

FLUJOS DE GRAVEDAD GENERADOS EN CANALES DE SECCION TRANSVERSAL NO RECTANGULAR

L. P. Thomas, B. M. Marino

*Instituto de Física Arroyo Seco, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro de la Pcia. de Buenos Aires
Pinto 399, B7000GHG Tandil, Argentina.
lthomas@exa.unicen.edu.ar*

Estudiamos los flujos generados tras la remoción repentina de una compuerta que separa dos fluidos de diferentes densidades en canales con secciones transversales que simulan aquellas presentes en estuarios, desembocaduras de ríos y estructuras hidrográficas de ingeniería. Desarrollamos un modelo analítico simple cuyos resultados se comparan con los obtenidos experimentalmente en un canal de sección triangular. Se encuentra que el cociente de las velocidades de los frentes depende de la forma de la sección transversal, aunque no del cociente de las escalas vertical y horizontal. Las predicciones del modelo concuerdan bien tanto con los resultados experimentales propios como los reportados por otros autores. Mostramos algunas analogías y diferencias entre los flujos estudiados y las corrientes de gravedad desarrolladas en canales de sección rectangular, las que pueden afectar las estimaciones de los efectos de la erosión y la deposición de partículas en flujos sedimentarios que tienen lugar en cauces de ríos y estuarios.

Gravity-driven lock-exchange flows developed in non-rectangular cross-section channels are investigated in situations that resemble estuaries, mouth of rivers and canals. A simple analytical model is presented whose results agree well with the experimental findings coming from triangular cross-section flows generated in the laboratory. It is found that the ratio between the velocities of the involved fronts only depends on the shape of the cross-section; the ratio between the vertical and horizontal scales does not affect the motion. Analogies and differences between the flows studied here and gravity currents evolving in rectangular cross-section channels are discussed. The estimates associated with erosion and settling of particles in sedimentary currents, which take place in rivers and estuaries, may be affected by geometry.

I. INTRODUCCIÓN

Aunque los estuarios han sido muy estudiados a causa de su importancia práctica y accesibilidad, el conocimiento de los procesos de pequeña escala que ocurren en ellos es todavía incompleto. Los estuarios exhiben una variedad de fenómenos frontales convergentes gobernados fundamentalmente por las diferencias de densidad asociadas con la descarga de agua dulce⁽¹⁾. Estos frentes no solo contribuyen localmente a los procesos de mezclado, sino que pueden proveer claves valiosas referentes a la naturaleza de movimientos organizados de gran escala. Los movimientos de este tipo de frentes pueden ser estudiados en función de la teoría de corrientes de gravedad y experimentos de laboratorio como los realizados, por ejemplo, por Simpson y Britter⁽²⁾.

Uno de los fenómenos característicos de los estuarios es la intrusión salina. Debido a que la pendiente del fondo cerca de la desembocadura de grandes ríos es, típicamente, de pequeña magnitud, una cuña de agua salada (más densa que el agua dulce del río) tiende a remontarse hacia aguas arriba impulsada por efecto de la gravedad. Estas intrusiones salinas se forman bajo condiciones de baja energía del estuario, caracterizadas por un rango de mareas de pequeña magnitud, y por efectos débiles del viento sobre el flujo, como ocurre típicamente en canalizaciones angostas. El flujo en la zona de la cuña consta de dos capas. El flujo en la capa superior es de agua dulce y en la dirección del mar. El flujo de agua salada en la capa inferior es hacia el mar en la zona alta de ella, y aguas arriba mas cerca del fondo. Eventualmente, cuando se alcanza el equilibrio de fuerzas entre los gradientes internos de presiones, los esfuerzos de

corte en la interfase y las aceleraciones convectivas del flujo, la cuña detiene su avance, permaneciendo fija a la distancia máxima de intrusión⁽³⁾.

La distancia aguas arriba de la desembocadura alcanzada por el agua salada depende en gran medida de la potencia del flujo de agua dulce y de la pendiente del río. Grandes caudales de agua dulce tienden a desplazar la cuña hacia el mar. Por el contrario, durante periodos de bajo caudal de agua dulce coincidentes con mareas altas, la cuña tiende a penetrar grandes distancias río arriba. En estas circunstancias se ha observado que las cuñas de agua salada pueden penetrar hasta 50 o 100 km aguas arriba de la desembocadura. La importancia práctica de este fenómeno es que la penetración de la cuña de agua salada puede (y frecuentemente lo hace) contaminar e inutilizar la provisión de agua potable y para uso industrial en ciudades costeras e incluso aguas arriba, con graves consecuencias desde el punto de vista ecológico y económico.

