

Fusión de la red de vórtices y escalones fraccionarios de Shapiro en Circuitos de Junturas Josephson

V.I.Marconi*, D.Domínguez

Centro Atómico Bariloche.
S.C.de Bariloche (8400), Río Negro, Argentina.
e-mail : marcov@cab.cnea.edu.ar

Se estudió la fusión de la red de vórtices en Circuitos de Junturas Josephson (CJJ). Las simulaciones fueron realizadas para un modelo bidimensional a pequeños valores de campo magnético conmensurado, $f=1/25$. Se observó una transición simple en la cual el módulo de helicidad finito se anula. Luego de haber hallado la temperatura de transición se aplicó al CJJ una corriente externa con componente alterna y se estudiaron los efectos de temperatura finita sobre los escalones gigantes de Shapiro fraccionarios (EGSF). El modo en que estos desaparecen a la temperatura de fusión de la red de vórtices permite una mejor caracterización de la transición.

The melting of the vortex lattice was studied in Josephson Junction arrays (JJA). Numerical simulations were done for the two dimensional case and a small commensurate magnetic field, $f=1/25$. A transition where a finite helicity modulus vanishes was observed. After obtaining the transition temperature, an external current with an r.f. component was applied, and the effect of finite temperature on the fractional giant Shapiro steps was studied. The way in which the steps disappear at the melting temperature allows for a better experimental characterization of the transition.

Los circuitos de Junturas Josephson son dispositivos electrónicos ultrapequeños que se fabrican en el laboratorio con modernas técnicas litográficas¹. La mejora de estas técnicas en los últimos años ha aumentado el interés en el estudio de los CJJ tanto experimentalmente como teóricamente. Estos avances permiten el uso de arreglos bidimensionales que contienen 10^6 ó más granos superconductores acoplados débilmente por efecto Josephson.

Estos dispositivos tienen potenciales aplicaciones como fuentes de potencia coherente de alta frecuencia, como amplificadores paramétricos y como patrones estandar de voltaje. Asimismo, cuando el modelo dinámico de los CJJ se extiende a tres dimensiones, representa también un modelo de la dinámica de vórtices de superconductores de alta temperatura crítica en el límite de London².

Experimentalmente, en el estudio de estos arreglos superconductores se ha enfatizado en sus propiedades dinámicas, como resistividad, curvas características corriente-voltaje (IV), etc. Estas pueden ser probadas fácilmente como funciones de varios parámetros externos, que incluyen campos magnéticos estáticos y frecuencias. Por esta razón es de gran utilidad el estudio de modelos realistas para la dinámica de los CJJ alimentados por campos electromagnéticos externos cuyos resultados sean comparables con los resultados experimentales. Específicamente con éstos pueden estudiarse las propiedades termodinámicas y de transporte de dichos sistemas.

En este trabajo presentamos los resultados de simulaciones numéricas de la dinámica de los CJJ

alimentados por corriente dc + ac, en el límite de campo magnético conmensurado débil ($f=1/q$, q entero) con condiciones periódicas de contorno³. Los arreglos son estudiados en el modelo de junturas Josephson RSJ⁴ que incluye campos magnéticos.

En este modelo RSJ⁴, la corriente total que fluye en paralelo con la corriente ideal de Josephson es la siguiente:

$$I = I_J + \frac{V}{R} = I_0 \text{sen}(\Delta\theta) + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{d(\Delta\theta)}{dt} \quad (1)$$

donde la supercorriente esta dada por:

$$I_J = I_0 \text{sen}(\theta_2 - \theta_1) = I_0 \text{sen}(\Delta\theta) \quad (2)$$

y la caída de voltaje entre los dos superconductores será:

$$V = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d(\Delta\theta)}{dt} \quad (3)$$

siendo θ_1, θ_2 las fases del parámetro de orden de Ginzburg-Landau en los superconductores 1 y 2, respectivamente. I_0 la máxima corriente que puede fluir a través de la juntura, $\Phi_0 = h/2e$ es el cuanto de flujo superconductor y R la resistencia efectiva del estado normal. En presencia de campo magnético, la diferencia de fase puede ser reemplazada por la forma invariante de medida:

$$(\theta_2 - \theta_1) \rightarrow \left(\theta_2 - \theta_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int \vec{A} d\vec{l} \right) \quad (4)$$

* Autor a quien debe enviarse la correspondencia.

donde $\nabla \times \vec{A} = \vec{B}$ es el campo magnético.

