

PROBABILIDADES DE DECAIMIENTO PARA UN HAMILTONIANO DE DOS PARTICULAS

R. Laura, R. M. Id Betan

Departamento de Física. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura - Universidad Nacional de Rosario
 Av. Pellegrini 250 - (2000) - Rosario - Santa Fe - Argentina
 e-mail: laura@ifir.ifir.edu.ar
 e-mail: idbetan@ifir.ifir.edu.ar

Para una barrera de potencial unidimensional se calculan los polos de la matriz de dispersión y su contribución a la probabilidad de supervivencia. Para dos partículas dentro de la barrera al tiempo inicial se calcula la probabilidad condicionada de que ambas partículas estén afuera al tiempo t_C , si sólo una estaba afuera en el tiempo t_B ($t_C > t_B > 0$).

The contribution of the poles of the scattering matrix to the survival probability is computed for a simple one-dimensional model of a particle in an unstable state. For the case of two particles initially in unstable states, we compute the conditional probability to find both particles outside the barrier at a final both particles outside the barrier at a time t_C , in only one particle was outside the barrier at a previous time t_B ($t_C > t_B > 0$).

I. INTRODUCCIÓN

Para sistemas cuánticos en que la extensión analítica de la matriz de scattering tiene polos cerca del eje de las energías reales, es posible describir la evolución de la función de onda del sistema en una base de autovectores generalizados del Hamiltoniano con autovalores complejos⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾.

Esta descomposición espectral pone en evidencia el comportamiento aproximadamente exponencial de los procesos de decaimiento, y ha sido usada en física nuclear.⁽⁴⁾⁽⁵⁾

Para el cálculo de probabilidades de supervivencia, la contribución más importante en la evolución temporal está asociada con los polos simples de la matriz de dispersión que están más cerca del eje real de las energías, y no es necesario tener en cuenta las contribuciones de la parte continua del espectro generalizado (background).⁽⁶⁾

Sin embargo, en problemas de decaimiento de varias partículas en que el potencial efectivo que ve cada partícula depende del número de partículas que aún no han decaído, cabe esperar que la contribución de la parte continua del espectro generalizado sea de importancia.

Como un ejercicio previo al abordaje de este problema, analizamos en este trabajo el caso de dos partículas en una barrera de potencial unidimensional, sin tener en cuenta los efectos de las posiciones relativas de ambas partículas.

En la sección II presentamos el modelo unidimensional, mientras que es la sección III calculamos las contribuciones de los polos de la matriz de dispersión a las amplitudes de transición de una partícula.

En la sección IV, para el caso de dos partículas, calculamos las probabilidades de encontrar una o ambas fuera del "núcleo".

En la sección V, junto con las conclusiones, discutimos las dificultades que aparecerán en el cálculo cuando es necesario tener en cuenta la influencia de la posición relativa de las partículas en el potencial efectivo del modelo.

II. MODELO UNIDIMENSIONAL

Consideremos el siguiente problema de autovalores, en representación coordenadas⁽⁷⁾

$$H_{\Omega}(x)\varphi(x) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right] \varphi(x)$$

$$H_{\Omega}(x)\varphi(x) = E\varphi(x), \quad (1)$$

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & x < 0 \\ \frac{\hbar^2}{m} \Omega \delta(x-a) & x > 0 \end{cases}$$

Este problema tiene autovalores generalizados $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m$ ($0 < k < \infty$), y los correspondientes autovectores son

$$\langle x | \varphi_k \rangle = \varphi_k(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \sqrt{2/\pi} A_k \sin kx & 0 \leq x \leq a \\ \sqrt{2/\pi} \sin(kx + \delta_k) & x > a \end{cases} \quad (2)$$

