

MÉTODO ÓPTICO PARA LA DETECCIÓN OMNIDIRECCIONAL DE BORDES

J. Mazzaferri, S. Ledesma

Laboratorio de Procesado de Imágenes, Departamento de Física 'J J Giambiagi', Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Pabellón I, Ciudad Universitaria, (1428) Buenos Aires, Argentina
e-mail: ledesma@df.uba.ar

Se propone un método óptico omnidireccional para la extracción de bordes a tiempo real. El método consiste en el diseño de un filtro complejo que es implementado en un procesador óptico con arquitectura de Vander Lugt. Se enfatiza la invariancia a rotaciones de la técnica, así como su equivalencia con el detector de bordes de Canny. Se llevaron a cabo simulaciones numéricas para comparar la implementación propuesta con algunos de los detectores y resaltadores de bordes más frecuentemente utilizados. Finalmente, se presentan resultados experimentales que muestran el excelente desempeño del método propuesto.

Palabras Claves: procesado óptico de imágenes, detección de bordes, componente circular armónica

A method for omnidireccional real-time optical edge extraction is proposed. The method consists on the design of a complex filter that is implemented in a Vander Lugt like optical processor. It is emphasized the rotation invariance of the technique, as its equivalence with the Canny edge detector. Numerical simulations have been performed to compare the proposed implementation with some frequently used edge detectors and enhancers. Experimental results are presented to show the very good performance of the method.

Key Word: optical image processing; Edge detection; Circular harmonic component

I. INTRODUCCIÓN

Dentro de los tópicos de procesado de imágenes, la detección y resaltado de bordes son temas importantes debido, fundamentalmente, a que están relacionados con la delimitación de zonas. En los últimos años se han desarrollado aplicaciones numerosas y diversas relacionadas con estos temas. Por ejemplo, en procesado de imágenes satelitales se han desarrollado métodos para distinguir frentes de temperatura en la superficie marina, detección de bordes en hielos marítimos y reconocimiento de costas¹⁻⁴. En relación a imágenes médicas se han reportado técnicas para evidenciar estructuras de tejido en imágenes de resonancia magnética⁵ y para mejorar imágenes de rayos X^{6,7}. Por otro lado, en imágenes astronómicas, se utilizaron métodos basados en detección de bordes para el rechazo de rayos cósmicos⁸.

Las técnicas de resaltado de bordes fueron también empleadas en reconocimiento óptico de formas. En general, el resaltado de bordes incrementa la capacidad de discriminación y reduce el tamaño del pico de correlación^{9,10}.

Sin la intención de hacer una enumeración exhaustiva, podemos mencionar algunos de los métodos más ampliamente utilizados en detección de bordes. En general, estos métodos están basados en la convolución entre una escena de entrada y una función núcleo. Por ejemplo, el conocido método de Roberts y otros como el de Sobel y Prewitt¹¹, son implementados con dos núcleos de convolución que detectan bordes en direcciones ortogonales. El tiempo de cómputo de los métodos de convolución, depende fuertemente del

tamaño de la función núcleo. Con frecuencia se utilizan núcleos pequeños, típicamente matrices de 3x3, para reducir el tiempo de procesado. No obstante, el tamaño reducido de los núcleos conlleva un aumento en la sensibilidad frente al ruido. Una posible solución a este problema fue propuesta por Canny¹². Además, el detector de bordes de Canny es capaz de extraer bordes a diferentes escalas. El método está basado en dos operaciones de convolución aplicadas en cascada. En un primer paso se realiza una operación de suavizado y en un segundo paso se aplica un gradiente vectorial con el objetivo de detectar las variaciones de la señal. Debido a que los bordes están asociados con las variaciones de la imagen, los bordes más abruptos corresponden a las frecuencias altas del objeto. Por lo tanto, la operación de suavizado, es decir un filtrado pasa bajos, limita la escala de los bordes a ser detectados. La limitación en las frecuencias espaciales también reduce el contenido de ruido produciendo una detección más robusta. Estas características hacen del filtro de Canny una herramienta muy eficiente para detectar bordes. En la bibliografía pueden encontrarse trabajos donde se ha demostrado la equivalencia entre el detector de Canny y una transformada wavelet¹³, y esta equivalencia a sido utilizada frecuentemente¹⁴.

