

Campo de velocidad en la cabeza de una corriente de gravedad inercial

L. P. Thomas* and S. B. Dalziel†

* Instituto de Física Arroyo Seco, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro. Pinto 399, 7000 Tandil, Argentina. e-mail: lthomas@exa.unicen.edu.ar

† Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Silver Street, Cambridge CB3 9EW, Inglaterra. e-mail: s.dalziel@damp.cam.ac.uk

Se realizaron mediciones detalladas del flujo dentro y alrededor de la "cabeza" de una corriente gravitatoria en el régimen inercial usando *particle tracking velocimetry*. Dos condiciones de contorno fueron consideradas: piso sólido y superficie libre. En particular, fueron obtenidas las características 2D del flujo para distintos números de Reynolds: campos de velocidad, vorticidad, esfuerzo de corte y divergencia del flujo, promediadas durante un cierto tiempo luego de procesar digitalmente las imágenes, lo cual permite estudiar el flujo en el marco de referencia que se mueve con la corriente. Los resultados confirman recientes predicciones de la estructura del flujo obtenida por simulaciones numéricas, como por ejemplo que el punto de estancamiento de las corrientes sobre piso sólido se encuentra debajo del punto más avanzado de la cabeza. Por otra parte, las corrientes de gravedad que se derraman debajo de una superficie libre mostraron algunos efectos que parecen estar relacionados con la tensión superficial de la interfase líquido-aire y que usualmente no son mencionados en las aplicaciones ni tomados en cuenta por los códigos de simulación.

We perform detailed measurements inside and around the head of an inertial gravity current using particle tracking velocimetry. Solid bottom and liquid surface are considered as boundary conditions. The time-averaged velocity, vorticity and shear stream of the flow are obtained in the reference frame moving with the head. The results confirm recent predictions on the structure of the flow.

1. Introducción

Las corrientes de gravedad inerciales han sido estudiadas debido a su relevancia en geofísica y el medio ambiente⁽¹⁾. Desde los primeros estudios ha sido reconocida la importancia del flujo en la parte delantera de la corriente, comúnmente llamada "cabeza". El flujo aquí determina la velocidad de avance de la corriente y es responsable de las inestabilidades que mezclan el fluido de la corriente con el medio ambiente. Sin embargo, pocos han considerado la estructura del flujo dentro de la cabeza⁽¹⁻⁴⁾, que es una característica esencial para mejorar la descripción de las corrientes de gravedad.

En la interfase entre la corriente y el fluido ambiente se produce una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, la cual forma una estela de remolinos detrás de la cabeza y arriba de la cola. También se verifica una inestabilidad convectiva cuando la corriente se propaga sobre una superficie no deslizante, la cual genera protuberancias (*lobes*) y hendiduras (*clefts*) que continuamente cambian de forma. Simpson y Britter⁽²⁾ mostraron que la forma general de la cabeza y las consecuencias de las inestabilidades se mantienen mientras exista un suministro de fluido no mezclado hacia la cabeza desde la parte trasera o "cola" de la corriente. Este suministro aporta el fluido denso que se pierde por mezclado en el

fluido ambiente en condiciones estacionarias o de lento cambio.

El desarrollo de las inestabilidades hace que las corrientes de gravedad con altos valores del número de Reynolds tengan características tridimensionales, y su tratamiento analítico completo es probablemente imposible. Por ende, las predicciones analíticas de estos flujos se basan generalmente en estudios 2D en la aproximación de aguas poco profundas considerando las consecuencias de las inestabilidades por medio de parámetros empíricos⁽⁵⁻⁸⁾. Por otra parte, la mayoría de los modelos numéricos están basados en dicha aproximación o en las ecuaciones 2D para fluidos incompresibles^(2,9-10). Los estudios experimentales también se han concentrado en las vistas laterales, empleando diagnósticas que miden parámetros integrados en el ancho del tanque^(1-3,11-14). La concordancia de las características aportadas por los resultados experimentales, analíticos y numéricos indican que la dinámica de la corriente tiene esencialmente un carácter bidimensional.