Los coeficientes A_k y δ_k se eligen de modo de cumplir las condiciones de contorno

$$\varphi_k(a+0) = \varphi_k(a-0),$$

$$\varphi'_k(a+0) = \varphi'_k(a-0) + 2\Omega\varphi_k(a) \quad (3)$$

A partir de estas condiciones de contorno resulta

$$A_k^2 = \left[1 + (4\Omega/k) \sin ka \cos ka + (4\Omega^2/k^2) \sin^2 ka \right]^{-1}$$

$$\text{tg } \delta_k = -(k/\Omega) \frac{1 - \cos 2ka}{1 + (k/\Omega) \sin 2ka} \quad (4)$$

Los vectores $\varphi_k(x)$ ($0 < k < \infty$) forman un sistema biortonormal completo para representar funciones definidas en \mathbb{R}^+ . El Hamiltoniano H_{Ω} definido en (1), tiene un espectro continuo de energías entre cero e infinito $0 < E_k < \infty$. Usando la base de autovectores (2), se puede escribir H_{Ω} en su forma diagonal

$$H_{\Omega} = \int_0^{\infty} dk E_k |\varphi_k\rangle \langle \varphi_k| \quad (5)$$

El Hamiltoniano H_Ω definido en (1) depende de Ω a través de los coeficientes A_k y δ_k que aparecen en los autovectores $\varphi_k(x)$.

Si Ω es grande, A_k^2 es muy pequeño, excepto para los valores próximo a $k = k_n = n\pi/a$, donde presenta máximos muy agudos de altura $4\Omega^2/k_n^2$ y ancho $k_n^2/4\Omega^2 a$. Haciendo un desarrollo de serie de Taylor de A_k^2 alrededor de k_n obtenemos la siguiente aproximación

$$A_k^2 \cong \frac{k_n^2/4\Omega^2}{(k_n^2/4\Omega^2)^2 + (ka - k_n a)^2} \quad (6)$$

Teniendo en cuenta que

$$\delta(x) = \frac{1}{\pi} \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{\epsilon}{\epsilon^2 + x^2}$$

$$\delta[f(x)] = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{\left| \left(\frac{df}{dx} \right)_{x=x_i} \right|} \quad (7)$$

donde x_i son las raíces simples de $f(x)=0$, y haciendo en (6) $\epsilon = k_n^2/4\Omega^2$, y $x=ka-k_n a$, se obtiene

$$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} A_k = \frac{\pi}{a} \sum_n \delta\left(k - \frac{n\pi}{a}\right) \quad (8)$$

Si hacemos $\Omega \rightarrow \infty$ en la expresión para δ_k dada en (4), resulta

$$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \text{tg } \delta_k = -\frac{1 - \cos 2ka}{\text{sen } 2ka} = -\text{tg } ka$$

y entonces

$$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \delta_k = -ka \quad (9)$$

El límite $\Omega \rightarrow \infty$ corresponde a una barrera impenetrable en $x=a$. Usando los valores límites de A_k^2 y δ_k obtenidos en las ecuaciones (8) y (9), podemos demostrar que

$$H_\infty = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} H_\Omega = \sum_{n=1}^{\infty} E_{k_n} |n\rangle\langle n| + \int_0^{\infty} dk E_k |k\rangle\langle k| \quad (10)$$

con $E_k = \hbar^2 k^2/2m$ y

$$\langle x|n\rangle = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \sqrt{2/a} \text{sen } k_n x & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x > a \end{cases} \quad (11)$$

$$\langle x|k\rangle = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0 & 0 \leq x \leq a \\ \sqrt{2/\pi} \text{sen } k(x-a) & x > a \end{cases} \quad (12)$$

donde $n=1,2,3,\dots$ y $0 < k < \infty$. Las funciones $\langle x|n\rangle$ forman una base para representar cualquier función de x en el intervalo $(0,a)$, mientras que las funciones $\langle x|k\rangle$ forman una base para representar funciones en el intervalo (a, ∞) . Disponemos entonces de otro sistema biortonormal completo. Notemos que el Hamiltoniano H_∞ tiene un espectro discreto superpuesto con el espectro continuo. Este espectro es cualitativamente diferente del espectro de H_Ω , que tiene solamente espectro continuo. En otras

pálabras, la resolvente de $R_\Omega(z) = (H_\Omega - z)^{-1}$ tiene un corte en $z \in R^+$, mientras $R_\infty(z) = (H_\infty - z)^{-1}$ tiene polos simples en $\hbar^2 k_n^2/2m \in R^+$, además del corte en $z \in R^+$.

