A partir de las definiciones dadas en la Fig. 3 (b), es posible escribir la inductancia equivalente que presenta el cañón durante la fase de convergencia ( $L_p^{conv}$ ) como sigue:

$$L_p^{conv} = \frac{\mu_o}{2\pi} \left[ z_o \ln \frac{d}{c} + (z - z_o) \ln \frac{d}{r} \right]. \quad (11)$$

Reemplazando (11) en (2), se obtiene la ecuación de malla que junto con las condiciones iniciales apropiadas, la definición de  $L_p^{conv}$  y la ecuación (1), describen completamente el comportamiento eléctrico del sistema durante la etapa de convergencia de la lámina de corriente.

Las condiciones iniciales planteadas para la posición y velocidad axiales de la lámina y para la corriente de descarga y su derivada, son las que resultan de suponerlas continuas en el instante de culminación de la fase axial. Se considera además que la lámina inicia su convergencia desde el reposo con un radio igual al del ánodo y se asume para el frente de choque un radio inicial igual al del electrodo interno. Es preciso destacar que a fin de evitar singularidades en la definición inicial de la aceleración radial del pistón, se ha considerado una masa radial inicial no nula; asignada asumiendo continuidad en la densidad lineal de masa para la lámina de corriente.

#### Fase de compresión

Como lo ilustra la Fig. 3 (c), el modelo implementado para describir la dinámica de la lámina de corriente durante esta etapa repite la simplificación geométrica realizada para la fase de convergencia; es decir representa a la lámina de corriente a través de una sección axial y otra radial. Por continuidad en el modelado de la coordenada axial, se asume que su evolución durante esta fase viene dada también por la ecuación (8). Por otra parte, combinando el modelo de barridora de nieve con la evolución adiabática del gas alojado en la columna de plasma<sup>(16)</sup>, puede obtenerse la siguiente ecuación de movimiento para la sección radial de la lámina de corriente:

$$\frac{d}{dt} \left[ m_r \frac{dr}{dt} \right] = -\frac{\mu_o}{4\pi} i^2 \frac{(z - z_o)}{r} + \xi \frac{(z - z_o)^{-\gamma+1}}{r^{2\gamma+1}} \quad (12)$$

En donde  $m_r$  responde a la definición dada en (7) y el coeficiente  $\xi$  es un parámetro de ajuste del modelo relacionado con un estado de referencia a partir del cual el gas alojado en la columna de plasma evoluciona adiabáticamente.

Considerando las definiciones dadas en la Fig. 3 (c) la inductancia equivalente que presenta el cañón durante la fase de compresión puede escribirse como sigue:

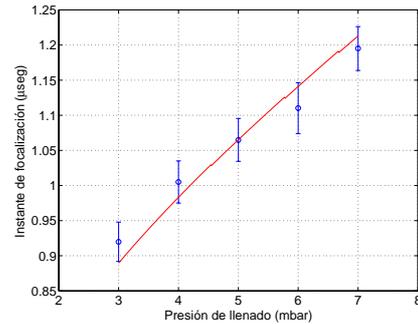
$$L_p^{comp} = \frac{\mu_o}{2\pi} \left[ z_o \ln \frac{d}{c} + (z - z_o) \ln \frac{d}{r} \right]. \quad (13)$$

En estas condiciones, es inmediato particularizar la ecuación de malla del circuito reemplazando en (2)  $L_p$  por  $L_p^{comp}$ .

Las condiciones iniciales planteadas para la evolución tanto de las magnitudes eléctricas como de las variables mecánicas durante esta fase, son las que resultan de suponerlas continuas en el instante final de la fase de convergencia.