Benjamin⁽⁵⁾ analizó teóricamente la intrusión de una cavidad (en la práctica sería un fluido de muy baja densidad) de profundidad h dentro de un fluido ambiente de profundidad H en canal infinito. Este estudio mostró que el flujo del fluido ambiente alrededor de la cabeza determina la velocidad de propagación de la corriente y que el flujo dentro de la cabeza juega un papel secundario. La altura de la corriente debe tener una altura $h/H=1/2$ para $t>0$ si se desprecia la disipación de

* Autor a quién debe dirigirse la correspondencia.

energía, y cualquier disipación de energía disminuye la altura de la corriente a un valor menor que $h/H=1/2$. A pesar de la importancia del flujo en esa zona, en la literatura sólo se reportan visualizaciones cualitativas (ver Ref. (5) y referencias allí citadas). En particular, no se ha mostrado experimentalmente donde el fluido es irrotacional o no (fuera de las zonas donde ocurren las inestabilidades y la entrada de fluido)

El objetivo del presente trabajo es presentar información experimental detallada del campo de velocidad promedio dentro de la cabeza de la corriente y en el fluido ambiente circundante de un derrame generado por la abertura de una compuerta (*lock-exchange flow*) colocada lejos de los extremos del tanque en la disposición usual (ver detalles en cualquiera de las referencias). La distribución de velocidad se emplea para calcular los campos de vorticidad, esfuerzo de corte y divergencia en dos diferentes condiciones de contorno: piso sólido e interfase entre el líquido y el aire. El trabajo se restringe a fluidos miscibles en los cuales la tensión superficial entre el fluido de la corriente y el fluido ambiente puede despreciarse. La tensión superficial en la interfase entre el fluido y el aire, sin embargo, está presente en nuestra configuración experimental y puede jugar un papel importante en el desarrollo de corrientes debajo de la interfase a escala de laboratorio.

Producimos las corrientes de gravedad en un tanque de 2 m de largo, 25 cm de alto y 20.3 cm de ancho (ejes x , y y z , respectivamente). El tanque es llenado con agua común hasta una profundidad de $H=20\text{cm}$ y una compuerta se coloca a 50 cm de un extremo del tanque ($x=0$). Disolviendo sal generamos una diferencia de densidad $\Delta\rho$ en las dos partes del tanque. Agregamos, además una pequeña cantidad de fluoresceína de sodio para facilitar la visualización del flujo, y partículas con una densidad próxima a la densidad del fluido para medir las velocidades en un plano vertical ubicado longitudinalmente en el centro del tanque. El fluido se deja reposar durante aproximadamente media hora y luego se inician los experimentos, extrayendo manualmente la compuerta en un tiempo pequeño respecto del tiempo característico de la evolución de la corriente. Una cámara CCD fija toma las imágenes laterales de las corrientes, las cuales son almacenadas en cintas de video SVHS. Estas imágenes son procesadas posteriormente y se calculan las velocidades de las partículas siguiendo su movimiento con el método de PTV (*particle tracking velocimetry*) descrito en Thomas et al.⁽¹⁵⁾. Las características medias de los flujos son obtenidas con el programa promediando en el tiempo los parámetros en el marco de referencia que se mueve con la parte más avanzada de la corriente.

II. Resultados

La Fig. 1 muestra la forma típica de una imagen instantánea de una corriente de gravedad avanzando sobre un contorno rígido con $Re \approx 1200$. Puede distinguirse el fluido denso y el fluido ambiente gracias a

la fluoresceína agregada a la corriente, como así también las partículas presentes en ambos fluidos.

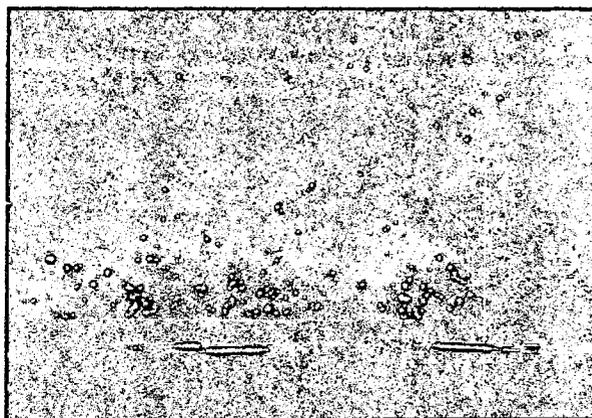


Fig. 1: Vista instantánea de una corriente sobre el fondo del tanque con $Re \approx 1200$.