También, se han desarrollado varios métodos para extraer bordes en diferentes tipos de imágenes específicas, tales como imágenes en color, imágenes biomédicas multidimensionales, imágenes binarias o imágenes multiespectrales¹⁵⁻¹⁸. Recientemente han sido publicados algunos métodos para estudiar el desempeño comparativo de diferentes métodos de detección de bordes¹⁹⁻²¹.

Las técnicas de procesado óptico de imágenes han

sido utilizadas en detección y resaltado de bordes. Algunos trabajos²²⁻²⁶ describen métodos basados en el filtrado de frecuencias espaciales dedicados a resaltar bordes. También han sido propuestos métodos ópticos basados en la transformada wavelet para detectar bordes²⁷⁻²⁸, y algunos de ellos fueron también implementados²⁹. En un trabajo reciente³⁰, hemos implementado un filtro de fase en un correlador de Vander Lugt que realiza múltiples transformadas wavelet para detectar esquinas y bordes en direcciones ortogonales.

Las técnicas de procesamiento de imágenes, dependen fuertemente del estado de rotación de la escena de entrada. A menudo, se han utilizado funciones armónicas circulares (CHF) como solución para obtener invariancia a rotaciones. Estas funciones han sido ampliamente utilizadas para realizar reconocimiento de imágenes invariante a rotaciones³¹⁻³⁴.

En este trabajo, presentamos un método a tiempo real basado en el detector de Canny, que realiza detección omnidireccional de bordes con mejor desempeño que un filtro pasa banda. El método se implementa mediante un procesador convergente de Vander Lugt, donde un filtro complejo diseñado especialmente es colocado en el plano de Fourier. El filtro propuesto permite realizar en un solo paso la operación de suavizado y la derivada primera omnidireccional. Hemos utilizado moduladores espaciales de luz (SLM) para representar tanto la escena como el filtro.

En la sección II se obtiene el filtro propuesto, y se demuestra teóricamente la invariancia a rotaciones del mismo. La simulación numérica de la detección con el filtro propuesto, y la comparación con otros detectores y resaltadores de borde se muestran en la sección III. La sección IV ha sido dedicada a la presentación de resultados experimentales que muestran el excelente desempeño del método presentado. Las conclusiones se presentan en la sección V.

II. DISEÑO DEL FILTRO

Como fue mencionado en la sección anterior, el detector de Canny es uno de los métodos más eficientes para detección de bordes. En esta sección presentamos un enfoque diferente para obtener este detector, que pone de manifiesto su invariancia a rotaciones.

En primer lugar se muestra que la derivada primera en una dimensión puede ser obtenida mediante la convolución entre la función de entrada y un núcleo. Por simplicidad representamos la operación de derivada primera en el dominio de Fourier donde la operación de convolución puede expresarse como un producto. En un segundo paso, se realiza una operación de suavizado mediante el producto con una función Gaussiana. Estas operaciones sucesivas son equivalentes al producto, en el dominio de frecuencias, de la función de entrada y un núcleo compuesto.

Extendiendo el filtro a 2D, y empleando una

expansión en armónicos circulares para obtener invariancia a rotaciones, se obtiene un detector omnidireccional de bordes. Se demuestra cómo la extracción de bordes es realizada independientemente del estado de rotación de la escena de entrada. Finalmente se muestra que el filtro diseñado realiza la misma operación que el detector de bordes de Canny.