Esta diferencia cualitativa puede eliminarse si consideramos las extensiones analíticas de $R_\Omega^+(z)$ y $R_\infty^+(z)$ de las resolventes al semiplano complejo inferior. De esta forma es posible desplazar los cortes hacia una curva Γ del semiplano complejo inferior, y también encontrar polos de $R_\Omega^+(z)$, que para valores grandes de Ω son números complejos $E_n - i\Gamma_n/2$ en el semiplano complejo inferior, y próximos a $\hbar^2 k_n^2/2m$, los polos de $R_\infty^+(z)$.

Los polos de $R_\Omega^+(z)$ son también los polos de la extensión analítica al semiplano inferior de A_k^2 , donde los valores complejos k_n^c para los cuales $1/A_k^2 = 0$ pueden obtenerse de la expresión (6)

$$Z_n = E_n - i\Gamma_n/2 = \hbar^2 (k_n^c)^2/2m$$

$$Z_n = n^2 \pi^2/a^2 - i n^3 \pi^3/2a^4 \Omega^2 \quad (13)$$

III. AMPLITUD DE PROBABILIDAD DE DECAIMIENTO PARA UNA PARTICULA.

Para el cálculo de las probabilidades de decaimiento de sistemas de dos partículas nos interesa conocer la amplitud $A_{mn}(t)$ de la transición de un estado $|n\rangle$ a otro $|m\rangle$ en un tiempo t :

$$A_{mn}(t) = \langle m | \exp(-i/\hbar H_\Omega t) | n \rangle \quad (14)$$

Nos proponemos mostrar que si Ω es "muy grande" y el tiempo t no es "ni muy chico ni muy grande", es válida la expresión aproximada

$$A_{mn}(t) \cong \delta_{mn} \exp(-iZ_n T) \quad (15)$$

donde $Z_n T = K_n^2 T$, $K_n = k_n a$ y $T = \hbar t/2m a^2$.

Usando la base definida en (2), y la expresión (5) de H_Ω tenemos

$$A_{mn}(t) = \int_0^{\infty} dk \exp(-i/\hbar E_k t) \langle m | \varphi_k \rangle \langle \varphi_k | n \rangle \quad (16)$$

donde

$$\langle m | \varphi_k \rangle = \int_0^{\infty} dx \langle m | x \rangle \langle x | \varphi_k \rangle = \sqrt{a/\pi} A_k G(k, m), \quad (17)$$

$$G(k, m) = \left[\frac{\text{sen}(m\pi - ka)}{(m\pi - ka)} + \frac{\text{sen}(m\pi + ka)}{(m\pi + ka)} \right]$$

Por lo tanto:

$$A_{mn}(t) = \frac{a}{\pi} \int_0^{\infty} dk \exp(-i/\hbar E_k t) A_k^2 G(k, m) G(k, n) \quad (18)$$

$$A_{mn}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dK \exp(-iK^2 T) A_{\frac{K}{a}}^2 G\left(\frac{K}{a}, m\right) G\left(\frac{K}{a}, n\right)$$