#### IV. RESOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES

Para cada una de las fases consideradas en la evolución de la lámina de corriente, se resuelve el sistema de ecuaciones planteado en las secciones II y III para las condiciones iniciales dadas, implementando un



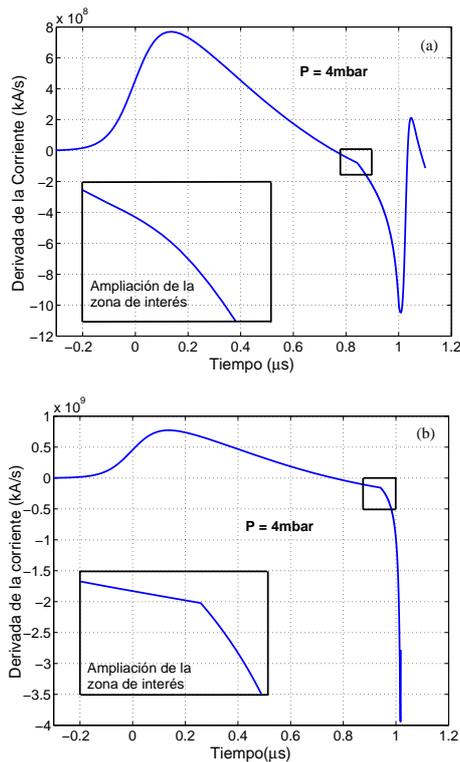
**Figura 4.** Instante de focalización en función de la presión de llenado. Datos experimentales: Lab. Plasma Focus-equipó GN1. Dic 1999. Gas de trabajo: deuterio.

esquema de Runge Kutta de orden 4. En acuerdo con las características de la descarga GN1, se fijó el valor de la velocidad e instante de cierre de la llave spark-gap en 50 ns y 1  $\mu$ s respectivamente. Los valores adoptados para los parámetros eléctricos y geométricos requeridos para la resolución del problema, se consignan en la Tabla 1.

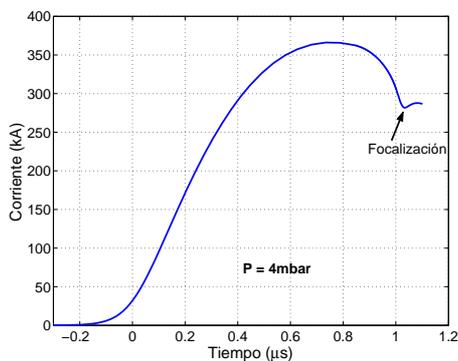
Existe un instante, habitualmente llamado de focalización, en el cual la derivada temporal de la corriente de descarga presenta un mínimo. De la minimización de las diferencias cuadráticas entre mediciones realizadas en el equipo GN1 para el instante de focalización y las correspondientes predicciones del modelo, se estiman los parámetros  $\beta$  y  $\xi$  en 0.38 y 0.012, respectivamente. La Fig. 4 muestra un gráfico de los instantes de focalización medidos en el equipo GN1 en función de la presión de llenado, empleando deuterio como gas de trabajo. Se superponen en el mismo gráfico los resultados obtenidos a través del ensayo numérico. La Fig. 4 muestra que en el rango de presiones de trabajo, los resultados del modelo para el instante de focalización concuerdan con los datos experimentales. Se observa además que tiende a incrementarse conforme aumenta la presión de llenado indicando, como cabe esperar, que láminas de mayor masa tardan más tiempo en alcanzar la focalización.

#### V. RESULTADOS

En la Fig. 5(a) se presenta el resultado obtenido para la derivada temporal de la corriente de descarga en función del tiempo, considerando la predicción del modelo propuesto. Complementariamente, la Fig. 5(b) ilustra las características generales del resultado que se obtiene para esta variable empleando el modelo propuesto en la referencia<sup>(11)</sup>. La ampliación de la zona de interés permite poner en evidencia que la alternativa planteada en el presente trabajo elimina la discontinuidad que comúnmente se observa en la segunda derivada de la corriente de descarga. Para completar la descripción de los resultados que arroja el modelo discutido en las secciones II y III para las señales eléctricas, se muestra en la Fig. 6 la solución obtenida para la corriente de descarga en función del tiempo, considerando una presión de llenado igual a 4 mbar de deuterio. Como



**Figura 5.** Derivada temporal de la corriente de descarga. (a) Modelo propuesto en este trabajo. (b) Modelo propuesto en la referencia (11).