La transformada inversa de Fourier en 1D de una función puede ser expresada como:

$$s(x) = \mathfrak{F}^{-1}\{S(u)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(u) e^{i2\pi ux} du, \quad (1)$$

donde $S(u)$ denota la transformada de Fourier de $s(x)$, u es la frecuencia espacial e i representa la unidad imaginaria. La derivada primera de esta función puede ser escrita como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dx}(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(u) [i2\pi u] e^{i2\pi ux} du \\ &= \mathfrak{F}^{-1}\{S(u) [i2\pi u]\} \\ &= s \otimes \mathfrak{F}^{-1}\{i2\pi u\}. \end{aligned} \quad (2)$$

En ec.(2), \otimes indica la operación de convolución. Este resultado muestra que la convolución de una función $s(x)$ con la transformada inversa de Fourier del operador D^{1D} definido como:

$$D^{1D}(u) = i2\pi u, \quad (3)$$

realiza la derivada primera en la dirección x de la función $s(x)$.

Como fue mencionado más arriba, muchos métodos detectores de borde emplean una operación de convolución para reducir la influencia del ruido presente en la función de entrada. Un filtro pasa bajos Gaussiano puede realizar la operación de suavizado, y el filtro resultante que realiza simultáneamente el suavizado y la derivada primera en una dimensión puede ser expresado como:

$$DG^{1D}(u) = i2\pi u e^{-\frac{u^2}{\sigma^2}}, \quad (4)$$

donde σ es el factor de suavizado que controla el rango de frecuencias del filtro pasa bajos. Es importante notar que la operación de suavizado no sólo reduce el contenido de ruido de la entrada, sino que también reduce la resolución espacial del detector de bordes. Por lo tanto, la separación mínima entre bordes detectables está limitada por el parámetro σ .

Una extensión natural y conveniente de 1D a 2D del filtro que detecta bordes en la dirección x puede ser expresada como:

$$DG(\rho, \phi) = i2\pi \rho \cos \phi e^{-\frac{\rho^2}{\sigma^2}}. \quad (5)$$

ρ y ϕ son las coordenadas polares en el plano de Fourier.

Como hemos mencionado previamente, una posible

manera de obtener una función invariante a rotaciones consiste en descomponer la función original en una base de funciones circulares armónicas. En nuestro caso, queremos extraer bordes en todas las direcciones, por lo tanto descomponemos la función $DG(\rho, \phi)$ como sigue:

$$DG(\rho, \phi) = \sum_{M=-\infty}^{+\infty} DG_M(\rho) \exp(iM\phi), \quad (6)$$

donde:

$$DG_M(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} DG(\rho, \phi) \exp(-iM\phi) d\phi. \quad (7)$$

La integral de la ec.(7) tiene la siguiente solución analítica:

$$DG_M(\rho) = \begin{cases} i\pi \rho e^{-\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)^2} & \rightarrow |M| = 1 \\ 0 & \rightarrow \text{otro caso} \end{cases}. \quad (8)$$

El hecho de que todos los armónicos con $|M| \neq 1$ se anulen, proviene de la simetría del filtro dado por la ec.(5).

En general un filtro circular armónico se diseña seleccionando sólo un componente armónico de la descomposición, esto es:

$$DG_c^M(\rho, \phi) = DG_M(\rho) \exp(iM\phi). \quad (9)$$

Usualmente se elige el coeficiente más significativo de la descomposición para diseñar el filtro. En nuestro caso, hemos seleccionado el componente con $M=1$, resultando:

$$DG_c(\rho, \phi) = i\pi \rho e^{-\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)^2} e^{i\phi}. \quad (10)$$

La función de borde puede obtenerse realizando la convolución entre la escena de entrada y la respuesta al impulso dg_c de la ec.(10) como sigue:

$$e(r, \theta) = f(r, \theta) \otimes dg_c(r, \theta). \quad (11)$$

f representa la escena de entrada, y r y θ denotan las coordenadas polares en el dominio espacial. Si la escena de entrada se rota en un ángulo α , el borde obtenido estará descrito por una función diferente $e_\alpha(r, \theta)$ dónde:

$$e_\alpha(r, \theta) = f(r, \theta + \alpha) \otimes dg_c(r, \theta). \quad (12)$$

La ec.(11) puede escribirse en el dominio de Fourier en coordenadas polares como:

$$e(r, \theta) = \int_0^\infty \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\phi F(\rho, \phi) DG_c(\rho, \phi) \times \exp[i2\pi\rho \cos(\theta - \phi)], \quad (13)$$

donde $F(\rho, \phi)$ representa la transformada de Fourier de la escena de entrada $f(r, \theta)$.

