

ESTUDIO DE LA EVOLUCIÓN DE CAPAS LÍQUIDAS SOBRE UN CILINDRO HORIZONTAL

J. Cremona, C. Romano, M. Cachile, A. Calvo

Grupo de Medios Porosos – Facultad de Ingeniería – Universidad de Buenos Aires
Av. Pasco Colón 850 - (1063) – Buenos Aires - Argentina
e-mail: mcachil@fi.uba.ar

Se presenta el estudio de la evolución temporal del espesor de una película líquida extendida sobre un cilindro horizontal de acero inoxidable de 5cm de diámetro. El líquido utilizado es PDMS, con una viscosidad de 1000cp. El espesor inicial de la capa es uniforme a lo largo de toda la superficie del cilindro y su valor inicial varía entre 40 y 80 micrones. Se determinó experimentalmente la variación del espesor de la película líquida con el tiempo en diferentes puntos de la superficie lateral del cilindro a 0°, 30°, 60°, 90°, 120° y 150° de la vertical. Se realizaron tanto determinaciones puntuales como a lo largo de toda la generatriz del cilindro. Se encontró que mientras el espesor en las generatrices superiores (0°, 30°, 60° y 90°) disminuye monótonamente, en las demás aumenta inicialmente y luego disminuye. Además, se desarrolló un sencillo modelo teórico del proceso en 1D y se obtuvo numéricamente la evolución temporal para distintos espesores iniciales. Comparando los resultados de la simulación con los experimentales, se ha obtenido un muy buen acuerdo.

The evolution of the thickness of a film deposited on an horizontal cylinder of 5cm diameter is presented. The experiments were performed using silicon oil of 1000cp of viscosity. The initial thickness of the film, between 40 and 80 microns, was uniform along all the surface of the cylinder. The time variation of the film thickness at different generatrices (0°, 30°, 60°, 90°, 120° and 150°) was experimentally determined. It was found that the thickness decreases monotonically with time for the upper generatrices (0°, 30°, 60°, 90°), while for the lower ones, initially increases and afterwards decreases. A simple 1D theoretical model was developed and numerically integrated for different initial thicknesses. Numerical and experimental results show a good agreement.

I. INTRODUCCIÓN

El comportamiento de una capa líquida delgada que recubre una superficie cilíndrica es de importancia tanto desde el punto de vista de la física básica como de las aplicaciones industriales. Para estas últimas son de gran importancia, entre otros factores, la uniformidad final del recubrimiento y el espesor mínimo resultante. Aunque en general los recubrimientos se realizan con materiales que cambian de fase con el tiempo (pinturas, barnices, etc.) tanto la uniformidad como el espesor mínimo dependen indirectamente de la dinámica del film en estado líquido.

El objetivo de este trabajo es estudiar, tanto experimental como numéricamente, la evolución, producida por efecto de la gravedad, de una capa líquida inicialmente uniforme que recubre totalmente la superficie de un cilindro colocado horizontalmente. En esta primera etapa se estudia la dinámica de un fluido newtoniano y no volátil. Numéricamente, se integra la ecuación de evolución del espesor obtenida en la aproximación de lubricación, teniendo en cuenta solo la coordenada acimutal (modelo 1D). Si bien en la literatura se encuentran muchos estudios numéricos^(1,2), no se encuentran trabajos experimentales relevantes, por lo que además se ha tratado de subsanar esta falta.

II. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

Se diseñó, construyó y puso a punto un dispositivo experimental que permite medir espesores de películas líquidas del orden de la decena de micrones, con alta precisión en cualquier punto del cilindro (Figura 1). Consta de un cilindro, que se prolonga en un eje, alrededor del cual puede girar un marco rectangular. En

uno de los lados de dicho marco ajustable, se fija un sensor óptico (llamado ODS, por Optical Displacement Sensor, modelo AR600 de Acuity Research) que mide distancias por triangulación. Para ello genera un spot laser sobre la superficie cuya posición se quiere determinar.

