

EFFECTOS CUÁNTICOS MACROSCÓPICOS: INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN EN EL SISTEMA JOSEPHSON DEL INTI

R. Iuzzolino*, J. I. Melo, H. Laiz, M. Tischler

Departamento de Patrones Nacionales de Medida. Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI)
Av. Gral. Paz e/Albarellos y Av. de los Constituyentes – Parque Tecnológico Miguelete (Edificio 3) – B1650KNA
C.C. 157 B1650WAB San Martín, Prov. De Buenos Aires - ARGENTINA
Ricardo.Iuzzolino@inti.gov.ar

El ampere, una de las unidades de base del Sistema Internacional (SI) es mantenido en los Institutos Nacionales de Metrología por medio de dos efectos cuánticos macroscópicos: el efecto Josephson para la tensión eléctrica y el efecto Hall cuántico para la resistencia eléctrica. Empleando el efecto Josephson, el volt es reproducido utilizando los escalones cuánticos de tensión eléctrica de un arreglo de junturas Josephson. La tensión eléctrica de cada escalón es igual a $V_J = hf/2e$, donde h es la constante de Planck, e la carga del electrón y f la frecuencia de la radiación electromagnética con que se irradia la juntura Josephson. La tensión eléctrica total de las junturas conectadas en serie resulta $V_J = nhf/2e$.

En este trabajo se informa sobre la capacidad de medición de tensión eléctrica que posee el INTI, basada en este fenómeno cuántico macroscópico. En el sistema que posee el INTI la tensión eléctrica total de las junturas es del orden de 1V. Se describe la evaluación de la incertidumbre intrínseca de su sistema Josephson (patrón nacional de tensión eléctrica), que resulta ser ± 11 nV. Se describe el procedimiento de transferencia de esta tensión eléctrica a patrones secundarios de trabajo. Ella representa el primer eslabón en la cadena de trazabilidad metroológica.

Se muestra aquí que la incertidumbre típica de este procedimiento es de ± 315 nV, siendo dominante la componente de tipo estadístico, la cual es atribuible a la inestabilidad de la tensión eléctrica del patrón secundario de trabajo.

The Ampere, one of the units of the International System (SI) is maintained at many national metrology laboratories by two macroscopic quantum effects: the Josephson effect for reproducing the Electric Potential and the Quantum Hall effect for reproducing the Electric Resistance. With the Josephson effect the Volt is reproduced using the voltage of the quantum steps of an array of Josephson junctions. The voltage of each step is equal to $V_J = hf/2e$, where h is Planck's constant, e is the electron's charge and f is the frequency of the electromagnetic radiation which is applied to the Josephson array. Thus, the total voltage of the Josephson array, when n steps are added up by all the junctions of the array is $V_J = nhf/2e$.

The aim of this report is to inform about INTI's capacity to maintain the Volt and to calibrate secondary standard, using a 1 V Josephson array. First, we describe the intrinsic uncertainty evaluation of our Josephson based system (The primary standard of Electric Potential), resulting in ± 11 nV. Then, we describe how to transfer this Electric Potential to a secondary standard. This is the first step in the traceability of measurements.

Finally, we show that the total uncertainty in the calibration of a secondary standard results typically in ± 315 nV, where the main contribution comes from the noise and instability of the secondary standard.

El efecto Josephson

En 1962, Brian Josephson⁽¹⁾ predijo que, teniendo dos superconductores separados por una barrera aisladora lo suficientemente delgada, existirá una alta probabilidad de que pares de electrones puedan penetrarla. El arreglo es conocido como juntura Josephson. Dichos pares producirán una corriente eléctrica de muy alta frecuencia que puede ser descripta por la siguiente relación:

$$I_s(t) = I_o \cdot \text{sen} \left[\left(2\pi \frac{2e}{h} \int V(t) dt \right) + \Phi_o \right] \quad (1)$$

donde I_o es la corriente crítica, que depende de la características constructivas de la juntura, e es la carga del electrón, h es la constante de Planck, V es la tensión eléctrica aplicada a la juntura y Φ_o es una constante.