Si I es independiente del tiempo la ec (1) tiene resolución analítica. El promedio en el tiempo del voltaje $\langle V \rangle$ como función de I , el cual define la curva IV de la juntura será $\langle V \rangle = 0$ si $I < I_0$ y $\langle V \rangle = R\sqrt{I^2 - I_0^2}$ si $I > I_0$.

Cuando la juntura es alimentada por una corriente periódica en el tiempo $I = I_{dc} + I_{ac} \sin(2\pi\nu t)$, la curva IV muestra plateaus a voltajes cuantizados:

$$\langle V_n \rangle = \frac{nh\nu}{2e} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

Estos son los escalones de Shapiro que han permitido medidas precisas de las unidades de voltaje. Qué ocurre si uno acopla un gran número de Junturas Josephson y alimenta el sistema con corrientes de $+ac$?

Un arreglo de Junturas Josephson está hecho por una red de $N \times N$ islas superconductoras conectadas por corrientes Josephson. Si a este sistema se lo somete a un campo magnético perpendicular, experimentalmente^{vi} se han observado escalones a voltajes fraccionarios:

$$\langle V_n \rangle = n \left(\frac{Nh\nu}{2eq} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5')$$

A éstos escalones en las curvas IV para corrientes alternas se los llama **escalones gigantes de Shapiro fraccionarios**^{vii}. N es la cantidad de junturas en la dirección en que la corriente es aplicada y q está determinado por la celda unidad de tamaño $q \times q$ de la super red de vórtices.

Para modelar el comportamiento dinámico del sistema se extiende el modelo RSJ a una red cuadradaⁱⁱⁱ. La corriente $I_\mu(r)$ en una dada dirección μ entre dos islas superconductoras en los sitios r y $r + \mu$ con $\mu = \hat{e}_x, \hat{e}_y$ está dada por:

$$I_\mu(r) = I_0 \text{sen}(\Delta_\mu \theta(r) - A_\mu(r)) + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{d}{dt} (\Delta_\mu \theta(r) - A_\mu(r)) + \eta_\mu(r, t) \quad (6)$$

con $\Delta_\mu \theta(r) = \theta(r + \mu) - \theta(r)$.

El campo magnético externo se mide como el promedio de cuantos de flujo por celda unidad y se define así:

$$2\pi f = A_x(r) + A_y(r + \hat{e}_x) - A_x(r + \hat{e}_y) - A_y(r) = \nabla_\mu \times A_x(r) \quad (7)$$

donde $A_\mu(r) = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_r^{r+\mu} \vec{A} d\vec{l}$. Se desprecian las

corrientes de apantallamiento asumiendo que \vec{A} solo está determinado por el campo magnético externo, es decir que $\lambda_L \gg Na$ siendo λ_L la longitud de penetración del campo magnético y a el lado de la celda unidad. Por esto también se puede descartar $d\vec{A}/dt$ en (6) ya que el campo magnético es constante en el tiempo.

Los efectos de temperatura se incluyen adicionando una variable gaussiana aleatoria $\eta_\mu(r, t)$ a las ecuaciones de movimiento, de covariancia:

$$\langle \eta_\mu(r) \eta_\mu(r') \rangle = \frac{2\pi T}{R} \delta_{r,r'} \delta_{\mu,\mu'} \delta(t - t') \quad (8)$$

La ec. (6) junto a la ley de conservación de corrientes de Kirchoff:

$$\Delta_\mu \cdot I_\mu(r) = I_x(r) - I_x(r - x) + I_y(r) - I_y(r - y) = I^{ext}(r) \quad (9)$$

válida para cada nodo, definen completamente la evolución de la fase $\theta(r, t)$ como función del tiempo.

