

ESTIMACIÓN NUMÉRICA DEL PARÁMETRO DE FRACTURA K_I EN CONDICIONES ELÁSTICAS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

A.Soba*, A. Denis

Departamento de Combustibles Nucleares – Centro Atómico Constituyentes - Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA)
Av. Del libertador 8250 - (1429) -Buenos Aires - Argentina
e-mail:soba@cnea.gov.ar

Es bien conocida en la literatura la importancia del factor de intensidad de tensiones K en el análisis de fractura elástica. En el presente trabajo se desarrollan tres métodos para la estimación del parámetro K_I , correspondiente al modo normal de carga, utilizando el método de elementos finitos. Se analiza el caso de una probeta con una fisura en el centro, de diferentes anchos y ángulos de inclinación con respecto a la tensión aplicada.

The importance of the stress intensity factor K in the elastic fracture analysis is well known. In this work three methods are developed to estimate the parameter K_I , corresponding to the normal loading mode, employing the finite elements method. The case of a sample with a crack in its center, of different widths and orientations with respect to the stress axis, is analyzed.

I. INTRODUCCIÓN

La mecánica de fractura se propone determinar bajo qué condiciones se carga y deformación una fisura o defecto se propagará en un dado material que posee propiedades de resistencia características. La falla estructural tendrá lugar si la resistencia del material a la fractura es menor que la exigencia que le impone la presencia del defecto. Para evitar dicha falla, este límite no debe ser superado en el extremo de la fisura, zona que presenta una fuerte concentración de tensiones[3,4].

Para determinar las condiciones a la fractura en un dado material, se utilizan diferentes parámetros. Uno de los más importantes es el factor de intensidad de tensiones K . Cada uno de los tres modos simples de carga sobre un cuerpo fisurado da lugar a un factor K . El más relevante de ellos es K_I , correspondiente al modo normal de carga, en el cual la tensión aplicada es normal al plano de la fisura y tiende a abrirla, mientras el vértice de la fisura se desplaza en forma transversal al plano que la contiene (Figura 1).

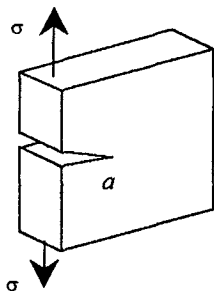


Figura 1: Modo I de carga

La suposición de condiciones puramente elásticas conforma la Mecánica de Fractura Lineal Elástica (LEFM). El campo de tensiones en un cuerpo lineal elástico fisurado tiene la forma

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \text{otros términos} \quad (1)$$

donde r es la distancia al vértice de la fisura o "tip", K es el factor de intensidad de tensiones y f_{ij} es una función de la orientación de la fisura con respecto al eje x . La expresión (1) presenta la conocida singularidad del campo de tensiones en el extremo de la fisura. En el modo I, K_I se define como [2,3]

$$K_I = \sigma_{\infty} \sqrt{2\pi a} \cos^2 \theta \text{FG} \left(\frac{a}{W} \right) \quad (2)$$

donde σ_{∞} es la tensión remota aplicada, a es la profundidad de la fisura y FG representa un factor geométrico que depende de w (espesor de la probeta), el. Un dado material falla cuando K alcanza su valor crítico K_C para ciertas condiciones de exigencia. [4]

II TECNICAS NUMERICAS EMPLEADAS

En este trabajo se obtendrá el valor de K_I por medio de tres técnicas numéricas, para un problema clásico de LEFM. Dada una fisura de tamaño $2a$ en el seno de un material caracterizado por su módulo de Young E y el módulo de Poisson ν , K_I dependerá del tamaño de dicha fisura, de la tensión aplicada en sus extremos, de la orientación de la fisura con respecto a la dirección de la tensión aplicada y de la geometría del cuerpo (Figura 2)

Técnica de extrapolación de desplazamientos (TED)

Como se observa en la ecuación (1), el campo de tensiones presenta una singularidad en el tip, caracterizado por $r=0$. Por este motivo, el valor de K debe

* Autor a quién debe dirigirse la correspondencia.

