

FUERZA DE FRENAMIENTO DE PROTONES INCIDENTES EN DISTINTOS METALES

D.G. ARBÓ* Y J.E. MIRAGLIA

Instituto de Astronomía y Física del Espacio, CC 67, Suc 28, 1428 Buenos Aires.

* También en Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas,
Universidad Nacional de La Matanza, F. Varela 1903, 1754 S. Justo, Prov. de Buenos Aires
y Dto. de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, U.B.A.

e-mail: diego@iafe.uba.ar

Se consideró la pérdida de energía que sufre un proyectil pesado e.g. protones por colisiones binarias moviéndose dentro de un sólido modelado como un gas de electrones libres. Se calculó la probabilidad de colisión y la fuerza de frenamiento por unidad de longitud. Se estudiaron distintos potenciales. Se analizaron diferentes metales: Aluminio y Plata. Se encontró una correspondencia entre los formalismos colisional y dieléctrico.

We consider the energy-loss suffered by a heavy projectile e.g. protons because of binary collisions while moving into a solid modeled as a free electron gas. Collision probability and stopping power per unit length were calculated. Two different potentials were studied. We analyzed different metals: Aluminum and Silver. It was found a correspondence between collisional and dielectric formalism.

I. INTRODUCCIÓN

La fuerza de frenado de un proyectil colisionando con un gas de electrones tiene dos fuentes: la colisión binaria con los electrones libres⁽¹⁾ y la excitación de modos colectivos y plasmones⁽²⁾. A partir de estas consideraciones se deduce la expresión conocida de Bethe-Lindhard para la fuerza de frenamiento

$$Q_{r0} = \frac{4\pi Z_p^2 N}{v^2} \ln\left(\frac{2v^2}{\omega_p}\right) \quad (1)$$

donde $\omega_p^2 = 4\pi N$ es el cuadrado de la frecuencia de plasma de volumen, N es la densidad electrónica, v y Z_p son la velocidad y carga del proyectil respectivamente.

En este artículo calculamos el frenamiento mediante el formalismo colisional. A lo largo del trabajo se utilizará la primera aproximación de Born para el cálculo del elemento de matriz densidad. Se usará unidades atómicas.

II. FORMALISMO COLISIONAL

Se considera un proyectil pesado P que se mueve dentro de un sólido y pierde energía por colisiones binarias con el gas de electrones. Esquemáticamente

$$P_{\vec{k}_i}^{Z_p^+} + e_{\vec{k}_i}^- \rightarrow P_{\vec{k}_f}^{Z_p^+} + e_{\vec{k}_f}^- \quad (2)$$

Sea W la probabilidad de colisión por unidad de longitud, entonces usando la regla de oro de Fermi se

puede escribir la probabilidad de transición $\vec{k}_i \rightarrow \vec{k}_f$ por unidad de desplazamiento y por unidad de pérdida de energía dE como⁽³⁾

$$\frac{d^7W}{dE d\vec{k}_i d\vec{k}_f} = \frac{2\pi}{v} \delta\left[\frac{1}{2}k_i^2 - \frac{1}{2}k_f^2 + E\right] \times \delta\left[E + \vec{v} \cdot (\vec{k}_i - \vec{k}_f)\right] |T|^2, \quad (3)$$

donde $T = \langle \psi_{\vec{k}_f} | V | \Psi_{\vec{k}_i}^+ \rangle$ es el elemento de matriz de transición y V es el potencial $P - e$. La probabilidad diferencial es

$$\frac{dW}{dE} = 2 \int d\vec{k}_i d\vec{k}_f \Theta(k_F - k_i) \times \Theta(k_f - k_F) \left(\frac{d^7W}{dE d\vec{k}_i d\vec{k}_f} \right), \quad (4)$$

donde el 2 da cuenta de los dos estados de espín posibles, Θ es la función escalón que es la distribución de Fermi a temperatura cero, y k_F es la velocidad de Fermi (en unidades atómicas).

La fuerza de frenamiento resulta

$$S = \int_0^{+\infty} dE E \frac{dW}{dE}. \quad (5)$$

Se puede calcular la matriz T en primera aproximación de Born usando ondas planas, reduciéndose así el cálculo de la matriz T a un simple cálculo de la

transformada de Fourier del potencial, i.e. $T = (2\pi)^{-3/2} \tilde{V}(-\vec{p})$. Consideramos varios potenciales dependiendo de la respuesta dieléctrica utilizada $\varepsilon(k, \omega)$.

$$\tilde{V}_c(\vec{k}) = -\frac{1}{\varepsilon(k, \omega)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Z_P}{k^2}, \quad (6)$$

dónde la tilde representa la transformada de Fourier. Para el potencial de Yukawa, la función dieléctrica es $\varepsilon_Y(-\vec{P}, \omega) = 1 + \lambda^2/v^2$, donde $\lambda = \omega_p/v$ es el apantallamiento dinámico y $\vec{P} = \vec{K}_i - \vec{K}_f = -\vec{p} = \vec{k}_f - \vec{k}_i$ es el momento transferido.