Mediciones de flujos en estuarios y zonas cercanas a las plataformas continentales, junto a estudios teóricos, numéricos y de laboratorio han ayudado a comprender la dinámica frontal y su rol en flujos estuarinos. Los modelos analíticos de estuarios son simplificados utilizando secciones transversales rectangulares, o flujos promediados lateralmente (restando importancia a la influencia de las variaciones laterales sobre el flujo de intercambio)^(4,5). Sin embargo, una estimación precisa del flujo de intercambio requiere un conocimiento preciso de la influencia de la sección transversal del estuario. Por ejemplo, Simpson y Nunes⁽⁶⁾ modelaron el estuario del río Seiont (Gales, Reino Unido) con una sección

transversal parabólica para mostrar las circulaciones transversales secundarias, mientras que Wong⁽⁷⁾ y Wong y Munchow⁽⁸⁾ modelaron la circulación gravitacional en la Bahía de Delaware con una sección transversal triangular, en tanto que Li y Valle-Levinson⁽⁹⁾ simularon el campo de flujo de un estuario costero plano con una sección rectangular con un canal triangular en el medio. Por otro lado, O'Donnell⁽¹⁰⁾ comparó la estructura principal de la corriente de gravedad determinada en experimentos de laboratorio realizados en canales de sección rectangular con la obtenida en observaciones de campo, encontrando un buen acuerdo. Simpson⁽¹¹⁾ reporta los valores de la relación entre las velocidades iniciales de los frentes de los flujos de agua salada y dulce y la profundidad del canal provenientes de experimentos de laboratorio en canales trapezoidales, triangulares y circulares. Sin embargo, no se cuenta hasta el momento con algún modelo teórico, por lo que resulta difícil extender estos resultados a los casos de secciones más complejas como las de los estuarios.

En vista de la importancia de profundizar en el conocimiento de la influencia de la sección transversal de un estuario sobre la dinámica de los flujos de intercambio que tienen lugar allí, proponemos un modelo analítico para describir el flujo en canales con sección transversal no rectangular y mostramos el acuerdo con los resultados de experimentos realizados en un canal de sección triangular. Incluimos además algunas mediciones de la distribución longitudinal de densidad de la corriente de agua salada promediadas a lo largo del canal.

II. VELOCIDADES FRONTALES DE LOS FLUJOS DE INTERCAMBIO EN UN CANAL CON SECCIÓN TRANSVERSAL NO-RECTANGULAR

Sea un flujo generado a partir de la remoción repentina de una compuerta vertical que divide temporalmente en dos partes iguales un canal de sección transversal arbitraria constante. Para fijar ideas, supóngase una sección transversal triangular como la mostrada en la Fig.1. Una parte del canal contiene al fluido ambiente (agua dulce) y la otra contiene un fluido más denso (por ejemplo, agua salada). Cuando la compuerta es removida, se desarrollan dos corrientes de gravedad en direcciones opuestas: una constituida por el fluido ambiente que se desplaza debajo de la superficie libre y la otra, más densa, sobre el fondo del tanque.

La estratificación se simplifica asumiendo una estructura de dos capas inmiscibles, una inferior de profundidad h_1 y densidad ρ_1 , y otra superior de profundidad h_2 y densidad ρ_2 . Por continuidad, el flujo en ambas capas debe ser el mismo

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 \quad (1)$$

donde $A_{1,2}$ y $u_{1,2}$ son las áreas transversales y las velocidades de los frentes, y los sufijos 1 y 2 denotan las corrientes del fondo y superficial, respectivamente.

La Ec. (1) implica asumir como válido el típico *box model* para las corrientes de gravedad, que ha arrojado muy buenos resultados en muchos otros contextos.⁽¹²⁾ En este marco, la profundidad y la velocidad de ambas capas de fluido son consideradas solo a través de valores uniformes a lo largo de la coordenada horizontal x ,

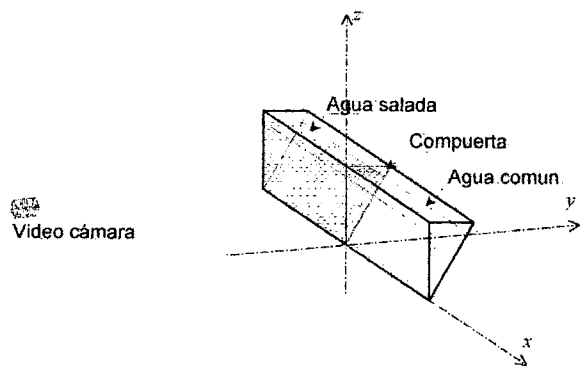


Figura 1. Esquema de la disposición experimental inicial para generar flujos de intercambio en un canal de sección triangular.

obteniéndose una descripción global con una sustancial simplificación que usualmente conduce a leyes analíticas.