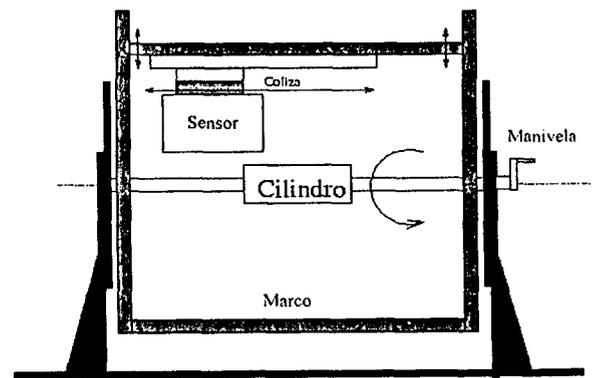


Figura 1.- Esquema del dispositivo experimental.

Dentro del ODS, una cámara lineal calibrada recoge la luz reflejada en la superficie y calcula la distancia de ésta al sensor. Al utilizar líquidos transparentes, la luz se refleja, con o sin líquido, en la superficie del cilindro. Por lo que, en el primer caso, es necesaria una corrección por índice de refracción.

El eje se asienta en dos planchas circulares con orificios, que permiten fijar el ODS en 12 posiciones (cada 30°) alrededor del cilindro. Las planchas circulares están montadas sobre una base que garantiza estabilidad y horizontalidad al dispositivo.

El ODS se desplaza automáticamente y se pueden obtener hasta 2000 valores del espesor de la película líquida a lo largo de una generatriz del cilindro en 5 segundos.

El cilindro, de 16cm de longitud, está construido en acero inoxidable y su diámetro es 5cm, rectificado a la centésima de mm.

III. MÉTODO EXPERIMENTAL

Las experiencias se dividen en dos tipos, *puntuales* y *perfiles*. En las experiencias puntuales se mide el espesor en un punto del cilindro a lo largo del tiempo. Para ello se fija el ODS en una posición sobre el cilindro y se mide la distancia a la superficie sin cubrir (distancia que se denomina "fondo"). Luego se esparce aceite transparente (PDMS de 1000cp de viscosidad) uniformemente sobre toda la superficie del cilindro haciéndolo girar sobre un extensor de varilla. Se eligió aceite de esa viscosidad ya que, por un lado, es del mismo orden que la de las pinturas y por otro, los tiempos característicos resultan adecuados para el sistema de medición de espesores. Una viscosidad mucho más alta implicaría tiempos de flujo mayores con las consiguientes complicaciones experimentales como por ejemplo el control de la temperatura y las condiciones de limpieza. Una viscosidad mucho menor daría flujos más rápidos y no sería posible obtener una cantidad razonable de mediciones durante una evolución completa.

Los espesores iniciales logrados mediante la técnica de aplicación utilizada se encuentran comprendidos en el rango de 50 a 80 μm . En la figura 2 se muestra un histograma de los espesores iniciales medios obtenidos en distintas experiencias.

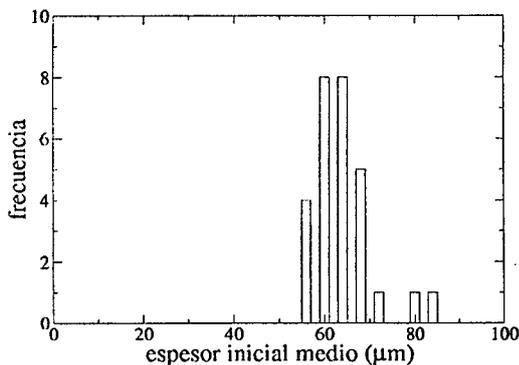


Figura 2.- Histograma de los espesores medios iniciales de 28 experiencias: el valor medio se encuentra alrededor de los 60 micrones.

