

Influencia del continuo no resonante en la energía y el ancho de un estado resonante de cuasi-partícula

R. Id Betan

*Departamento de Física y Química, FCEIA-UNR,
IFIR-CONICET. Avenida Pellegrini 250, 2000 Rosario, Argentina**

N. Sandulescu

Institute of Physics and Nuclear Engineering, 76900 Bucharest, Romania

T. Vertse

Institute of Nuclear Research of the Hungarian Academy of Sciences, H-4001 Debrecen, Pf. 51, Hungary

(Dated: September 18, 2006)

We calculate the complex energy of the quasi-particle resonant states for a density dependent delta force. Instead of solving the complex BCS equations we solve the BCS equations in the real representation, formed by the bound states and the real energy scattering states. In this way, we obtain the pairing field and the Fermi level. After that, making an integration of the pairing field with a complex state of the mean field we obtain the complex pairing gap. With this pairing gap and the previous calculated Fermi level, we obtain the complex quasi-particle energy associated to the resonant state of the mean field.

Calculamos energías complejas de cuasi-partículas en el marco de la BCS para un sistema con interacción de contacto dependiente de la densidad incluyendo el continuo resonante y no resonante. En lugar de resolver el sistema de ecuaciones en el plano complejo, resolvemos el sistema de ecuaciones de BCS en el eje real y luego calculamos las energías de cuasipartículas complejas a través del pairing gap y del nivel de Fermi. Mostramos como el continuo contribuye en mayor proporción para los núcleos alejados de la línea de estabilidad.

Keywords: quasi-particle, complex energy, BCS, continuum.
cuasi-partícula, energía compleja, BCS, continuo.

I. INTRODUCCIÓN

Las contribuciones de los estados resonantes a las correlaciones de "pairing" puede ser introducida en las ecuaciones de Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS), a través de los estados de scattering con energía real en la cercanía de la energía de resonancia [1, 2]. Alternativamente uno puede resolver las ecuaciones BCS con estados de Gamow los cuales tienen energía compleja [3], de esta forma uno aproxima el continuo resonantes sólo con los polos de la matriz de scattering. Nótese que estos formalismos no colocan al sistema en una caja para tener en cuenta el continuo. En ambos casos uno introduce las correlaciones debido sólo al continuo resonante, esto es, el continuo no resonante no es tenido en cuenta en estos formalismos.

El objeto de este trabajo es calcular las energías y los anchos de las cuasipartículas resonantes teniendo en cuenta no sólo el continuo resonante, sino las contribuciones del continuo de todos los estados de partícula simple. En este trabajo resolvemos la ecuaciones BCS en el continuo para una interacción delta dependiente de la densidad, hallamos el nivel de Fermi y el gap correspondiente a cada estado. Los estados con energía compleja

tienen la ventaja que en una sola magnitud (la energía compleja) uno tiene la información de la energía resonante (parte real) y del ancho de la resonancia (parte imaginaria). Por esto calculamos las energías complejas de cuasipartículas asociadas a cada estado de Gamow del campo medio de partícula simple [4].

Comparamos la influencia del continuo en los isótopos del Oxígeno y en el núcleo ^{84}Ni . Uno encuentra que la contribución del continuo es insignificante para los isótopos del Oxígeno estudiados, mientras que es apreciable en el caso del Niquel que corresponde a un núcleo cercano a la línea "dripline".

II. FORMALISMO

El espectro complejo de cuasi-partícula es descrito en la representación compleja, llamada en ocasiones, representación de Berggren. Esta consiste en una base formada por estados ligados, con energía negativa real, estados de Gamow (resonancias), con energía discreta compleja y por un continuo de estados de scattering con energía compleja a lo largo de un contorno en el plano complejo. Entre dicho contorno y el eje real positivo se encuentran los estados de Gamow que deben ser incluidos en la representación. Cambiando el contorno uno puede modificar el número de resonancias que incluye en la rep-

*Electronic address: idbetan@ifir.edu.ar

representación [5, 6]. Utilizando estos estados uno puede escribir la relación de completitud de la siguiente forma,

$$\delta(r - r') = \sum_n u_{nlj}(r) u_{nlj}(r') + \sum_\nu u_{\nu lj}(r) u_{\nu lj}(r') + \int_L d\varepsilon u_{lj}(\varepsilon, r) u_{lj}(\varepsilon, r'). \quad (1)$$

Donde el primer sumando corresponde a los estados ligados, en tanto que el segundo sumando corresponde a la suma sobre las resonancias. La integral es sobre un contorno en el plano complejo de energía que comienza en cero y termina en infinito. La relación de completitud se reduce a la usual cuando uno toma como contorno el semieje real positivo de las energías. En tal caso no está presente el segundo sumando y el contorno corresponde al semieje real positivo.