La expresión explícita para $d\theta/dt$, derivada de las ecuaciones anteriores es:

$$\frac{d\theta(r, t)}{dt} = - \frac{2\pi R}{\Phi_0} \sum_r G(r, r') \cdot \left\{ I^{ext}(r, t) - \Delta_\mu \cdot \left[I_0 \text{sen} \Delta_\mu \theta(r', t) - A_\mu(r') + \eta_\mu(r', t) \right] \right\} \quad (10)$$

donde $G(r, r')$ es la función de Green de la red bidimensional que depende de las condiciones de borde elegidas. La ec (10) define el sistema de ecuaciones dinámicas acopladas no lineales estudiadas. Se utiliza un eficiente algoritmo numérico^{viii} para una red de 100×100 junturas y estableciéndose condiciones periódicas de contorno en ambas direcciones para las corrientes externas. Para resolver (10), una evaluación numérica directa crece como N^4 lo cual es lento y limita el tamaño de la red. En su lugar se utilizó un método más eficiente de transformada rápida de Fourier, el cual es más rápido porque el algoritmo crece como $N^2 \log N$. El método de integración usado para temperaturas finitas es la extensión al método de Runge Kutta de segundo orden para ecuaciones diferenciales estocásticas desarrollado por Helfand^{ix}.

Para arreglos ordenados, la ecuación (10) es invariante ante transformaciones de tipo $f \rightarrow f + n$ y $f \rightarrow -f$ con n entero. En este

caso basta analizar las propiedades del modelo en el intervalo $f = [0, 1/2]$. Las excitaciones que pueden aparecer en el circuito, están definidas como:

$$\sum_R [\Delta_\mu \theta(r) - A_\mu(r)] = 2\pi(n(R) - f)$$

donde la suma es sobre la plaqueta R y la diferencia de fase invariante de medida restringida al intervalo $[-\pi, \pi]$. Por lo tanto $n(R)$ es un entero que da la vorticidad en la plaqueta R.

Puede estudiarse en principio un caso más sencillo, como sería la configuración de vórtices en el estado fundamental y a temperaturas finitas, descartando en (6) el término de corrientes externas y así estudiar la evolución de las fases. Se estudió el sistema para $f=1/25$ y su evolución con la temperatura desde el estado fundamental. Pudo así observarse la fusión de la red de vórtices.

En particular se midió el módulo de helicidad, el cual es una medida de la coherencia de fase de largo alcance^x. Y se define como la sensibilidad de la energía libre a un torcimiento en las condiciones de borde a lo largo de una dirección particular:

$$Y = \frac{1}{N^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} \Big|_{\delta=0} \quad (11)$$

con δ el ángulo de torsión.

El módulo de helicidad es entonces una respuesta a la invarianza de medida. Utilizando al expresión de la energía libre (F) de nuestro sistema, se llega a la expresión calculada para Y:

$$Y_\mu = \frac{1}{N^2} \left\{ \frac{1}{kT} \left[- \left\langle \left(\sum_r \text{sen}(\Delta_\mu \theta(r) - A_\mu(r)) \right)^2 \right\rangle + \left\langle \sum_r \text{sen}(\Delta_\mu \theta(r) - A_\mu(r)) \right\rangle^2 \right] + \left\langle \sum_r \cos(\Delta_\mu \theta(r) - A_\mu(r)) \right\rangle \right\} \quad (12)$$

Vale aclarar que esta expresión es válida para temperaturas finitas, y se demuestra que para temperatura nula la expresión solo conserva el último término.