Una vez formada la película se detiene el cilindro y se vuelve a medir la distancia a la superficie sólida, ahora cubierta de líquido. De la diferencia entre esta medición y el "fondo", corregida por refracción, se obtiene el espesor de la película. Para estas experiencias, la velocidad de adquisición utilizada fue de 1 medición/segundo, lo que permite obtener una adecuada descripción de la evolución.

Las experiencias puntuales brindan información local con mucha precisión ($\sim 5\mu\text{m}$). Sin embargo, pequeñas variaciones del espesor inicial de la película en los

alrededores del punto estudiado producirán evoluciones diferentes aún partiendo del mismo espesor local inicial. Para obtener información comparable con el modelo numérico, en este trabajo se analizan los resultados de las experiencias de perfiles.

En éstas se emplea el mismo método que en las puntuales solo que en lugar de fijar el ODS en un punto, se lo desplaza a lo largo de una generatriz del cilindro. El tiempo necesario para tomar un perfil completo es de aproximadamente 5 segundos con lo que, teniendo en cuenta las bajas velocidades de drenaje, se puede suponer que la medición a lo largo de la generatriz es instantánea. En este caso, diversos ensayos mostraron que la velocidad óptima de adquisición es de 100 mediciones/segundo, lo que provee una buena resolución espacial del perfil de la capa líquida ($\sim 10\mu\text{m}$).

Se estudia entonces la variación temporal del valor del espesor promediado a lo largo de la generatriz.

IV. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Se desarrolló un modelo matemático simple a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes en la aproximación de lubricación.

Para ello se analizó la evolución del espesor alrededor del cilindro, sin tomar en cuenta la dependencia con la dirección z , lo que representa un modelo 1D del problema. La geometría del problema se muestra en la figura 3. Definimos la velocidad en la capa líquida como:

$$\mathbf{V} = v\mathbf{r} + u\boldsymbol{\theta} \quad (1)$$

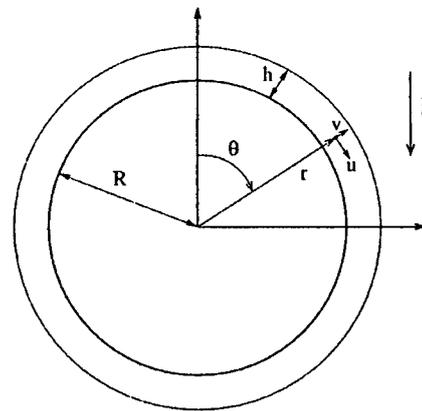


Figura 3.- Esquema de la geometría y de las coordenadas utilizadas. Se ha exagerado el espesor de la capa líquida para facilitar la visualización

Teniendo en cuenta que el espesor de la capa líquida h es mucho menor que el radio R del cilindro ($h/R \ll 1$), es posible utilizar la aproximación de lubricación⁽³⁾ y en ese caso, de la ecuación de continuidad ($\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$) se tiene que $v/u \ll 1$.

Puesto que el cilindro está colocado horizontalmente, la gravedad tiene solo componentes en \mathbf{r} y $\boldsymbol{\theta}$ (ver figura 3). Tomando $\theta = 0$ en la generatriz superior, las componentes de la ecuación de Navier-Stokes en esta aproximación, son:

$$F: \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - g \cos \theta = 0 \quad (2)$$

$$\bar{\theta}: \quad -\frac{1}{\rho R} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + g \sin \theta = 0 \quad (3)$$

Para obtener la expresión de la presión e introducirla en la ecuación (3), se integra la ecuación (2) tomando como condición de contorno en la superficie libre el salto de presión debido a su curvatura, dado por la fórmula de Laplace:

$$P(r, \theta)|_{r=R+h(\theta)} = P_0 - \gamma \kappa \quad (4)$$

donde P_0 es la presión atmosférica, γ la tensión superficial y κ la curvatura de la superficie libre que, en la aproximación de lubricación, está dada por ⁽⁴⁾:

$$\kappa = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} - \frac{1}{R} \quad (5)$$

Se reemplaza la expresión que se obtiene para P en la ecuación (3) y se integra ésta usando las condiciones de contorno para la velocidad:

a) no deslizamiento en la superficie del cilindro:

$$u(r, \theta)|_{r=R} = 0 \quad (6)$$

b) esfuerzo de corte nulo en la superficie libre, dado que no hay gradientes de tensión superficial y el fluido exterior es aire:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R+h(\theta)} = 0 \quad (7)$$

con lo que se obtiene $u(r, \theta)$ y, a partir de ésta, su valor medio: $U(\theta)$, integrando entre $r=R$ y $r=R+h(\theta)$.