Como se observa en la ecuación (1), el campo de tensiones presenta una singularidad en el tip, caracterizado por $r=0$. Por este motivo, el valor de K debe extrapolarse desde una serie de valores que se toman en el eje de la fisura (plano $\theta=0$) cuando $r \rightarrow 0$,

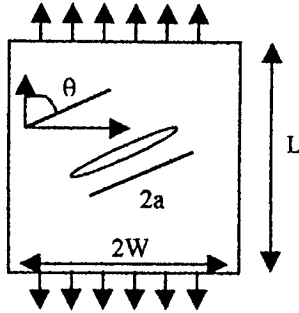


Figura 2: Parámetros característicos del cuerpo fisurado

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{yy} \sqrt{2\pi r}) \quad (3)$$

De este modo, K_I se relaciona con la tensión aplicada y la distancia r al tip. Su relación con el campo de desplazamientos en la dirección del eje de la fisura, $u(x, y)$, está dada por

$$K_I [(2k-1) \cos(\frac{\theta}{2}) - \cos(\frac{3\theta}{2})] = 4\mu \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \cdot u(x, y) \quad (4)$$

donde θ es el ángulo entre los ejes r y x , $\mu = E/[2(1+\nu)]$ es el módulo elástico y k es un parámetro que vale $(3-\nu)/(1+\nu)$ en el caso de tensión plana o $(3-4\nu)$ en deformación plana. A partir del campo $u(x, y)$, y de las expresiones (3) y (4), se obtiene K_I .

Técnica de la energía liberada en el desplazamiento (TELD)

La tasa de liberación de energía debido al crecimiento de la fisura, G , es la tasa de cambio de la energía potencial U al variar su longitud a en una cantidad muy pequeña cumpliendo la relación:

$$G = -\frac{dU}{da} \cong -\frac{U_2 - U_1}{a_2 - a_1}; \quad K_I = \sqrt{\frac{8\mu G}{1+k}} \quad (5)$$

Una desventaja de este método es que el cálculo debe realizarse dos veces, en una fisura de tamaño a y $a+da$.

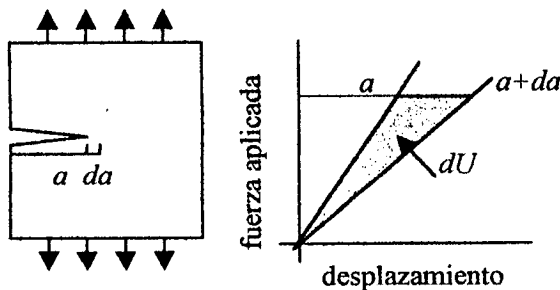


Figura 3: método TELD.

Técnica de la Integral J (TEJ)

La integral J es un parámetro de campo que define la intensidad de la tensión y la deformación en la región que rodea al extremo de la fisura. Es una función de la tensión aplicada, de la deformación en un entorno de la fisura y de su tamaño y geometría. Se define mediante el balance entre la energía interna de desplazamiento U y el trabajo externo de las fuerzas de tracción t_i aplicadas sobre el volumen encerrado en un camino L alrededor de la fisura,

$$J = \oint U dy - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x} dL \quad (6)$$

El valor de la integral J se relaciona con K_I a través de la ecuación:

$$K_I = \sqrt{\frac{8\mu J}{1+k}} \quad (7)$$

III TRATAMIENTO NUMÉRICO

El análisis numérico del problema se llevó a cabo mediante el método de elementos finitos. Para la discretización del dominio se utilizaron elementos triangulares cuadráticos de 6 nodos con condiciones de contorno apropiadas a la simetría del problema.

Para describir en forma más exacta la singularidad del campo de tensiones del dominio, se rodea a la fisura de una roseta de elementos triangulares unidos por un vértice en el "tip". Las rosetas contienen 6 u 8 elementos triangulares (TR6) o elementos del tipo denominado "quarter point elements" (Figura 4), donde los nodos que pertenecen a los lados que convergen al tip se ubican en la posición $1/4$ en vez de estar en el punto medio. [1,2]

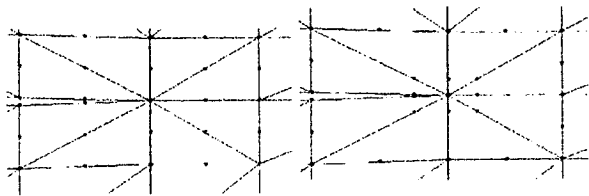


Figura 4: Roseta con elementos TR6 y QP6

Para cada tipo de roseta se estudiaron fisuras de profundidad $2a$, con $a=2, 4, 6, 8$ y 10 cm. Para el análisis de fisuras con diferentes orientaciones respecto a la dirección de la tensión, se tomó $a=2.54$ cm y ángulos de $90, 60, 45$ y 30° .

IV RESULTADOS

En la figura 5 y la tabla 1 asociada se presenta el factor de intensidad de tensiones calculado en función del tamaño de las fisuras en el caso de rosetas con elementos TR6 para los tres métodos especificados. Se presenta también la curva analítica con corrección del factor geométrico de probeta finita.