En la aproximación de Drude⁽⁴⁾

$$\varepsilon_1(k, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \Theta(k_c - k), \quad (7)$$

e incluyendo la interacción de partícula simple de un modo más realista

$$\varepsilon_2(k, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma) - \beta^2 k^2 - k^4/4}, \quad (8)$$

con $\beta^2 = 3/5 k_F^2$, $\omega = \vec{k} \cdot \vec{v}$, $k_c = \omega_p/k_F$.

A. La aproximación de Bethe

Para el límite $k_F \ll v$ podemos volver a la ecuación (4) y hacer la siguiente aproximación

$$\frac{d^4 W}{dE d\vec{k}_f} = \left(\frac{d^7 W}{dE d\vec{k}_i d\vec{k}_f} \right)_{k_i=0} 2 \int d\vec{k}_i \Theta(k_F - k_i). \quad \text{La} \quad (9)$$

última integral es la densidad de electrones por unidad de volumen. Integrando en $d\vec{k}_f$ para el potencial de Yukawa y considerando la ecuación (5) se obtiene un resultado analítico para la fuerza de frenamiento

$$S_{Y0} = \frac{4\pi Z_P^2 N}{v^2} \left[\ln \left(\frac{\lambda^2 + 4v^2}{\lambda^2} \right) - \frac{4v^2}{(\lambda^2 + 4v^2)} \right] \quad (10)$$

para ser coherente con esta aproximación tomamos el límite $k_F \rightarrow 0$. En el límite de proyectiles veloces ($v \gg \lambda$)

$$S_{Y0} \rightarrow \frac{4\pi Z_P^2 N}{v^2} \ln \left(\frac{2v^2}{\omega_p \sqrt{e}} \right) \quad (11)$$

S_{Y0} es prácticamente la aproximación de Bethe (ver ec. (1)) a menos un factor \sqrt{e} en el logaritmo.

B. Correspondencia entre los formalismos colisional y dieléctrico

Llamamos el modelo colisional al descrito en la segunda sección. El modelo dieléctrico⁽⁵⁾ corresponde al cálculo de la fuerza de frenamiento mediante la conocida ecuación

$$Q = \frac{2Z_P^2}{\pi v^2} \int \frac{dk}{k} \int^v d\omega \text{Im} \left(\frac{1}{\varepsilon(k, \omega)} \right). \quad (12)$$

Estos dos formalismos son equivalentes⁽⁶⁾ cuando

$$\text{Im}(\varepsilon^*(k, \omega)) = \frac{\pi \omega_p^2}{2\omega} \delta(\omega - k^2/2). \quad (13)$$

Esta ecuación la cumple $\varepsilon_2(k, \omega)$ en el límite asintótico de grandes transferencias de momento $k \gg k_F$. En cambio la función dieléctrica de Drude $\varepsilon_1(k, \omega)$ no satisface la ec. (13) para ningun valor de k .

III. RESULTADOS

Se presentarán los resultados para dos blancos distintos: Aluminio y Plata. Para el primero consideramos $N = 0.0255$

($\omega_p = 0.566, k_F = 0.92, \gamma = 0.037$) y para el último $N = 0.269$

($\omega_p = 1.84, k_F = 2, \gamma = 2.8$)

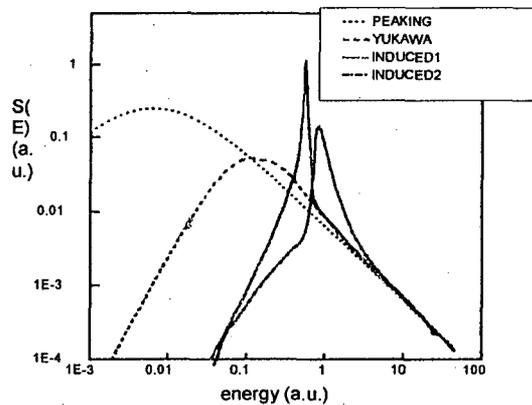


Figura 1. fuerza de frenamiento en función de la energía transferida -Aluminio-. El potencial inducido 1 corresponde a ε_1 e inducido 2 a ε_2