Las mismas condiciones de contorno superior e inferior en un canal cerrado de sección transversal simétrica (por ejemplo, circular o rectangular) conducen a $u_1 = u_2$ y $h_1 = h_2$. Si el canal es abierto, las diferentes condiciones de contorno superior e inferior conducen a una diferencia entre las velocidades de los frentes de alrededor del 20%, dependiendo del número de Reynolds de los flujos⁽¹¹⁾. Una sección transversal asimétrica, como la mostrada por Fig. 1, requiere una condición adicional para encontrar las velocidades frontales y las profundidades de las corrientes. De acuerdo con Ec. (1), un área transversal pequeña implica una velocidad frontal grande, y viceversa.

El balance de la cantidad de movimiento en la zona frontal de los flujos inerciales establece la velocidad del frente por medio del número de Froude, definido como

$$F_{1,2} = \frac{u_{1,2}}{\sqrt{g' h_{1,2}}}$$

donde $g' = g(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$ es la aceleración de la gravedad reducida (g : aceleración de la gravedad), el que a su vez depende de las condiciones de contorno y del número de Reynolds del flujo, y está asociado con el mezclado en la cabeza de la corriente de gravedad. Para flujos con números de Reynolds grandes, modelos teóricos⁽¹³⁾, convalidados por experimentos de laboratorio⁽¹¹⁾ y observaciones de campo en ríos, lagos y océanos⁽¹⁴⁾, sugieren que $F \approx 1$ y constante. Asumiendo que si el flujo tiene una estructura de dos capas estos resultados son válidos cualquiera sea la forma de la sección transversal, resulta que

$$\frac{u_1}{\sqrt{g' h_1}} = \Gamma \frac{u_2}{\sqrt{g' h_2}} \quad (2)$$

con $\Gamma = F_1/F_2 \approx 1$. En consecuencia las Ecs. (1) y (2), junto con la forma de la sección transversal, determinan las profundidades de las corrientes y las velocidades de los frentes.

Es importante mencionar que la gravedad reducida g' aparece en la Ec. (2) a través del producto $g'h$. Esto significa que los resultados globales no serán afectados fuertemente por el mezclado ya que éste reduce g'

aumentando h , y viceversa, en aproximadamente la misma cantidad. Por lo tanto, es de esperar que en presencia de mezclado el modelo provea las leyes de escala correctas, aún para flujos con números de Reynolds altos.

Por otro lado, sea

$$\frac{z}{H} = \beta \left(\frac{y}{D} \right)^\alpha \quad (3)$$

la relación entre las coordenadas vertical (z) y transversal (y) que definen el contorno del canal o, eventualmente, del estuario, donde α y β son constantes, y H y D son la profundidad máxima y el semi-ancho del canal, respectivamente. Como se aprecia en la Fig. 2, el valor $\alpha=1$ determina una sección transversal triangular, $\alpha>1$ provee secciones transversales convexas (casi rectangular si $\alpha \gg 5$), y $\alpha \leq 1$ indica secciones con una pronunciada depresión central. Por lo tanto, el parámetro α facilita el análisis de las propiedades básicas del flujo en un estuario clásico, según sea la forma de la sección transversal. La Ec (3) es similar a otras funciones asumidas en el estudio teórico de la variación de la profundidad transversal sobre el flujo en estuarios angostos ⁽¹⁴⁾.

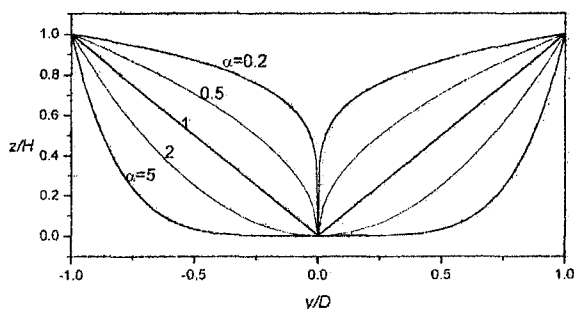


Figura 2. Formas que puede adoptar el contorno de un canal según el valor del parámetro α .