Si Ω es muy grande, usando (6) y $k_n = n\pi/a$ podemos escribir

$$A_{K/a}^2 \cong \sum_n \frac{\Sigma_n}{(K - n\pi)^2 + \Sigma_n^2}, \quad \Sigma_n = \frac{n^2 \pi^2}{4\Omega^2 a^2} \quad (19)$$

que corresponde a una sucesión de picos muy agudos centrados en $K=n\pi$, de altura $(2\Omega a/n\pi)^2$ y ancho $(n\pi/2\Omega a)^2$. Teniendo en cuenta que $G(n\pi/a, m) = \delta_{nm}$, podemos escribir

$$A_{mn}(t) \cong \frac{1}{\pi} \delta_{mn} \int_0^\infty dK \exp(-iK^2 T) \frac{\Sigma_n}{(K - n\pi)^2 + \Sigma_n^2} \quad (20)$$

Para obtener esta última expresión, hemos reemplazado en la expresión exacta dada en la ecuación (18) la forma aproximada de $A_{K/a}^2$ de la expresión (19), y los valores de $G(K/a, m)$ $G(K/a, n)$ en los máximos de $A_{K/a}^2$.

Además podemos usar la igualdad

$$\frac{\Sigma_n}{(K - n\pi)^2 + \Sigma_n^2} = \frac{i}{2} \left[\frac{1}{K - (n\pi - i\Sigma_n)} - \frac{1}{K - (n\pi + i\Sigma_n)} \right] \quad (21)$$

y, siguiendo los razonamientos de Khalfin⁽⁸⁾, existirá un rango de tiempos para los cuales la contribución más importante a la integral de la expresión (20) estará dada por el polo simple del semiplano complejo inferior

$$A_{mn}(t) \cong \delta_{mn} \exp(-iZ_n T), \quad Z_n = (n\pi - i\Sigma_n)^2 = E_n - \frac{i}{2}\Gamma_n \quad (22)$$

Entonces la probabilidad de decaimiento al estado $|m\rangle$ en un tiempo t de una partícula inicialmente en el estado $|n\rangle$, está dada por

$$P_{mn} = |A_{mn}(t)|^2 \cong \delta_{mn} \exp(-\Gamma_n T) \quad (23)$$

IV. EL PROBLEMA DE DECAIMIENTO DE DOS PARTICULAS.

Para dos partículas en el potencial unidimensional de la sección II, vamos a considerar las siguientes situaciones

A: dos partículas en el interior del "núcleo" ($0 < x < a$) en el tiempo $t_A = 0$.

B: una partícula dentro del núcleo ($0 < x < a$) y otra afuera ($x > a$) para el tiempo $t = t_B > t_A = 0$.

C: dos partículas afuera del núcleo ($x > a$) para el tiempo $t = t_C > t_B > t_A = 0$.

Queremos calcular la probabilidad

$$P(C \cap B|A) = P(B|A)P(C|B \cap A) \quad (24)$$

La cantidad $P(C \cap B|A)$ representa la probabilidad de hallar dos partículas afuera al tiempo t_C y una partícula adentro y otra afuera al tiempo t_B si se hallaban ambas adentro al tiempo $t_A = 0$. La cantidad $P(C|B \cap A)$ representa la probabilidad de hallar ambas partículas afuera al tiempo t_C si al tiempo t_B se encontraba una adentro y otra afuera.

Para concretar, supondremos que al tiempo $t_A = 0$ las dos partículas están en el estado puro $|nn'\rangle = |n\rangle \otimes |n'\rangle$. En

representación coordenadas escribiremos $\langle x_1 x_2 | nn'\rangle = \langle x_1 | n\rangle \otimes \langle x_2 | n'\rangle$ donde x_1 y x_2 son las coordenadas de las partículas, y $\langle x | n\rangle$ fue definido en la ecuación (11). Por ahora no nos ocuparemos de la simetría de los estados por permutación de las coordenadas espaciales.

Para los estados de una partícula es conveniente definir los proyectores P_{int} y P_{ext} sobre estados interiores o exteriores al núcleo:

$$P_{int} = \sum_{n=1}^{\infty} |n\rangle \langle n|, \quad P_{ext} = \int_0^\infty dk |k\rangle \langle k| \quad (25)$$

Donde $\langle x | k\rangle$ fue definido en la ecuación (12). El operador identidad para estados de una partícula puede entonces escribirse en la forma $I = P_{int} + P_{ext}$.