Cuando una tensión eléctrica constante es aplicada a la juntura, aparece una corriente eléctrica que oscila a una frecuencia $f = 2eV/h$ (ver ec.(1)). Cuando una tensión eléctrica de frecuencia f es aplicada a la juntura, la corriente eléctrica tiende a oscilar a la frecuencia de la tensión eléctrica aplicada. Cuando esto sucede, el valor medio de la tensión eléctrica en la juntura es $V = hf/2e$. Este efecto es conocido como "Efecto Josephson de alterna". También es posible que la corriente eléctrica oscile a valores de frecuencias armónicas de f , dando como resultado una serie de valores de tensión eléctrica que aparecen en forma de escalones en la curva V-I de la juntura. Dicha tensión eléctrica es representada como:

$$V_J = \frac{h}{2e} nf \quad (2)$$

* Autor a quién debe dirigirse la correspondencia

donde n es un número entero.

Descripción del sistema Josephson del INTI

El sistema Josephson del INTI posee un arreglo ("chip") formado por aproximadamente 2000 junturas Josephson conectadas en serie. El chip fue fabricado en PTB⁽²⁾ -Physikalisch Technische Bundesanstalt-, con junturas Nb/Al₂O₃/Nb (ver figura 1).

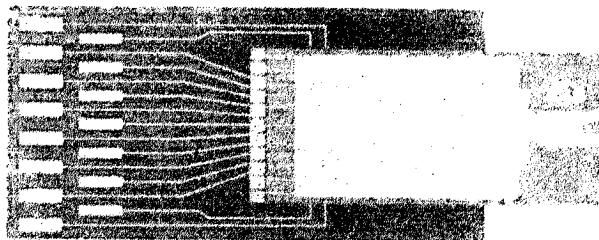


Figura 1. Chip con junturas Josephson en serie. Tamaño del chip 5mm x 20mm.

Cuando el chip se encuentra en su estado superconductor, sumergido en He líquido a 4,2 K, es irradiado con radiación electromagnética de una frecuencia f_r de ~70 GHz. Esto produce una tensión eléctrica efectiva aplicada sobre la juntura Josephson descrita por:

$$V(t) = V_0 + v \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot t) \quad (3a)$$

donde:

- i) V_0 es una tensión eléctrica de polarización, aplicada para los fines de calibración de patrones secundarios de tensión eléctrica, como se describe más adelante.
- ii) v es la amplitud de la tensión eléctrica inducida por la radiación electromagnética aplicada. Esta amplitud puede ajustarse variando la potencia de la radiación.

Se obtiene que la relación entre las frecuencias de oscilación de la corriente eléctrica que aparece en cada una de las junturas que constituyen el chip, es típicamente $n_i = 4$ ^(2,3) (ver ec. (3b)) y ésta es dependiente de las características de construcción de la juntura.

$$n_i = \frac{f_f}{f_r} \quad (3b)$$

donde $f_f = 2eV_0/h$. Sumando sobre todas las junturas del chip, el n total resulta ser:

$$n = \sum_{i=1}^{\sim 2000} n_i \quad (3c)$$

En nuestro caso n total es cercano a 7000 lo cual permite obtener tensiones eléctricas del orden de ± 1 V (ver ec. (2)).

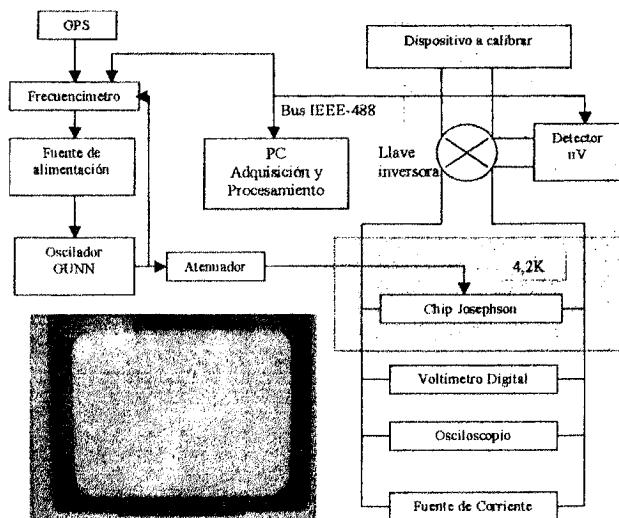


Figura 2 Diagrama en bloques del equipo Josephson del INTI, mostrando la curva característica Tensión-Corriente del chip Josephson.