Dado que una rotación en el dominio espacial se corresponde con la misma rotación en el dominio de Fourier, la característica extraída de la escena rotada puede ser expresada como:

$$e_\alpha(r, \theta) = \int_0^\infty \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\phi F(\rho, \phi + \alpha) DG_c(\rho, \phi) \times \exp[i2\pi\rho \cos(\theta - \phi)]. \quad (14)$$

De la ec.(9) se puede obtener la siguiente expresión:

$$DG_c^M(\rho, \xi - \alpha) = DG_c^M(\rho, \xi) \exp[-iM\alpha]. \quad (15)$$

Aplicando álgebra a la ec.(13) y utilizando la expresión anterior, la función de borde de la escena rotada puede expresarse como:

$$e_\alpha(r, \theta) = \exp[-iM\alpha] e(r, \theta + \alpha). \quad (16)$$

Este resultado muestra que la función de borde de la escena rotada difiere de la función de borde rotada, en un factor constante de módulo unitario. A menos de este factor, la ec.(16) muestra la invariancia a rotaciones del método propuesto.

Ahora, analizamos el proceso de dos pasos involucrado en el detector de bordes de Canny. En primer lugar, la escena es suavizada mediante la convolución con una función Gaussiana:

$$g_\sigma(r) = \sigma^2 e^{-\pi\sigma^2 r^2}. \quad (17)$$

En un segundo paso, se obtiene el gradiente para detectar bordes con forma de escalón. Como los dos pasos de la operación constituyen operaciones lineales, puede aplicarse la propiedad asociativa como sigue:

$$\bar{\nabla}(g_\sigma \otimes f) = (\bar{\nabla} g_\sigma) \otimes f = \bar{c} \otimes f, \quad (18)$$

donde f representa la escena de entrada, y \bar{c} es el operador de Canny. La norma de la ec.(18) es una función escalar de 2D que representa la intensidad de los bordes.

Para demostrar la equivalencia entre el operador de Canny y el filtro propuesto en la ec.(10), reescribimos la expresión en coordenadas cartesianas u y v como sigue:

$$DG_c = \pi(-v + iu) e^{-\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)^2}. \quad (19)$$

Las partes real e imaginaria de la respuesta al impulso dg_c son proporcionales a las componentes del operador de Canny c_x y c_y , como se muestra debajo:

$$\begin{aligned} \text{Im}(dg_c) &= \mathfrak{F}^{-1} \left[\pi u e^{-\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)^2} \right] = \frac{-i}{2\sigma} \frac{d}{dx} g_\sigma(r) = \frac{-i}{2\sigma} c_x \\ \text{Re}(dg_c) &= \mathfrak{F}^{-1} \left[-\pi v e^{-\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)^2} \right] = \frac{i}{2\sigma} \frac{d}{dy} g_\sigma(r) = \frac{i}{2\sigma} c_y. \end{aligned} \quad (20)$$

De acuerdo a la ec.(20) podemos calcular la norma de la ec.(18) como sigue:

$$\begin{aligned} \|\bar{c} \otimes f\| &= \|(c_x \otimes f, c_y \otimes f)\| \\ &= \sqrt{|c_x \otimes f|^2 + |c_y \otimes f|^2} \\ &= 2\sigma \sqrt{|\text{Im}(dg_c) \otimes f|^2 + |\text{Re}(dg_c) \otimes f|^2} \\ &= 2\sigma |dg_c \otimes f|, \end{aligned} \quad (21)$$

donde las barras dobles se utilizan para representar la norma y las barras simples denotan el módulo complejo. El método propuesto es, por lo tanto, equivalente al detector de Canny.