A los estados B y C les corresponden los proyectores

$$P_B = P_{int} \otimes P_{ext} + P_{ext} \otimes P_{int} \quad (26)$$

$$P_B = P_{int} \otimes I + I \otimes P_{int} - 2P_{int} \otimes P_{int}$$

$$P_C = P_{ext} \otimes P_{ext} \quad (27)$$

$$P_C = I \otimes I - I \otimes P_{int} - P_{int} \otimes I + P_{int} \otimes P_{int}$$

Como primer paso vamos a calcular la probabilidad $P(B|A)$ de encontrar una partícula dentro y otra afuera al tiempo t_B , si ambas partículas están adentro, en el estado $\rho_{t_A} = |nn'\rangle \langle nn'|$, al tiempo $t_A = 0$.

$$P(B|A) = \text{Tr}[\rho_{t_B} P_B]$$

$$P(B|A) = \text{Tr} \left[\exp\left(-\frac{i}{\hbar} H t_B\right) \rho_{t_A} \exp\left(\frac{i}{\hbar} H t_B\right) P_B \right] \quad (28)$$

$$P(B|A) = \langle nn' | \exp\left(\frac{i}{\hbar} H t_B\right) P_B \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H t_B\right) | nn'\rangle$$

Teniendo en cuenta que $H = H_1 + H_2$, y usando la expresión (26) para P_B se obtiene

$$P(B|A) = \langle n | \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_1 t_B\right) P_{int} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_1 t_B\right) | n\rangle + \langle n' | \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_2 t_B\right) P_{int} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_2 t_B\right) | n'\rangle - 2 \langle n | \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_1 t_B\right) P_{int} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_1 t_B\right) | n\rangle \times \langle n' | \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_2 t_B\right) P_{int} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_2 t_B\right) | n'\rangle \quad (29)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (22) resulta

$$\langle m | \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_1 t_B\right) | n\rangle \cong \delta_{mn} \exp(-iZ_n T_B), \quad (30)$$

$$T_B = \frac{\hbar}{2ma^2} t_B$$

y entonces

$$\langle n | \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_1 t_B\right) P_{int} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_1 t_B\right) | n\rangle = \sum_m \langle n | \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_1 t_B\right) | m\rangle \langle m | \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_1 t_B\right) | n\rangle \cong \exp(-\Gamma_n T_B) \quad (31)$$

Finalmente obtenemos

$$P(B|A) \cong \exp(-\Gamma_n T_B) [1 - \exp(-\Gamma_{n'} T_B)] + \exp(-\Gamma_{n'} T_B) [1 - \exp(-\Gamma_n T_B)] \quad (32)$$

La interpretación de esta última expresión es clara: El primer sumando corresponde al decaimiento de la

partícula inicialmente en el estado $|n\rangle$. Donde $\exp(-\Gamma_n T_B)$ es la probabilidad de supervivencia de la partícula en el estado $|n\rangle$ y $(1 - \exp(-\Gamma_n T_B))$ es la probabilidad de decaimiento de la partícula en el estado $|n\rangle$. Este sumando presenta un máximo para $T_B = (1/\Gamma_n) \lg(1 + (\Gamma_n / \Gamma_n))$. La siguiente gráfica muestra el comportamiento de (32).