Fig. 2: Imagen de las partículas equivalente a una exposición con obturador abierto

La Fig. 2 corresponde a una imagen obtenida por medio del programa, equivalente a una exposición con obturador abierto durante 1 s. en el sistema de referencia de la cabeza. El punto de mayor intensidad indica la posición instantánea de las partículas en ese tiempo, mientras que los puntos con intensidades decrecientes cercanos a cada partícula muestran sus posiciones en tiempos previos. En esas imágenes es claramente visible la forma de la cabeza, con el punto más avanzado o nariz elevado del fondo, y la estela de remolinos detrás de la cabeza. La profundidad máxima de la cabeza es cercana a 10 cm o la mitad de la profundidad del líquido, como fue encontrada en estudios previos^(1,5). La pequeña diferencia con el valor 1/2 es debida a las diferentes condiciones de contorno superior e inferior de la corriente: el fondo del tanque impone una condición de contorno de no-deslizamiento, mientras que la superficie del líquido establece una condición similar a la de superficie libre (ver mas abajo). La altura de la nariz de la cabeza varía entre 1.3 cm y 1.6 cm durante el pasaje de la corriente en la ventana de filmación, correspondiendo el mínimo a la zona central de una protuberancia mientras que el máximo corresponde a una hendidura. El valor mínimo es consistente con la ley experimental $0.6hRe^{-0.23}$ (que da 1.3 cm para este

experimento) reportada en Simpson⁽¹¹⁾ y el valor máximo concuerda con las simulaciones de Härtel et al. ⁽⁴⁾.

Aunque la presencia de inestabilidades y la turbulencia del flujo son importantes, las vistas estacionarias bidimensionales de una corriente de gravedad sirven para entender el comportamiento promedio de estos flujos. Aquí realizamos un proceso de promediado temporal con el cual se obtiene una aproximación 2D del flujo real. En todas las experiencias realizadas, el campo de divergencia promedio (no mostrado aquí por brevedad) obtenido de la forma mencionada es prácticamente nulo en toda la corriente. Esto confirma experimentalmente que existe un flujo bidimensional equivalente que corresponde a las corrientes tridimensionales reales.

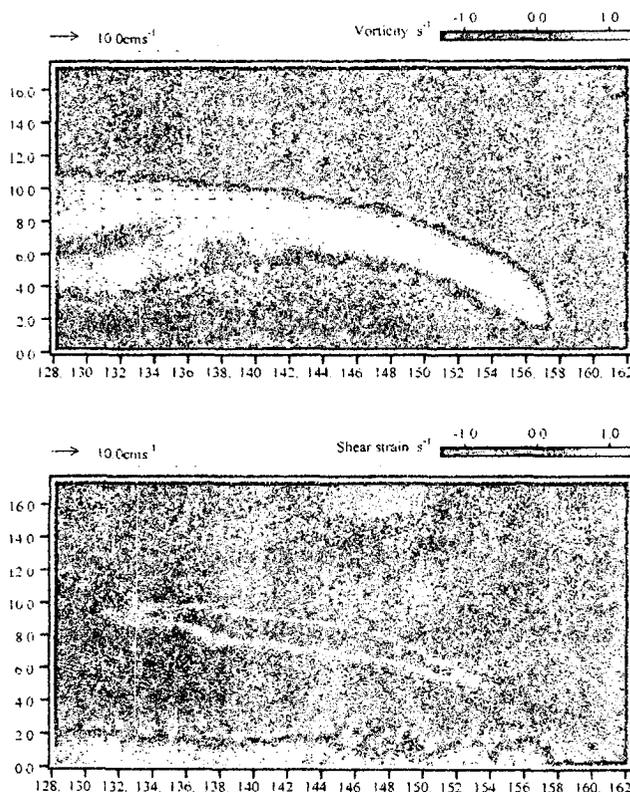


Fig. 3: Campos del flujo para la corriente mostrada en las Figs. 1-2. (a) Velocidad y vorticidad. (b) Velocidad y esfuerzo de corte.

La Fig. 3 muestra el campo de velocidad en el plano promediado en el tiempo en forma de vectores, para la corriente mostrada en la Fig. 1. Superpuesta se encuentra también una representación de los campos de vorticidad (Fig. 3a) y esfuerzo de corte (Fig. 3b). Ambas imágenes muestran que el fluido dentro de la corriente se está moviendo lentamente, mientras que el fluido ambiente es frenado cerca del frente pero acelerado cuando pasa sobre la cabeza. En la parte trasera de la cabeza la velocidad del fluido ambiente parece ser constante también. Podemos ver un pequeño flujo dentro de la corriente hacia la nariz de la cabeza. La velocidad promedio a lo largo de la altura de la corriente es

aproximadamente 0.44 cm/s, que corresponde a aproximadamente el 28% de la velocidad del frente $U=1.54$ cm/s. Este porcentaje es levemente mayor que el vapor de 0.2 U reportado por Britter & Simpson⁽¹²⁾ en experimentos de fondo movable. Creemos que esta diferencia es debido a diferencias en las condiciones del flujo y al diferente número de Reynolds