Finalmente, queremos destacar que en técnicas ópticas, las mediciones están asociadas con la intensidad del campo electromagnético. En nuestro caso, la convolución óptica está representada por el módulo cuadrado de la ec.(11). Esta magnitud no sólo contiene información sobre los bordes, además resulta en una función con bordes abruptos. Esta característica puede representar una ventaja adicional en tareas de extracción de bordes.

III. RESULTADOS

El filtro diseñado, como se mostró en la sección II, realiza la extracción de bordes en todas las direcciones. A diferencia de otros métodos como Roberts, Sobel y Prewitt, este método realiza el proceso completo de detección con una única convolución y por lo tanto puede ser implementado en tiempo real utilizando un procesador óptico. Para obtener la convolución óptica, la arquitectura de Vander Lugt ha demostrado ser muy adecuada.

Para comparar los resultados obtenidos con el método propuesto con los resultados de algunos de los detectores y extractores de bordes más populares, hemos analizado la escena que se muestra en la Fig. 1.a). En la Fig. 1.b) y c) se muestran respectivamente la amplitud y la fase del filtro de la ec.(10) con $\sigma=1$. El factor de suavizado σ tiene unidades de frecuencia espacial, y el valor $\sigma=1$ corresponde a la máxima frecuencia espacial en el dominio de Fourier.

En la Fig. 2.a) se muestran los resultados numéricos de la función de bordes extraída con el método propuesto. Como puede notarse, este detector de bordes presenta muy buen desempeño. El gradiente de Roberts se aplicó a la misma escena. La salida de esta operación

se muestra en la Fig. 2.b). Con respecto a la extracción de bordes propiamente dicha, el método propuesto y el de Roberts son prácticamente equivalentes.

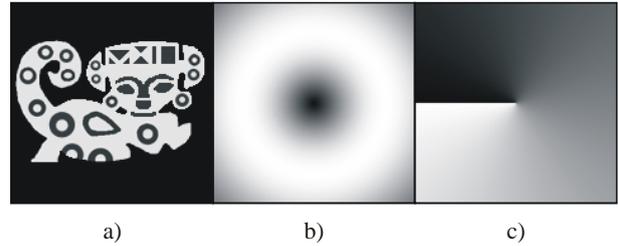


Figura 1. a) Escena de prueba. Filtro complejo dado por la ec.(10) con $\sigma=1$. b) Amplitud (la escala de grises de negro a blanco representa valores de transmisión entre 0 y 1, c) Fase (la escala de grises de negro a blanco representa valores de fase entre 0 y 2π).

Para implementar físicamente el filtro complejo, se necesita un medio capaz de modular la amplitud y la fase de forma independiente, lo cual puede ser difícil de realizar. Una manera posible de aproximar la función compleja consiste en diseñar un filtro cuya amplitud esté binarizada. Esto permite emplear un modulador espacial de luz para representar la fase y una simple máscara binaria para representar la amplitud. En este trabajo, la binarización se llevó a cabo mediante la selección de un umbral.

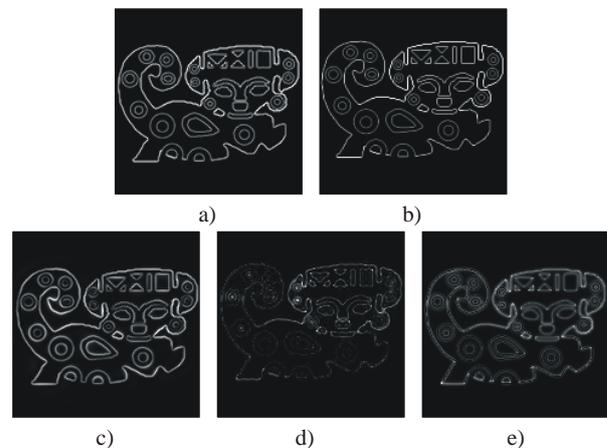


Figura 2. Extracción de bordes utilizando distintos métodos: a) Filtro de la ec.(10) con $\sigma=1$, b) Roberts, c) Filtro de la ec.(10) con $\sigma=1$ y amplitud binarizada con 20% de transmisión, d) Filtro pasa altos con $\rho_{\min} = 0.35$, y e) Filtro pasa banda con $\sigma=1$.