En la Fig.1 se muestra la configuración de vórtices para el estado fundamental, es decir a temperatura nula. Se observa claramente el orden del mismo y su estructura cuadrada. Este orden de largo alcance va desapareciendo a medida que aumentamos la temperatura, esto puede verse en la caída del módulo de helicidad finito a cero (Fig.2). Esta caída es evidencia de la transición de fase, y puede determinarse de la misma la temperatura crítica del sistema, siendo en este caso

$T=0.05$. Estos resultados coinciden con las simulaciones de Monte Carlo realizadas por Hattel et.al.^{viii}. El hecho que a partir de la transición observemos oscilaciones y no una tendencia suave a cero, es debido a que la dinámica de Langevin utilizada requiere más tiempo de corrida para que desaparezcan las mismas.

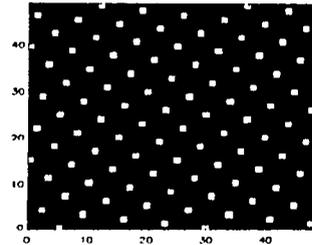


Figura 1. Estructura de vórtices de una red de 50x50 junturas en el estado fundamental, $T=0$.

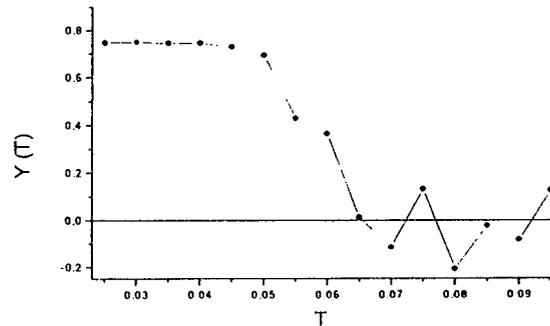


Figura 2. Módulo de helicidad en función de la temperatura.

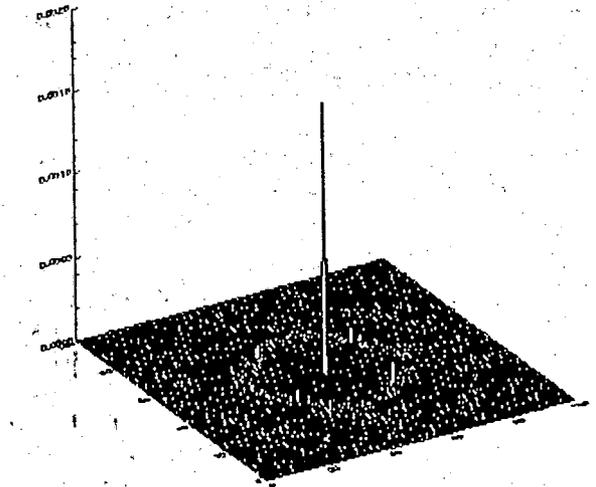
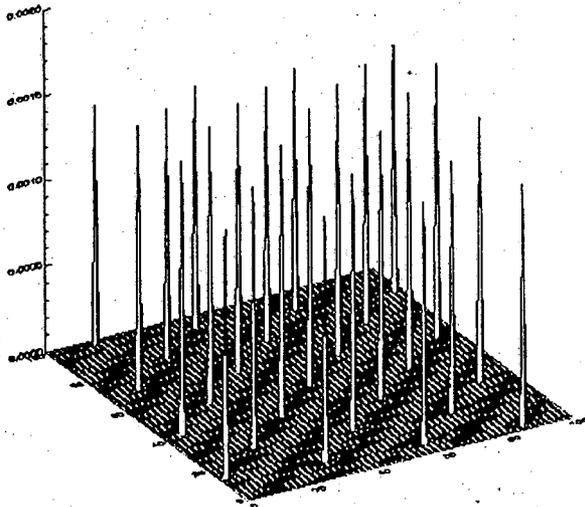
La anterior interpretación también puede obtenerse de la observación del factor de estructura de la red de vórtices.

$$S_q = \frac{1}{N^2} \sum_{R_i} \exp[i\vec{q} \cdot \vec{R}_i] \langle n(R_i) n(0) \rangle$$

donde se suma sobre todas las plaquetas de la red. En la Fig.3 se presenta la superficie del factor de estructura para tres temperaturas distintas, una previa a la transición, $T=0.02$, donde se observa muy bien la coherencia de fase de largo alcance, en $T=0.07$ la misma va desapareciendo, siendo ya de corto alcance y para $T=0.09$ donde ha desaparecido totalmente.