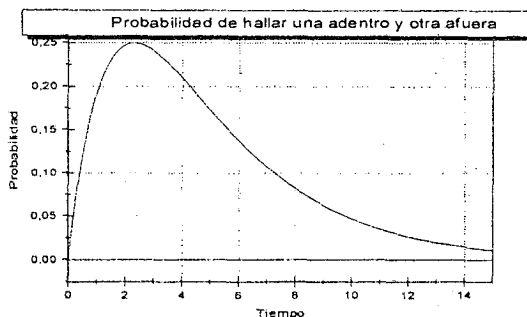


Figura 1

La expresión $P(C|B \cap A)$ representa la probabilidad de encontrar dos partículas fuera del núcleo al tiempo t_C si había una partícula dentro y una afuera al tiempo t_B y dos adentro al tiempo inicial $t_A=0$. Podemos escribir entonces.

$$P(C|B \cap A) = \text{Tr}(\rho'_{t_C} P_C), \quad (33)$$

donde

$$\rho'_{t_C} = \exp(-\frac{i}{\hbar} H \Delta t) \rho'_{t_B} \exp(\frac{i}{\hbar} H \Delta t), \quad \Delta t = t_C - t_B \quad (34)$$

$$\rho'_{t_B} = \frac{P_B \rho_{t_B} P_B}{\text{Tr}(P_B \rho_{t_B} P_B)} = \frac{P_B \rho_{t_B} P_B}{P(B|A)}. \quad (35)$$

Reemplazando las expresiones (33)-(34) en la ecuación (24) resulta

$$\begin{aligned} P(C \cap B|A) &= \text{Tr}(\exp(-\frac{i}{\hbar} H \Delta t) P_B \exp(-\frac{i}{\hbar} H t_B) \times \\ &\rho_{t_A} \exp(\frac{i}{\hbar} H t_B) P_B \exp(\frac{i}{\hbar} H \Delta t) P_C) \\ &= \langle nn' | \exp(\frac{i}{\hbar} H t_B) P_B \exp(\frac{i}{\hbar} H \Delta t) P_C \times \\ &\exp(-\frac{i}{\hbar} H \Delta t) P_B \exp(-\frac{i}{\hbar} H t_B) | nn' \rangle \end{aligned} \quad (36)$$

Usando las expresiones (26) y (27) para los proyectores P_B y P_C , y la aproximación a la amplitud de transición para una partícula dada en la ecuación (22), se obtiene finalmente

$$\begin{aligned} P(C \cap B|A) &\cong \exp(-\Gamma_n T_B) [1 - \exp(-\Gamma_n T_B)] [1 - \exp(-\Gamma_n \Delta T)] \\ &\exp(-\Gamma_n T_B) [1 - \exp(-\Gamma_n T_B)] [1 - \exp(-\Gamma_n \Delta T)] \end{aligned} \quad (37)$$

$$\text{con } T_B = \frac{\hbar}{2ma^2} t_B, \quad \Delta T = \frac{\hbar}{2ma^2} (t_C - t_B)$$

La figura 2 muestra el comportamiento de (37) fijando el tiempo T_C . Puede observarse como satura para tiempos asintóticos.

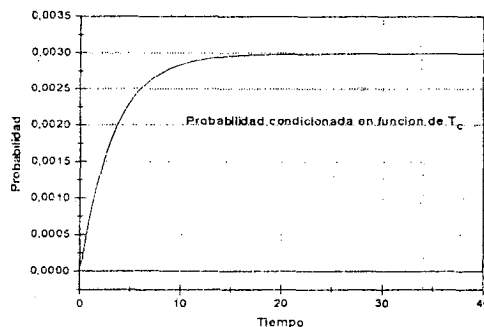


Figura 2

La figura 3 representa la probabilidad (37) fijando el tiempo $T_C=0.5$. Esto significa que la ecuación tiene sentido sólo para $T_B \leq 0.5$.