Por un lado, valores bajos del umbral provocan que la imagen final muestre bordes ensanchados con respecto al filtro complejo original. Por otro lado, valores altos del umbral producen bordes múltiples, debido básicamente a efectos de difracción. Teniendo en cuenta estos efectos hemos elegido el umbral óptimo simulando numéricamente la respuesta de los filtros binarizados con diferentes umbrales. Se determinó que un umbral de 20% de transmisión genera un filtro que minimiza los dos efectos mencionados arriba. Como

estos efectos están asociados con la respuesta al impulso del filtro se espera que la elección del umbral no dependa de la imagen de prueba. Por otro lado, debido a que el valor del umbral determina el ancho del borde detectado, la elección del mismo determina la resolución espacial del detector. Con respecto a las robustez al ruido, debe tenerse en cuenta que el valor del umbral controla el tamaño del área de transmisión en el plano de Fourier. La fracción de ruido de entrada que llega a la salida depende de esta área.

La detección de bordes obtenida con una versión binarizada del método, se muestra en la Fig. 2.c). Puede notarse que el desempeño del filtro binarizado es similar al filtro complejo.

Con el objetivo de comparar esta extracción de bordes con el resaltado de bordes obtenido con filtros pasa altos y pasa banda presentamos algunas simulaciones numéricas. En la Fig. 2.d) se muestra la simulación numérica de la operación de resaltado de bordes realizada con el filtro pasa altos ideal descrito por:

$$HP(\rho) = \begin{cases} 1 & \rho \geq \rho_{\min} \\ 0 & \text{otro caso,} \end{cases} \quad (22)$$

donde ρ_{\min} es la frecuencia de corte y fue tomada igual a 0.35. La Fig. 2.e) muestra la simulación numérica de la operación de resaltado de bordes mediante un filtro pasa banda representado por:

$$BP(\rho) = \rho e^{-\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)^2}, \quad (23)$$

que es igual a la amplitud del filtro de la ec.(10). El parámetro σ en la ec.(23) determina la banda de frecuencias del filtro. El resultado de la Fig. 2.e) fue obtenido con $\sigma = 1$. Como puede observarse, el filtro propuesto realiza la detección de bordes con mucho mejor desempeño que los resaltadores descriptos.

En la siguiente sección se describe la implementación experimental del filtro propuesto.

IV. EXPERIMENTAL

En la Fig. 3 se esquematiza el dispositivo experimental empleado para realizar la correlación óptica. La luz de un láser de Argón ($\lambda = 457 \text{ nm}$) incide sobre la lente L_1 . La transformada de Fourier de la escena representada en SLM_1 es obtenida en el plano donde se ubica SLM_2 . Los polarizadores P_1 - P_2 y las láminas de cuarto de onda WQP_1 - WQP_2 configuran la pantalla SLM_1 para modular la amplitud de la luz incidente^{35,36}. La máscara binaria BM fue ubicada en contacto con SLM_2 . El filtro está implementado en el conjunto formado por BM y SLM_2 donde se representan respectivamente la amplitud y la fase. Los polarizadores P_3 - P_4 y las láminas de cuarto de onda WQP_3 - WQP_4 configuran SLM_2 para modular la fase de la luz incidente. La lente L_2 forma imagen de la transformada inversa de Fourier y la correlación de salida se obtiene en la cámara CCD al final del correlador. Los

moduladores SLM_1 y SLM_2 se manejan mediante un video proyector y una PC. Las imágenes capturadas por la cámara son adquiridas por la PC.