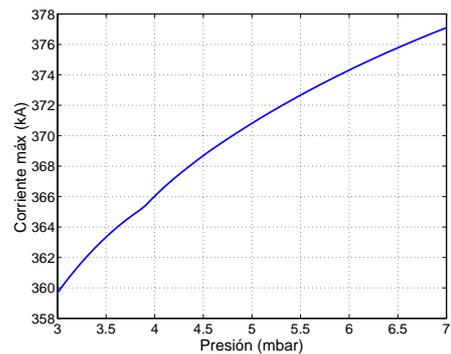


**Figura 6.** Corriente de descarga en función del tiempo.

se destaca en la Fig. 6, el resultado obtenido para la corriente de descarga presenta un mínimo local en el instante de focalización. Esta disminución abrupta puede atribuirse a la violenta variación de la inductancia asociada al plasma durante el colapso de la lámina de corriente. Por último, puede decirse que el equipo GN1 operado a presiones entre 3 y 5 mbar, tiene valores típicos de corriente máxima en el rango comprendido entre los 350 y 380 kA. En la Fig. 7 se expone la estimación del modelo para la corriente máxima de descarga en función de la presión de llenado. Como puede observarse, los ensayos del modelo numérico están en acuerdo con lo que indica la evidencia experimental.

## VI. CONCLUSIÓN

Tomando en consideración lo que hasta aquí se ha discutido, puede verse que el modelo implementado reproduce aceptablemente la tendencia y orden de magnitud de las señales eléctricas involucradas en una



**Figura 7.** Corriente máxima de descarga en función de la presión de llenado.

descarga Plasma Focus del tipo Mather, evitando anomalías que habitualmente se observan como producto de considerar otros modelos.

## Referencias

- 1 - Lee S, Lee P, Zhang G, Feng X, Gribkov V, Liu M, Serban A and Wong T. *IEEE Trans. on Plasma Sci.* **26** (4), pp. 1119-1126, (1998).
- 2 - Lee P, Feng X, Zhang G, Liu M and Lee S. *Plasma Sources Sci. Technol.* **6** (3), pp. 343-348, (1997).
- 3 - Castillo-Mejía F, Milanese M, Moroso R, Pouzo J and Santiago M *IEEE Trans. on Plasma Sci.* **29** (6), pp. 921-926, (2001).
- 4 - Feugeas J, Llonch E, de González C and Galambos G. *J. Appl. Phys.* **64** (5), pp. 2648-2651 (1988).
- 5 - Kelly H, Lepone A, Márquez A, Lamas D and Oviedo C. *Plasma Sources Sci. Technol.* **5** (4), pp. 704-709, (1996).
- 6 - Moreno C, Clause A, Martínez J, Llovera R and Tartaglione A. *Nukleonika* **26** (1), pp. 33-34, (2001).
- 7 - Moreno C, Clause A, Vénere M, Martínez J, Barbuzza R, Del Fresno M, Llovera R, Tartaglione A y Jaroszewicz S. *ANALES AFA*, **12** pp. 94-97 (2000).
- 8 - Raspa V, Sigaut L, Llovera R, Vieytes R, Clause A y Moreno C. *ANALES AFA*, **15** pp. 152-155 (2003).
- 9 - Pouzo J, Milanese M and Moroso R. *AIP Conf. Procc.* **669** (1) pp. 277-280 (2003).
- 10 - Moreno C, Clause A, Martínez J, Llovera R, Tartaglione A, Vénere M, Barbuzza R and Del Fresno M. *IX Latin American Workshop in Plasma Physics*, La Serena, Chile, AIP Conf. Procc., **563** pp. 300-305, (2000).
- 11 - Lee S, Technology of a small Plasma Focus. *Small Plasma Physics Experiments II*, World Scientific, 115-169 (1990).
- 12 - Mathuthu M, Zengeni T G and Gholap A V. *IEEE Trans. on Plasma Sci.* **25** (6), pp. 1382-1388, (1997).
- 13 - Moreno C, Martínez J, Bruzzone H y Clause A. *ANALES AFA*, **11** pp. 142-144 (1999).
- 14 - Bruzzone H, Kelly H, and Moreno C. *Am. J. Phys.*, **57** (1) pp. 63-66 (1989).
- 15 - Rosenbluth M y Garwin R. Informe Interno, Los Alamos Scientific Laboratory, LA-1850, (1954).
- 16 - Artsimovich L, *Controlled Thermonuclear Reactions*, 1ra Ed. Gordon and Breach, Science Publishers, INC., New York, (1964).

**Agradecimientos** Este trabajo contó con el apoyo económico de la UBA (proyecto X-269), del PLADEMA y del CONICET.