Dado que el líquido es incompresible, la conservación de la masa para la película exige que:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{R} \frac{\partial (hU)}{\partial \theta} \quad (8)$$

que, luego de desestimar los términos de orden menor, se escribe:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{gh^2}{3\nu R} \left[3 \frac{\partial h}{\partial \theta} \sin \theta + h \cos \theta - \frac{h}{R} \cos \theta \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} + \frac{\gamma h}{\rho g R^3} \frac{\partial^4 h}{\partial \theta^4} \right] \quad (9)$$

La evolución temporal del espesor se obtiene integrando numéricamente esta ecuación no lineal de cuarto orden utilizando los valores experimentales de ρ , ν y R y, como condición inicial, se toma el valor medio del espesor obtenido experimentalmente.

Para la integración numérica se discretizó la ecuación (9) por diferencias finitas y se resolvió mediante un esquema explícito centrado con las siguientes condiciones iniciales y de contorno:

$$h(\theta, t = 0) = h_0 \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$h(\theta = 0, t) = h(\theta = 2\pi, t) \quad t > 0$$

La convergencia y estabilidad del esquema numérico se verificó de diversas maneras: a) se cambió el número de nodos de la malla (uniforme) entre 1.500 y 100.000, obteniéndose los mismos valores de espesor para todo tiempo y ángulo. b) el problema es conservativo (el volumen es constante) lo que se verificó en los resultados numéricos hasta tiempos comparables al de las experiencias. c) la ecuación (9) admite soluciones analíticas a tiempos cortos en $\theta = 0$ y en $\theta = \pi$, se compararon estas soluciones con los resultados numéricos, encontrándose que difieren en menos del $5 \times 10^{-3}\%$, lo que es totalmente aceptable.

V. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y NUMÉRICOS

Se realizaron experiencias de perfiles para $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ y 150° ; según el procedimiento visto en la sección III y se las comparó con los resultados de la integración numérica de la ecuación (9) de la sección IV. Como se expuso, se toma como valor inicial del espesor h_0 , el valor medio obtenido experimentalmente y se compara el resultado numérico de la evolución temporal del espesor con el obtenido en la experiencia. Así, se integra la evolución del espesor para todo valor de θ , sin parámetros ajustables. En las figuras 3, 4 y 5 se muestran los resultados experimentales junto con los numéricos para el caso de $h_0 \sim 60 \mu\text{m}$.

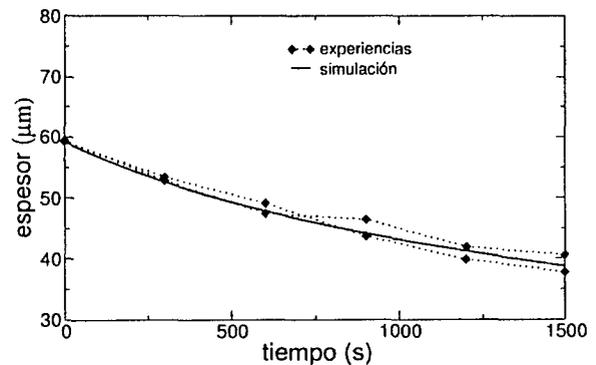


Figura 4.- Comparación entre la evolución del espesor en 0° de dos experiencias (líneas punteadas) y las correspondientes integraciones numéricas (línea llena).