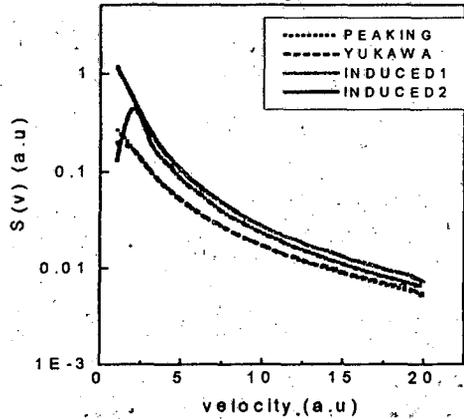


Figura 2. Fuerza de frenamiento en función de la velocidad del proyectil -Aluminio-

En la Fig. 1 se muestra la distribución de energía $Q(E)$ para protones de 340 eV ($v = 5 \text{ a.u.}$) colisionando con un blanco de Aluminio. Como primera aproximación podemos decir que, no importa el potencial, todas concuerdan con la versión de la aproximación dQ_{Y0}/dE para $E \gg \omega_p$, es decir, que para valores altos de la energía transferida: $Q(E)$ va a cero como E^{-2} . Las diferencias ocurren para transferencias de energías bajas. En particular el potencial inducido V_{ϵ_1} presenta un pico en $E = \omega_p$ que se debe a la pérdida de energía transferida al modo de oscilación colectiva (plasmones). V_{ϵ_2} también presenta un pico pero desplazado hasta $E = 0.82 \text{ a.u.}$ y atenuado con respecto al anterior.

En la Fig. 2 se grafica la fuerza de frenamiento para protones en aluminio como función de la velocidad del ion para los distintos potenciales. Se puede observar que (para para velocidades mayores que $v \cong 5$) la fuerza de frenamiento va a cero como $\frac{1}{v^2} \ln(v)$, es decir que tiende más rápidamente a cero que la anterior. Esto evidencia una discrepancia con el formalismo dieléctrico que para velocidades altas, la fuerza de frenamiento sigue la ec. (1).

Para el caso de la Plata el pico de excitación de plasmones está tan ensanchado que prácticamente no quedan rastros del mismo en la distribución de energía de la Fig. 3. La Fig. 4 muestra la fuerza de frenamiento en función de la velocidad del ion. El mismo

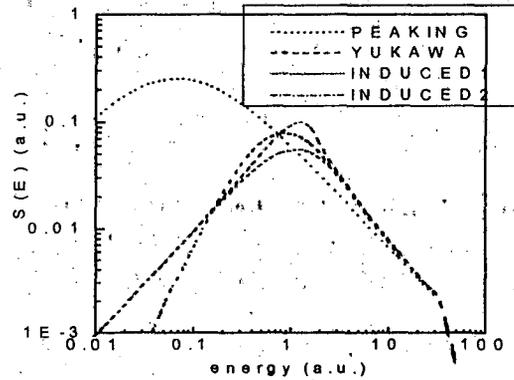


Figura 3. Fuerza de frenamiento en función de la energía transferida -Plata-

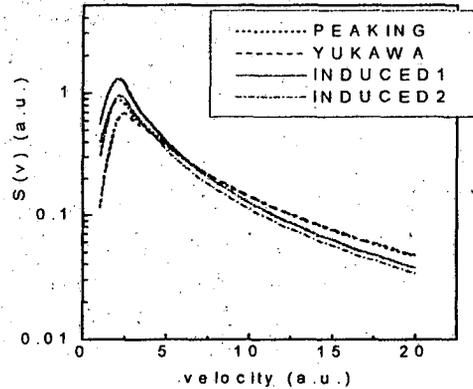


Figura 4. Fuerza de frenamiento en función de la velocidad del proyectil -Plata-

comportamiento asintótico mostrado para el caso del aluminio puede observarse aquí.

Referencias

- 1 - H. Bethe, Ann. Phys. 5 325 (1930).
- 2 - J. Lindhard y A. Winther, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 34, no. 4 (1964).
- 3 - L. Boening y K. Schoenhammer, Phys. Rev. B 39, 7413 (1989)
- 4 - J. Burgdörfer, Progress in At. and Mol Phys. (ed. C.D. Lin) (1993).
- 5 - A. Arnau y P.M. Echenique, Nucl. Instr. and Meth. B 42 (1989).
- 6 - R.H. Ritchie, Phys. Rev. 114, no. 3 (1959).