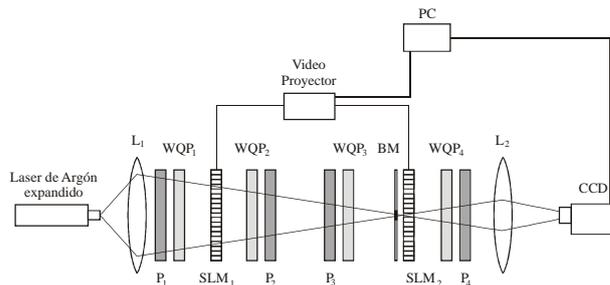


Figura 3. Correlador óptico convergente basado en la arquitectura de Vander Lugt.

En las Fig. 4.a) y b) se presentan los resultados de simulación numérica y experimental de la extracción de bordes de la escena de prueba. Se puede observar un muy buen acuerdo entre ambos resultados. También es posible notar una disminución en la calidad de la imagen obtenida en el experimento en comparación con el resultado numérico. Es bien sabido que el procesado óptico de información es muy eficiente en cuanto a tiempo de procesado, pero posee algunas características no deseadas que deben ser consideradas. Por un lado, la alta coherencia de la fuente de luz produce ruido speckle que contamina la imagen. Por otro lado, las aberraciones de los elementos ópticos pueden introducir degradaciones adicionales. Este problema puede ser solucionado aumentando la calidad de los elementos ópticos y también programando una corrección adecuada en el modulador. Queremos notar que incluso en nuestro caso donde el dispositivo experimental no está optimizado, se han obtenido muy buenos resultados.

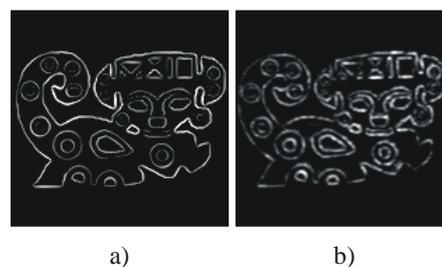


Figura 4. Extracción de bordes realizada con el filtro propuesto binarizado con un umbral de 20% de transmisión: a) Simulación numérica, b) experimental.

V. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un detector óptico de bordes omnidireccional a tiempo real. El método propuesto consiste en un filtro complejo implementable en un procesador óptico en una pantalla de cristal líquido modulando fase. Se comprobó teóricamente que el filtro propuesto realiza detección de bordes omnidireccional y se ha evidenciado la equivalencia con el detector de Canny. El filtro propuesto fue comparado mediante simulaciones numéricas con el detector de Roberts y

resaltadores populares de borde tales como un filtro pasa alto y otro pasa banda. También se presentan los resultados de la implementación experimental que muestran el excelente desempeño del método propuesto.

Agradecimientos

Este trabajo de investigación fue subsidiado por la Universidad de Buenos Aires, el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), y por la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica. J. Mazzaferri es becario de la Universidad de Buenos Aires. S. Ledesma es miembro del CONICET.