La relación $2e/h$ es llamada **constante de Josephson** K_J , y fue determinada por varios institutos de metrología del mundo (PTB – Alemania –, NIST – National Institute of Standards and Technology, Estados Unidos –, NPL – National Physical Laboratory, Inglaterra – entre otros)⁽²⁾. En el año 1990 el Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM) adoptó el valor $K_{J-90} = 483597,9$ GHz/V para esta constante, con una incertidumbre relativa del orden de $\pm 10^{-7}$. No obstante, la reproducibilidad del Volt (V) por el efecto Josephson es mejor en varios ordenes de magnitud. Similarmente ocurre con el efecto Hall cuántico. Como la realización práctica de la unidad base SI Ampere (A) con suficiente exactitud es muy difícil, se aprovecha la ventaja tecnológica de los efectos cuánticos mencionados para mantener el Ampere (A), el Volt (V) y el Ohm (Ω) con una mayor exactitud en varios ordenes de magnitud.

Aplicación en Metrología

Al obtener una tensión eléctrica conocida que puede ajustarse a valores aproximados de ± 1 V es posible calibrar patrones secundarios de tensión eléctrica como diodos zeners, pilas tipo Weston, etc. Con esto se provee a la ciencia e industria argentina trazabilidad al patrón primario mantenido en INTI.

Para conocer la tensión eléctrica generada por el chip es necesario determinar la frecuencia f y el número n (ver ec. (2)). La frecuencia es determinada con un frecuencímetro de microondas de 9 cifras significativas. El número n es determinado a partir de la medición aproximada de la tensión eléctrica del chip (V_m) con un multímetro que resuelva $\pm 10 \mu V$. Una vez determinada la tensión eléctrica V_m el número n es calculado usando la siguiente ecuación:

$$n = \text{parte_entera} \left(\frac{V_m 2e}{f h} \right) \quad (4)$$

De esta manera el valor de tensión eléctrica del chip puede ser obtenido de la forma que muestra la ecuación (2) con alta exactitud.

Calibración de patrones secundarios de tensión eléctrica

Para la calibración de patrones secundarios de tensión eléctrica se utiliza el circuito eléctrico que se muestra en la figura 3 y el procedimiento recomendado en la referencia [4].

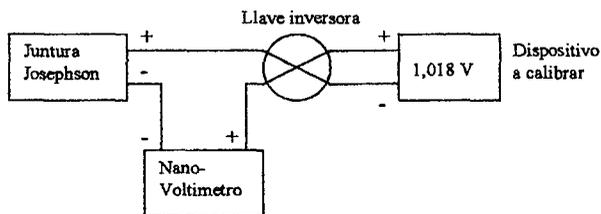


Figura 3 Esquema del circuito eléctrico utilizado para la calibración de patrones secundarios de tensión eléctrica.

El chip Josephson es conectado en oposición al dispositivo a calibrar a través de una llave inversora. Un nanovoltímetro digital se conecta en serie entre ambos y es utilizado como detector de cero (ver figura 3). Una vez obtenido el valor de tensión eléctrica del chip Josephson se puede obtener el valor del dispositivo a calibrar como:

$$V_i = V_J - V_d \quad (5)$$

donde V_d es la indicación del nanovoltímetro. El valor final del dispositivo a calibrar es obtenido después de promediar N mediciones de esta tensión eléctrica. Para eliminar errores sistemáticos y cualquier corrimiento del valor del dispositivo a calibrar, por inestabilidades del mismo durante el tiempo que dura la medición, se sigue la siguiente secuencia de mediciones: k valores de V_i con una polaridad, $2k$ valores con la polaridad inversa y nuevamente k valores con la polaridad inicial, $N=4k$. El promedio de estas N mediciones equivale a haber realizado la medición en una instante igual al tiempo promedio que dura el proceso de medición.

Incertidumbre

La determinación del valor del patrón secundario y el correcto uso del valor de tensión eléctrica del chip Josephson, requiere un detallado estudio de las incertidumbres en la medición. Esta sección describe el método utilizado para la evaluación de las mismas en el equipo Josephson del INTI, basados en la referencia [5].

Una lista de las fuentes de incertidumbre y error en el sistema Josephson se muestran en la tabla 1. Sólo se listan las que conciernen al equipo Josephson en sí, y no las del dispositivo a calibrar, el cual agrega una serie de incertidumbres debidas a su ruido, corrimiento temporal (drift), y sensibilidad a las condiciones ambientales.