Se observa que entre los datos experimentales y las simulaciones existe un muy buen acuerdo. Cualitativamente, se observa que en 0° el espesor de la capa líquida decrece monótonamente (figura 4).

Por su parte, en 90° , el espesor se mantiene constante a tiempos cortos y luego comienza a decrecer (figura 5), mientras que en 150° inicialmente aumenta y luego disminuye (Figura 6). Estos comportamientos se deben a que de la generatriz ubicada en $\theta = 0^\circ$ solo drena líquido hacia abajo (valores mayores de θ), mientras que en 90° al principio hay un aporte de fluido proveniente de los sectores superiores que, por cierto tiempo, compensa el flujo hacia abajo.

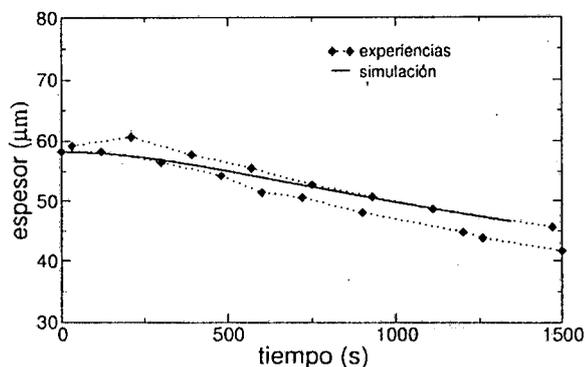


Figura 5.- Comparación entre la evolución del espesor en 90° de dos experiencias (líneas punteadas) y las correspondientes integraciones numéricas (línea llena).

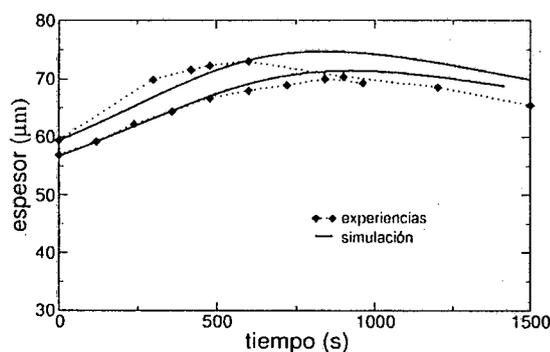


Figura 6.- Comparación entre la evolución del espesor en 150° de dos experiencias (líneas punteadas) y las correspondientes integraciones numéricas (líneas llenas).

Por último, en 150° , el aumento inicial del espesor se debe a que el flujo que recibe de la zona superior es mayor que el que drena hacia ángulos inferiores debido a la curvatura. Así se llega a un valor máximo, que luego disminuye ya que, debido a la gravedad, a tiempos largos todo el líquido tiende a quedar acumulado en la generatriz de 180° .

VI. CONCLUSIONES

Se realizaron experiencias para caracterizar la evolución temporal del espesor de una capa líquida alrededor de un cilindro horizontal. Para ello se midió la variación en el tiempo del espesor medio en diferentes generatrices del cilindro. Se realizaron experiencias puntuales y de perfiles. Se analizaron los resultados de estas últimas y se los comparó con un modelo matemático en 1D que simula la evolución del espesor a lo largo del tiempo en la aproximación de lubricación. Se observa una buena aproximación para todos los ángulos analizados.

Se observó que, a tiempos largos, se desarrollan inestabilidades del tipo Rayleigh-Taylor en la generatriz inferior, $\theta = 180^\circ$. Este fenómeno está actualmente en estudio.

REFERENCIAS

- 1 - Weidner, D., Schwartz, L., Eres, M. J. of Coll. and Int. Sci. **187**, 243-258 (1997).
- 2 - Reisfeld, B., Bankoff, S.G. J. Fluid Mech. **236**, 167-196 (1992)
- 3 - Acheson, J., *Elementary fluid Dynamics*, Oxford University Press, New York, 1990
- 4 - O'Brien, S., Schwartz, L. Encyclopedia of Surf. and Coll. Sci., 5283-5297 (2002)