Referencias

- [1] T. Shimada, F. Sakaida, H. Kawamura, T. Okumura, *Rem. Sens. of Env.*, **98**, 21 (2005).
- [2] H. Liu, and K. C. Jezek, *International Journal of Remote Sensing*, **25**, 937 (2004).
- [3] Haarpaintner, J. Tonboe, R.T. Long, D.G. Van Woert, M.L. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **42**, 1433 (2004).
- [4] Brandt Tso, Richard C. Olsen, *Remote Sensing of Environment*, **97**, 127 (2005).
- [5] H. Tang, E. Wu, Q. Ma, D. Gallagher, G. Perera, T. Zhuang, *Comp. Med. Im. and Graph.*, **24**, 349 (2000).
- [6] L. Anil K. Jain, Hong Chen, *Pattern Recognition*, **37**, 1519 (2004).
- [7] Yin, A. Basu, J. Kwei Chang, *Patt. Recogn.*, **37**, 1407 (2004).
- [8] van Dokkum, Pieter G., *The Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **113**, 1420 (2001).
- [9] M. Alam, O. Perez, M. Karim, *App. Opt.*, **32**, 3102 (1993).
- [10] Z. Wang, H. Zhang, C. Cartwright, M. Ding, N. Cook, W.A. Gillespie, *App. Opt.*, **37**, 4449 (1998).
- [11] R. Gonzalez, R. Woods, *Digital Image Processing*, Ed., Addison-Wesley, New York, (1993).
- [12] J. Canny, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, **8**, 679 (1986).
- [13] S. Mallat, S. Zhong, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, **14**, 710 (1992).
- [14] C. Ducottet, T. Fournel, C. Barat, *Sign. Proc.*, **84**, 2115 (2004).
- [15] Alexander Brook, Ron Kimmel, Nir A. Sochen, *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, **18**, 247 (2003).
- [16] Edisson Alban, Jussi Tohka, Ulla Ruotsalainen, *Proc. SPIE*, **5672**, 224 (2005).
- [17] Marcos I. Quintana, Riccardo Poli, Ela Claridge, *Genetic Programming and Evolvable Machines*, **7**, 81 (2006).
- [18] Toivanen, P., Ansamäki, J., Parkkinen, J. and Mielikäinen, *JPattern Recognition Letters*, **24**, 2987 (2003).
- [19] T. B. Nguyen and D. Ziou, *Pattern Recognit. Lett.*, **21**, 805 (2000).
- [20] M. C. Shin, D. B. Goldgof, and K.W. Bowyer, *Comput. Vis. Image Understand.*, **84**, 160 (2001).
- [21] Felice Andrea Pellegrino, Walter Vanzella, and Vincent Torre, *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics- Part B: Cybernetics*, **34**, 1500 (2004).
- [22] X. Lin, J. Ohtsubo, T. Takemori, *App. Opt.*, **35**, 3148 (1996).
- [23] B. Liang, Z. Wang, G. Mu, J. Guan, H. Liu, C. Cartwright, *App. Opt.*, **39**, 2925 (2000).
- [24] T. Babkina, V. Voloshinov, *J. Opt. A.*, **3**, 54 (2001).
- [25] M. Shih, A. Shishido, I. Khoo, *Opt. Lett.*, **26**, 1140 (2001).
- [26] S. Fürhapter, A. Jesacher, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, *Opt. Exp.*, **13**, 689 (2005).
- [27] W. Wang, G. Jin, Y. Yan, M. Wu, *App. Opt.*, **34**, 370 (1995).
- [28] B. Soon, M. Alam, M. Karim, *App. Opt.*, **37**, 821 (1998).
- [29] H. Zhang, C. Cartwright, M. Ding, W. Gillespie, *Opt. Comm.*, **185**, 277 (2000).
- [30] J. Mazzaferri, S. Ledesma, C. Iemmi, *J. Opt. A.*, **5**, 425 (2003).
- [31] Y. Hsu, H. Arsenault, *G. April, App. Opt.*, **21**, 4012 (1982).
- [32] Y. Hsu, H. Arsenault, *App. Opt.*, **21**, 4016 (1982).
- [33] J. Yao, L. Chin, *Opt. Comm.*, **162**, 26 (1999).
- [34] H. Zhang, C. Cartwright, M. Ding, Z. Wang, B. Liang, A. Gillespie, *Opt. Comm.*, **195**, 383 (2001).
- [35] A. Márquez, J. Campos, M. Yzuel, I. Moreno, J. Davis, C. Iemmi, A. Moreno, A. Robert, *Opt. Eng.*, **39**, 3301 (2000).
- [36] A. Márquez, C. Iemmi, I. Moreno, J. Davis, J. Campos, M. Yzuel, *Opt. Eng.*, **40**, 2558 (2001).