1	Ruido y corrimiento de la referencia de frecuencia
2	Corriente eléctrica de fugas en el circuito de medición
3	Error de ganancia del detector
4	Corriente eléctrica de polarización del detector
5	Ruido, alinealidad, impedancia de entrada y corrimiento del detector
6	Tensiones eléctricas de origen térmico en el circuito de medición
7	Corrimiento debido a la rectificación de la corriente de la referencia de frecuencia
8	Interferencia electromagnética
9	Escalones no constantes debido a la polarización del chip Josephson

Tabla 1 Fuentes de error e incertidumbre en el sistema Josephson

Para esta evaluación el dispositivo a calibrar es reemplazado, en el circuito de medición (ver figura 3), por un corto-circuito y se utiliza el mismo procedimiento de medición con algunos cambios, que se describen mas adelante.

De la lista presentada en la tabla 1, las contribuciones 1 y 2 son propias a la determinación del valor de tensión eléctrica del chip Josephson y serán analizadas en forma independiente; las componentes 3 a 9 son evaluadas realizando una serie de mediciones ($V_i, i=1...N$) de la tensión eléctrica de corto-circuito, a la que llamaremos incertidumbre de corto-circuito⁽⁵⁾.

Incertidumbre de corto-circuito

La incertidumbre u_c correspondiente a la tensión eléctrica provista por el chip, se obtiene de:

$$u_c = \sqrt{\frac{\sum (V_i - V_r)^2}{N}} = \sqrt{\frac{N-1}{N} \sigma^2 + (\langle V \rangle - V_r)^2} \quad (6)$$

donde $\langle V \rangle$ corresponde al valor medio de la magnitud mencionada y σ a su desvío estándar.

En este caso, $V_r = 0$, con lo cual la expresión (6) se reduce a:

$$u_0 = \sqrt{\frac{N-1}{N} \sigma^2 + \langle V \rangle^2} \quad (7)$$

A u_0 la llamamos incertidumbre de corto-circuito. Las componentes más importantes de la incertidumbre de corto-circuito son evaluadas realizando mediciones de las tensiones eléctricas presentes en distintas partes del circuito mostrado en la figura 3. La tabla 2 muestra los resultados obtenidos.

Fuentes de Incertidumbre evaluadas	$\langle V \rangle$ (nV)	1σ (nV)
1. Entrada del detector en corto-circuito	0,61	1,03
2. Entrada llave inversora en corto	-6,44	6,99
3. Inversión de las conexiones de la llave inversora	2,20	5,71
4. Con microondas aplicadas	0,46	5,57

Tabla 2. Incertidumbre de corto-circuito

En la misma se muestra en la primer columna el valor medio de una serie de 8 repeticiones de la medición de corto-circuito con un $k=5$ en el algoritmo de medición y en la segunda columna su incertidumbre estadística.

La fila 1 muestra los valores de tensión eléctrica indicados por el detector de cero con su entrada en corto-circuito.

La fila 2 indica los valores de tensión eléctrica indicados por el detector de cero cuando el dispositivo a calibrar es reemplazado por un corto-circuito y no se aplica radiación al chip. Como consecuencia el chip permanece con tensión eléctrica igual a 0 V.

La fila 3 indica los valores de tensión eléctrica medidos en las mismas condiciones anteriores, pero invirtiendo las conexiones en la llave inversora. Esto se realiza periódicamente en una calibración normal para eliminar errores sistemáticos.

La fila 4 indica los valores de tensión eléctrica medidos en las mismas condiciones anteriores, pero irradiando al chip y ajustando la potencia de la radiación para producir que el valor de n permanezca cercano a 0. Esto representa una situación real de medición para el detector, donde los valores medidos por éste en un procedimiento de calibración de un patrón secundario, son del orden de centenas de μV .

Incertidumbre en la medición de la frecuencia

La frecuencia es medida con un contador de microondas que posee una referencia de frecuencia externa que proviene de un GPS (Global Position System) con una incertidumbre relativa $\Delta f/f = \pm 1 \cdot 10^{-12}$. Para la determinación de la incertidumbre en la medición de f utilizamos las especificaciones del fabricante que es de ± 1 Hz. Combinando la incertidumbre del GPS, con esta última, se obtiene que la contribución de la incertidumbre de la medición de frecuencia a la incertidumbre del valor de tensión eléctrica del chip Josephson es $\pm 0,01 \cdot 10^{-9} \cdot V_r$ (ver tabla 3). En nuestro caso V_r es igual a 1 V.