Otro modo de verlo es con la caída de intensidad en uno de los picos del factor de estructura como función de la temperatura (Fig4). Claramente así observamos la fusión de la red entorno a $T=0.05$.

(a)



(c)

Figura 3. Factor de estructura de la red de vórtices de 100×100 juntas, a temperaturas $T=0.02$ (a), $T=0.07$ (b) y $T=0.09$ (c).

(b)

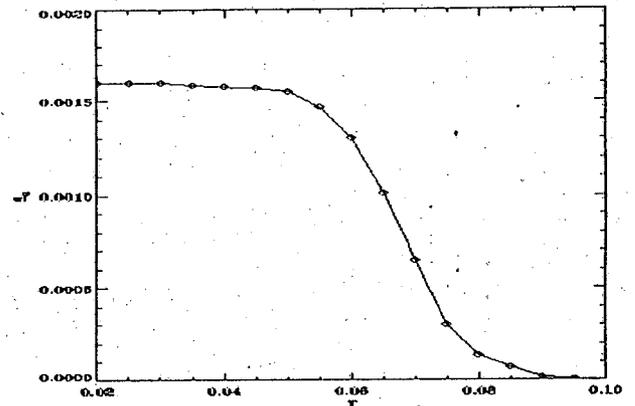
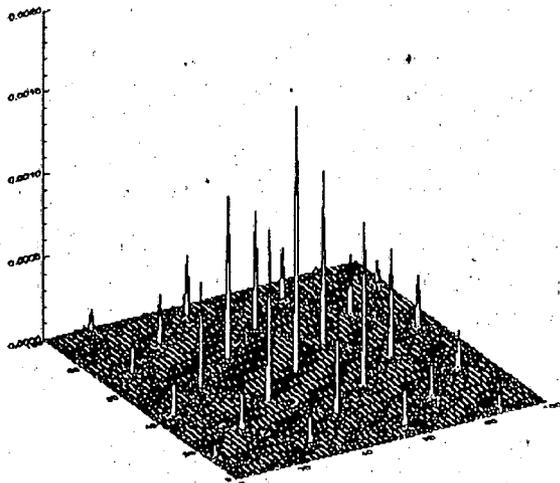


Figura 4. Caída de la intensidad de un pico del factor de estructura con la temperatura. Fusión de la red a $T=0.05$.

Habiendo hallado la temperatura de transición, al introducir las corrientes externas al sistema es posible el estudio de la evolución de los escalones gigantes de Shapiro fraccionarios con la temperatura. A temperatura nula los plateaus que se observan son verdaderos plateaus, los cuales se van inclinando y redondeando en los extremos con la temperatura. Esto puede observarse en la Fig.5

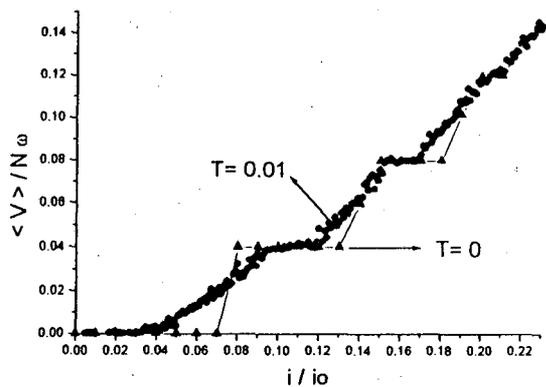


Figura 5. Escalones de Shapiro en el estado fundamental del sistema y a temperatura finita.