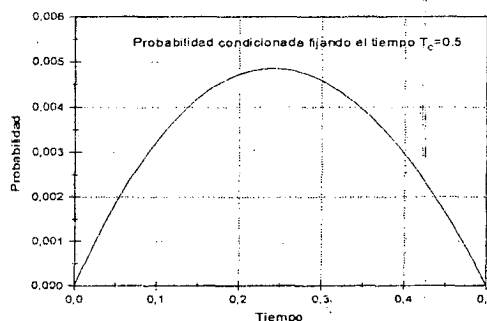


Figura 3

V. RESUMEN Y CONCLUSIONES

El cálculo de las probabilidades de decaimiento de las dos partículas queda expresado en función de amplitudes de probabilidad de una partícula. Esto ocurre sólo para Hamiltonianos separables. Esta propiedad simplifica los cálculos y hace innecesario evaluar las contribuciones del background (ver ec. (29)). En la determinación de la amplitud de probabilidad de una partícula ec. (14), la contribución del continuo fue aproximada dando la limitación de que la expresión (22) vale sólo para una barrera muy alta (Ω muy grande) y tiempos ni muy cortos ni muy largos⁽⁸⁾.

La expresión (32) representa la probabilidad de hallar a una de las partículas en la región interior del "núcleo" y la otra afuera. Los dos términos expresa la probabilidad de supervivencia de la partícula en el estado n multiplicado por la probabilidad de decaimiento de la segunda partícula en el estado n' . El segundo sumando representa lo mismo pero intercambiando las partículas. Esta ley expresa un crecimiento desde cero a un máximo luego un decrecimiento a cero; pues inicialmente la probabilidad de hallar una partícula afuera es cero, pues están ambas adentro y para tiempo largo el comportamiento es decreciente, pues para esos tiempos ambas partículas habrán decaído (fig. 1).

La expresión (37) representa la probabilidad condicionada de hallar una partícula adentro y otra

afuera al tiempo t_B y ambas afuera al tiempo $t_C > t_B$. Observemos que la expresión es similar a la ecuación (32) con un nuevo multiplicando que representa la probabilidad de decaimiento de la primera partícula (que al tiempo t_B estaba adentro del "núcleo") en el intervalo de tiempo $t_C - t_B$. Como función de t_C esta expresión tiende asintóticamente a un valor constante, lo cual es lo deseado pues para tiempos asintóticos ambas partículas estarán en el continuo (fig. 2).

Hemos realizado este trabajo como un ejercicio previo al abordaje del problema de dos partículas con potenciales no separables, que depende de la posición relativa de ambas partículas. En un análisis preliminar hemos encontrado que no se puede dejar de lado las contribuciones del continuo. Para el cálculo de las probabilidades se hace necesario hacer bien definidas las integrales que involucran vectores de Gamow usando la regularización introducida por Berggren⁽⁴⁾. Tomando como estado inicial el estado resonante de ambas partículas en el interior del núcleo puede hacerse sin problemas, el cálculo de la probabilidad de supervivencias del estado inicial, pero el cálculo de las probabilidades de hallar a una de las partículas en el interior del núcleo y otra afuera, o la probabilidad de hallar ambas afuera; hace necesario tener en cuenta las contribuciones del background. Este tipo de problemas no aparecieron en el sistema tratado en este trabajo, por la característica de ser el Hamiltoniano separable.

Agradecimientos

Los autores agradecen las interesantes discusiones con el Prof. R. Liotta, que dieron origen a este trabajo.

Referencias

- 1- M.Castagnino, R.Laura, Phys.Rev.A, **56**, 108-119, (1997).
- 2- R.Laura, M.Castagnino, Phys.Rev.A, **57**, 4140-4152, (1997).
- 3- R.Laura, M.Castagnino, R. Id Betan, Physica A, Perturbative method for generalized spectral, (1997). En prensa.
- 4- T. Berggren, Nuclear Physics A, **109**, 265-287, (1968).
- 5- T. Vertse, P. Curutchet, R. Liotta, Resonances, He Unified Route towards the Formulation of Dynamical Process, Springer-Verlag, Berlin, (1989).
- 6- R. Liotta, E. Maglione, N. Sandulescu, T. Vertse, Physics Letters B, **367**, 1-4, (1996).
- 7- S. Flügge, *Practical Quantum Mechanics*, Springer-Verlar, New York Heidelberg Berlin, (1974).
- 8- L. A. Khalfin, Sov. Phys. JETP **6**, 1053-1063, (1958).