Expresando el área transversal A_1 en función de $\xi=h_1/H$ o profundidad fraccional de la corriente del fondo, y usando las Ecs. (1) y (3) sigue que

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{1-\xi^{1+1/\alpha}}{\xi^{1+1/\alpha}}, \quad (4)$$

mientras que las Ecs. (2) y (3) llevan a

$$\frac{u_1}{u_2} = \Gamma \sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}}. \quad (5)$$

Luego, resulta que el cociente de velocidades depende de ξ por medio de dos tendencias opuestas. Mientras el balance de masa (4) sugiere cocientes de velocidades mas altos para profundidades pequeñas de la corriente del fondo ($u_1/u_2 \rightarrow \infty$ para $\xi \rightarrow 0$), el balance local de la cantidad de movimiento (5) indica lo contrario ($u_1/u_2 \rightarrow 0$ para $\xi \rightarrow 0$). La forma de la sección transversal entra sólo a través de α en la Ec. (4), mientras que la gravedad reducida aparece en la Ec. (5) por medio de Γ . Por otro

lado, el parámetro β no aparece en ninguna de las dos últimas ecuaciones.

Las Ecs. (4) y (5) se pueden combinar para dar la siguiente expresión algebraica y determinar ξ como función de Γ y α ,

$$\frac{1-\xi^{1+1/\alpha}}{\xi^{1+1/\alpha}} - \Gamma \sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}} = 0 \quad (6)$$

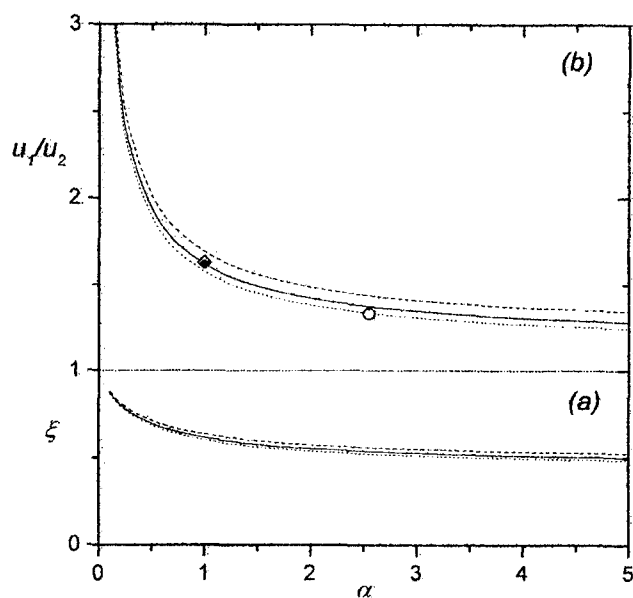


Figura 3. Las curvas representan las dependencias con α de (a) la profundidad fraccional de la corriente del fondo y (b) el cociente entre las velocidades de los frentes de la corriente del fondo y la superficial, encontradas numéricamente para $\Gamma = 1.4$ (línea de rayas), 1.275 (línea llena) y 1.1 (línea de puntos).

La Fig. 3(a) muestra la solución de (6) obtenida numéricamente. Se observa que $\xi(\alpha)$ es una función suave que varía entre $\xi=1$ para $\alpha=0$ (canal con depresión central pronunciada) y $\xi=1/(1+\Gamma^{2/3}) \approx 0.5$ para $\alpha=\infty$ (sección transversal rectangular). La Fig. 3(b) muestra la variación del cociente entre las velocidades frontales u_1 y u_2 como función de α , sugerida por el modelo, para tres valores de Γ . Los símbolos representan resultados experimentales: el rombo corresponde a un experimento de la serie reportada en este trabajo (ver sección siguiente) y concuerda bien con el valor obtenido por Simpson ⁽¹¹⁾ (círculo lleno) para una sección transversal con forma de triángulo equilátero. El círculo abierto es el valor reportado por Simpson para un conducto circular abierto lleno hasta un cuarto de su profundidad ($u_1/u_2=1.33$); el valor de α correspondiente a este caso se obtiene de la curva que mejor ajusta el perfil de la sección transversal mojada dada por la Ec. (3). Los pocos resultados experimentales disponibles sugieren que las hipótesis asumidas son válidas al menos para $\alpha \geq 1$, es decir, para secciones transversales de formas entre triangular ($\alpha=1$) y rectangular ($\alpha=\infty$). No obstante, es necesario realizar mas experimentos en canales con otras formas de secciones transversales no rectangulares para convalidar el modelo propuesto cuando $\alpha < 1$.