Incertidumbre debida a la corriente eléctrica de fuga

La incertidumbre debida a la corriente eléctrica de fuga, es obtenida mediante la medición de la corriente de fuga que se desarrolla en los cables y filtros de la sonda que contiene al chip en el equipo^(4,5). Para ello, en el circuito eléctrico mostrado en la figura 3 se realizan ciertas modificaciones: se conecta un dispositivo a calibrar de valor conocido ($V_r=1$ V). Se desconecta el chip Josephson dejando sus bornes de conexión en configuración de circuito abierto. Una resistencia

eléctrica, de valor igual a 100 K Ω , es conectada al borne positivo del dispositivo a calibrar, con el propósito de maximizar los efectos producidos por la corriente eléctrica de fuga. La indicación del detector de cero en este circuito modificado es comparada con el valor de la tensión eléctrica del dispositivo a calibrar. De esta manera, se obtuvo un valor medio de la corriente eléctrica de fuga igual a 57 pA. Dicho valor es compatible con una resistencia eléctrica de fuga de $1V/57pA = 17,5$ G Ω . Asumiendo que la resistencia eléctrica de la sonda vale aproximadamente 10 Ω , resulta:

$$\Delta V = \left(\frac{10\Omega}{17,5G\Omega} \right) \cdot V_r = 5,72 \cdot 10^{-10} \cdot V_r \quad (8)$$

Suponiendo que la corriente eléctrica de fuga posee de una distribución de probabilidad rectangular⁽⁶⁾, se obtiene la incertidumbre de la tensión eléctrica equivalente, de acuerdo a:

$$u_L = \pm \left(\frac{5,72 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{3}} \right) \cdot V_r = \pm 3,3 \cdot 10^{-10} \cdot V_r \quad (9)$$

Incertidumbre Expandida

Las componentes de la incertidumbre de corto-circuito son aleatorias (tipo A⁽⁶⁾), las incertidumbres en la medición de frecuencia y las debidas a la corriente eléctrica de fuga que aparecen en el circuito de medición son sistemáticas (tipo B⁽⁶⁾). Incluyendo a todas resulta un valor de incertidumbre combinada igual a $\pm 4,84$ nV. Utilizando la distribución *t-student* para un nivel de confianza del 95% se calcula la **Incertidumbre Total Expandida** que resulta ser igual a $\pm 11,27$ nV. La tabla 3 muestra este resultado y detalles relevantes.

Componente	Tipo	Incertidumbre Estándar (nV)	Grados de Libertad	k
Corto-circuito	A	$\pm 4,82$	8	2,3
Frecuencia	B	$\pm 0,01$	∞	
Corrientes de fuga	B	$\pm 0,33$	7	2,36
Incertidumbre combinada		$\pm 4,84$		
Incertidumbre total Expandida (nV)		$\pm 11,27$		

Tabla 3. Incertidumbre Expandida del Sistema Josephson del INTI

La incertidumbre total del proceso de calibración es la combinación de la incertidumbre del sistema Josephson con la incertidumbre propia del dispositivo a calibrar. Por ejemplo para una referencia zener resulta ser típicamente ± 315 nV. Lo cual muestra que la componente dominante en este proceso es la

incertidumbre propia de la tensión eléctrica del zener, debida a su inestabilidad.

Agradecimientos

Se agradece la colaboración en la mejora de la presentación de este manuscrito al Lic. Marcelo Jiménez Rebagliati.

Referencias

- 1 - Josephson, B. D., Phys. Lett. 1, 251, 1962
- 2 - R. Pöpel, "The Josephson Effect and Voltage Standards", metrologia, 1992, 29, 153-174.
- 3 - Antonio Barone, Gianfranco Paterno, "Physics and

Applications of the Josephson Effect", John Wiley & Sons, 1981.

- 4 - "Josephson Voltage Standard", RISP-1, NCSL, November 1993.
- 5 - C.A. Hamilton, Y.H. Tang, "Evaluating the uncertainty of Josephson voltage standards", Metrologia, 1999, 36, 53-58.
- 6 - "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement", Genève, International Organization for Standardization, 1995.