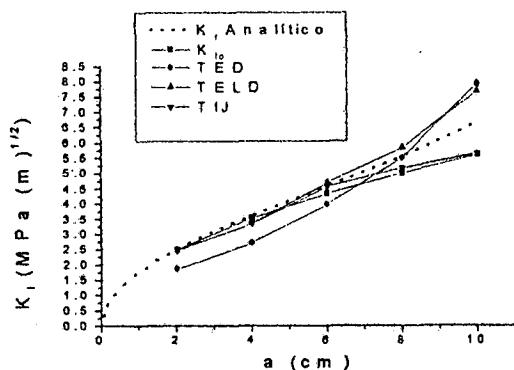


Figura 5. Roseta TR6.

TABLA 1

a	K_{I0}	TED	TELD	TIJ
2.0	2.5066	1.8785	2.5506	2.3095
4.0	3.5449	3.0105	3.5738	3.4642
6.0	4.3416	3.9878	4.4556	4.8643
8.0	5.0132	5.3809	5.9634	5.4658
10.0	5.6049	7.8951	7.2875	5.8792

El mismo análisis se presenta en la figura 6 y la tabla 2 con rosetas de elementos QP6. Para el análisis del problema con fisura formando un ángulo con la dirección de la tensión aplicada, se utilizaron rosetas con elementos TR6 y los métodos de energía de desplazamiento y de la integral J . Los resultados se analizan en la figura 7 y la tabla 3 asociada.

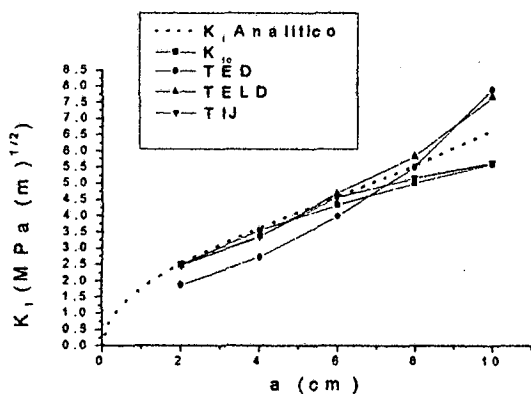


Figura 6. Roseta QP6

TABLA 2

a	K_{I0}	TED	TELD	TIJ
2.0	2.5066	1.8785	2.4809	2.4554
4.0	3.5449	3.0105	3.3777	3.3662
6.0	4.3416	3.9878	4.6948	4.5780
8.0	5.0132	5.3809	5.8313	5.1753
10.0	5.6049	7.8951	7.6578	5.6286

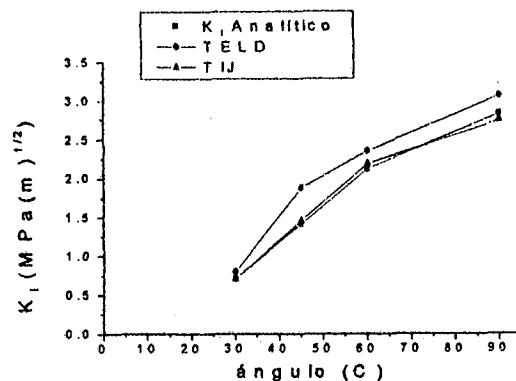


Figura 7. Roseta TR6, fisura inclinada

TABLA 3

θ	K_{I0}	TELD	TIJ
90	2.8248	3.0485	2.7340
60	2.1186	2.3448	2.1882
45	1.4124	1.8733	1.4542
30	0.7062	0.8008	0.7301

V DISCUSIÓN

Las tres técnicas empleadas presentan tres vías numéricas efectivas para estimar K_I . De todas, la TIJ es la que conlleva más cálculo pero es la más efectiva. Tanto TED como TELD producen en general una subestimación de K pero son extremadamente simples de implementar y requieren una manipulación algebraica sencilla de los resultados de cualquier programa de elementos finitos. Como contrapartida, ambas técnicas son muy dependientes del tamaño de los elementos utilizados en la discretización del sector cercano al vértice de la fisura.

La integral de contorno J provee una estimación más exacta, es independiente del camino elegido para integrar y permite la extensión del cálculo a situaciones de mecánica de fractura plástica así como modificaciones térmicas.

Referencias

- 1- L. Bezerra, J. de Medeiros, F. Cesari, P. Battistella, International Association for Boundary Element Methods, UT.Austin, USA, May (2002).
- 2- T. Denyse de Araújo, T. Bittencourt, D. Roehl, L. Martha, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Barcelona, España, pp124-134, Sep (2000).
- 3- T.L. Anderson. "Fracture mechanics. Fundamentals and applications". CRC Press, Texas A&M University, USA, (1991).
- 4- Luis A. De Vedia. "Mecánica de fractura". Proyecto Multinacional de Investigación y Desarrollo en Materiales, OEA-CNEA, (1986).