Para el caso de una fuerza de contacto dependiente de la densidad con la siguiente forma,

$$V(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = -V(r) \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = -V_0 \left[1 - \left(\frac{\rho(r)}{\rho_0} \right)^\alpha \right] \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \quad (2)$$

uno puede definir el 'pairing field' $\Delta(r)$ por la siguiente expresión,

$$\Delta(r) = \frac{V(r)}{2} \tilde{\rho}(r) \quad (3)$$

donde $\tilde{\rho}(r)$ es la densidad de pares ('pairing density'),

$$\tilde{\rho}(r) = \frac{1}{4\pi} \sum_j (2j+1) u_j(r) v_j(r) \quad (4)$$

El problema se reduce a hallar los coeficientes u_j y el nivel de Fermi λ que satisfacen simultáneamente las ecuaciones del gap (hay tantas como estados en la representación) y la ecuación del número de partículas, usando como representación un conjunto de estados ligados y scattering con energía real.

$$\Delta_j = \sum_{j'} \frac{2j'+1}{2j+1} u_{j'} v_{j'} \langle jj, 0 | V | j'j', 0 \rangle \quad (5)$$

$$N = \sum_j (2j+1) v_j^2, \quad (6)$$

Una vez que uno ha resuelto el sistema de ecuaciones está en condiciones de calcular el 'pairing field' $\Delta(r)$ a partir de la Ec. (3).

El 'pairing gap' para un estado con energía compleja es definido de la siguiente forma

$$\Delta_{\nu lj} = \int dr u_{\nu lj}^2(r) \Delta(r), \quad (7)$$

TABLE I: Energías de partícula simple (en MeV) correspondientes al ^{17}O y al ^{79}Ni

^{17}O		^{79}Ni	
Estado	Energía	Estado	Energía
$1f_{7/2}$	7.45-i 1.53	$1h_{11/2}$	3.56-i 0.02
$1d_{3/2}$	0.91-i 0.05	$1g_{7/2}$	1.93-i 0.01
$2s_{1/2}$	-3.26	$2d_{3/2}$	0.51-i 0.06
$1d_{5/2}$	-4.12	$3s_{1/2}$	-0.82
$1p_{1/2}$	-14.57	$2d_{5/2}$	-1.44

donde $u_{\nu lj}(r)$ es un estado de Gamow.

Finalmente, la cuasi-energía compleja es definida por la ecuación usual, $E_{\nu lj} = \sqrt{(\varepsilon_{\nu lj} - \lambda)^2 + \Delta_{\nu lj}^2}$, donde la energía de la partícula $\varepsilon_{\nu lj}$ es compleja y el parámetro λ es el nivel de Fermi calculado previamente.

La ventaja de trabajar en la representación compleja es que las resonancias de cuasi-partículas aparecen como un único estado en lugar de por un conjunto de estados con energía real distribuidos de tal forma que el continuo muestre alguna estructura particular en algún observable, como por ejemplo, en la sección eficaz.

III. APLICACIONES

Los estados de partícula simple son definidos a través del 'mean field' parametrizado por un potencial de Woods-Saxon. La parte radial en la interacción spin-órbita es definida como la derivada del mean field con los mismos parámetros. Los parámetros utilizados para el calculo de los estados del Oxígeno son los siguientes: $V_0=55.8$ MeV, $V_{so}=12.12$ MeV, $r_0=1.21$ fm y $a = 0.65$ fm. Mientras que los estados del Níquel fueron calculados con los siguientes parámetros: $V_0=42.0$ MeV, $V_{so}=16.0$ MeV, $r_0=1.27$ fm and $a = 0.67$. Las energías son mostradas en la Tabla I.

Con estos estados de partícula simple y los estados de scattering en el eje real, hemos resuelto las ecuaciones de BCS para la fuerza de pairing. Los parámetros utilizados para la fuerza de pairing fueron los siguientes: a) Oxígeno: $V_0=-456$ MeV fm $^{-3}$, $\alpha=1.06$; b) Níquel: $V_0=-1130$ MeV fm $^{-3}$, $\alpha=1$.