A medida que incrementamos la temperatura observamos entonces la inclinación y disminución del ancho de escalones hasta desaparecer en la temperatura de transición. En la Fig.5 también se pueden observar los escalones en un amplio rango de corrientes, y como va disminuyendo su ancho a medida que la corriente aumenta, como su presencia a voltajes fraccionarios. Centrados en el primer escalón estudiamos su evolución con temperatura, y puede verse el mismo a una temperatura por debajo de la transición y otra por encima en la Fig. 6.

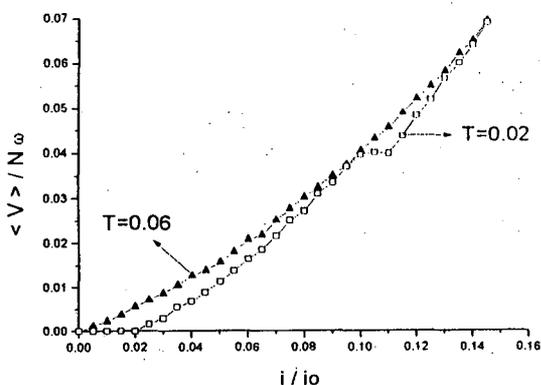


Figura 6. Curva IV, donde el valor medio del voltaje está normalizado respecto de la frecuencia, $\omega=0.02$ y de las iteraciones, $N=10000$. Escalones Shapiro fraccionarios a una temperatura por encima ($T=0.06$) y otra por debajo de la transición ($T=0.02$).

Conclusiones

El estudio de la dinámica de vórtices con la evolución de los escalones fraccionarios de Shapiro es por todo lo expuesto un método muy eficaz para el análisis de la transición de fase de la red. Esto sugeriría un método para la detección experimental de la transición de fusión mediante mediciones de curvas IV. En efecto, un fenómeno similar fue observado

recientemente en superconductores de alta temperatura crítica por Harris et al.^{xi}

ⁱ Proceedings of the 2nd CTP Whorkshop on Statistical Physics: KT transition and Superconducting Arrays, edited by D.Kim, J.S.Chung, and M.Y. Choi (Min Eum Sa, Seoul, Korea, 1993); Macroscopic quantum phenomena and coherence in superconducting networks, edited by C. Giovanella and M. Tinkham (World scientific, Singapore, 1995); Proceedings of the ICTP Workshop on "Josephson Junction Arrays", edited by Cerdeira and Shenoy, Physica B 222, 253-406 (1996).

ⁱⁱ Domínguez, N. Gronbech-Jensen and A.R. Bishop, Phys. Rev. Lett. 75 4670 (1995); E.A. Jagla and C.A. Balseiro 77, 1588 (1996).

ⁱⁱⁱ D.Domínguez, J.V. José, International Journal of Modern Physics B, Vol. 8, No.27 (1994) 3749-3793.

^{iv} M.Tinkham, *Introduction to superconductivity*, Mc. Graw-Hill, New York (1975)

^v J.S. Chung, K.H. Lee and D. Stroud, Phys. Rev. B40, 6570 (1989)

^{vi} S.P. Benz et al., Phys. Rev. Lett. 64, 693 (1990).

K. H. Lee, D. Stroud and J. S. Chung, Phys. Rev. Lett. 64, 962 (1990).

^{vii} J.U. Free, S.P. Benz et al., Phys.Rev.B 41,7267 (1990)

^{viii} D.Domínguez et al., Phys. Rev. Lett. 67, 2367 (1991);

D.Domínguez and J.V. José, Phys. Rev. B48, 13717 (1993).

^{ix} H.S. Greenside and E. Helfand, Bell Syst. Tech. J. 60, 1927 (1981).

^x Hattel and Wheatley, Phys. Rev. B 51, 11951 (1995).

^{xi} J. M. Harris et al., Phys. Rev. Lett. 74, 3684 (1995).

CEILAP
CITEFA CONICET
ZUFRIATEGUI Y VARELA
1603 VILLA MARTELLI
REPUBLICA ARGENTINA