Primero hemos considerado en la ecuaciones de la BCS la contribución de todos los estados del continuo sobre el semieje real positivo hasta una energía de cut-off de 10 MeV. El número de estados de scattering por unidad de energía fue incrementado, especialmente en la región de las resonancias, hasta haber alcanzado la convergencia. Hemos llamado a tales cálculos continuo-BCS (cBCS). Con el objeto de discriminar cual es la contribución que proviene del continuo en la Tabla II comparamos los resultados del caso cBCS con el cálculo incluyendo sólo los estados ligados (denominado bBCS).

Considerando las variaciones promedios en el valor medio del gap y en la energía de pairing, uno encuentra que para los isótopos del Oxígeno es del 3.3%, mientras

TABLE II: Valor medio del gap(MeV), energía de pares(MeV) y root-mean-square radii(fm) calculados usando la representación discutida en el texto.

	cBCS			bBCS		
	$\langle \Delta \rangle$	E_p	$\langle r \rangle$	$\langle \Delta \rangle$	E_p	$\langle r \rangle$
^{20}O	1.831	-1.044	2.916	1.784	-1.002	2.912
^{22}O	1.412	-0.876	3.040	1.370	-0.849	3.038
^{84}Ni	1.493	-0.644	4.650	1.386	-0.606	4.646

TABLE III: Energías de quasi-partículas E_i (MeV) y probabilidades de ocupación para el ^{22}O .

Estado i	^{22}O	
	E_i	v_i^2
$1d_{5/2}$	(1.657,0)	(0.820,0)
$2s_{1/2}$	(1.020,0)	(0.596,0)
$1d_{3/2}$	(4.082,-0.075)	(0.013,-0.003)
$1f_{7/2}$	(10.541,-1.559)	(0.001,-0.001)

que en el Níquel es del 7%. El radio es muy poco afectado para estos casos.

Con el objeto de obtener las energías y los anchos de las resonancias de quasi-partícula, calculamos el 'pairing field' y el nivel de Fermi en la representación real (esto corresponde al caso cBCS). Debido a que estas magnitudes no dependen de la representación pueden ser utilizados para calcular el gap para los estados de Gamow utilizando la Ec. (7). En la Tabla III mostramos los resultados para uno de los isótopos del Oxígeno.

Mientras en la Tabla IV mostramos lo propio para uno de los isótopos del Níquel.

A partir de estos resultados y comparando con la Tabla

I, uno puede observar claramente como cambian los anchos de las energías debido a la presencia del pairing. Por ejemplo, los anchos en los estados del Níquel son más afectados que para el Oxígeno. También puede notarse que los anchos son más ensanchados cuando la ocupación es mayor.

El aspecto mas relevante del cálculo de energías de cuasipartículas presentado en este trabajo es que permite la determinación de las energías de excitación en términos de estados individuales como en el caso de excitaciones de

TABLE IV: Energías de quasi-partículas E_i (MeV) y probabilidades de ocupación para el ^{84}Ni .

Estado i	^{84}Ni	
	E_i	v_i^2
$2d_{5/2}$	(1.720,0)	(0.864,0)
$3s_{1/2}$	(1.044,0)	(0.801,0)
$2d_{3/2}$	(1.050,-0.183)	(0.171,-0.030)
$1f_{7/2}$	(2.486,-0.021)	(0.073,-0.002)
$1h_{11/2}$	(3.937,-0.025)	(0.024,-0.001)

estados ligados.

Agradecimientos

Los autores agradecen las discusiones realizadas con el Prof. R. J. Liotta durante el desarrollo de este proyecto. Este trabajo ha sido parcialmente financiado por FOMEC y SECYT-NKTH N. HU/PA05-EIII/005 (Argentina), por 'The Hungarian OTKA fund' Nos. T37991 y T46791 y por el 'Swedish Foundation for International Cooperation in Research and Higher Education (STINT)'.

[1] N. Sandulescu, R. J. Liotta and R. Wyss, Phys. Lett. **B 394**, 6 (1997).
[2] N. Sandulescu, Nguyen Van Giai and R. J. Liotta, Phys. Rev. C **61**, 061301(R) (2000).
[3] A. T. Kruppa, P.-H. Heenen, R. J. Liotta, Phys. Rev. C **63**, 044324 (2001).

[4] R. Id Betan, N. Sandulescu, T. Vertse, Nucl. Phys. **A771**, 93 (2006)
[5] T. Berggren, Nucl. Phys. **A109**, 265 (1968)
[6] R. J. Liotta, E. Maglione, N. Sandulescu and T. Vertse, Phys. Lett. **B 367**, 1 (1996).