La Fig. 3a muestra que la vorticidad en el fluido ambiente permanece cercana a cero. Vorticidad positiva es generada en la capa superior de la corriente y es transportada hacia atrás de la cabeza para formar una región de recirculación en la parte trasera. Parte de este fluido penetra adentro de la corriente, empujando la celda superior de circulación dentro de la corriente. Sobre la parte superior de la cola se forma una ancha banda de vorticidad casi constante, sugiriendo un flujo bidimensional laminar como si fuese generado entre dos contornos planos en movimiento relativo. Entre esta banda y la capa inferior hay nuevamente un flujo débil hacia la cabeza para balancear las pérdidas.

El corrimiento del piso en nuestro sistema de referencia (que se mueve con la cabeza) forma una capa límite de vorticidad negativa cuyo espesor puede ser estimado por argumentos dimensionales. En estas representaciones 2D es instructivo considerar el espesor de la capa límite laminar, la cual tiene una profundidad $\delta \propto [v(x_f - x)/U]^{1/2}$. La forma general de la capa límite inferior mostrada en la Fig. 3 es cualitativamente similar a la reportada en el análisis teórico de Brighthon⁽⁷⁾, y el trabajo numérico de Härtel et al.⁽⁴⁾, aunque una comparación más detallada está fuera del objetivo de este trabajo.

La forma del campo de esfuerzo de corte mostrado en la Fig. 3b es muy similar al mostrado en la Fig. 3a, excepto en la capa límite superior de la cabeza muy cerca del frente. Notemos que el esfuerzo de corte es reducido en esa zona, revelando que la velocidad del fluido en el interior de la cabeza empalma con la velocidad del medio ambiente en buena aproximación. Ello es consistente con la ausencia de vórtices en el frente. Corriente abajo el esfuerzo de corte aumenta hasta que las inestabilidades crecen lo suficiente para imponer un límite máximo al esfuerzo de corte principal, formando la estela característica que reflejan las zonas de mayor mezclado en las corrientes de gravedad inerciales.

La representación bidimensional que resulta del promedio temporal de la corriente real indica el flujo estacionario equivalente que daría el mismo campo de velocidad promedio. Puede calcularse entonces la función corriente Ψ , representada usualmente por medio de las líneas de nivel, cuyo rotor es el campo de velocidad promedio (ver Fig. 4). Recordamos que estas líneas de corriente sólo dan una idea del flujo promedio, ya que como consecuencia de la turbulencia imperante debemos esperar transporte de material de tipo convectivo a través de las líneas de corriente, y no sólo por difusión molecular. Sin embargo, proveen una interesante imagen del flujo que ayuda a entender las

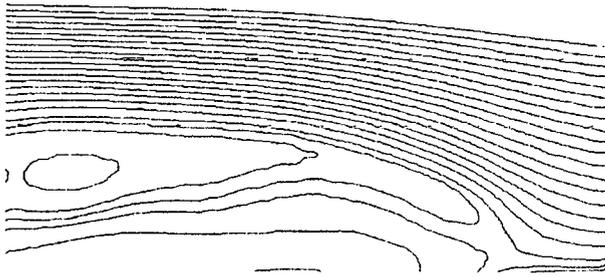


Fig. 4: Líneas de corriente para el flujo mostrado en las figuras anteriores.

características bidimensionales de estas corrientes. Vemos que las líneas $\Psi = \text{constante}$ tienden hacia la horizontal en la parte superior de la imagen. Las líneas de corriente dentro de la cabeza muestran la existencia de dos celdas de circulación. Estas celdas indican el recorrido del abastecimiento de fluido hacia la nariz de la corriente de gravedad, manteniendo los fuertes gradientes de densidad que se verifican en el frente. La presencia de la estela hacia la parte trasera de la cabeza está señalada por líneas de corriente aproximadamente circulares. Notamos que, para este experimento, el campo mostrado no se extiende completamente hasta el contorno superior del flujo, lo cual explica la pequeña diferencia respecto de la horizontal de las líneas superiores. Las líneas de corriente parecen intersectar al fondo, sugiriendo que la capa límite en el fondo de la corriente mostrada en la Fig. 3 no es adecuadamente resuelta en esta representación. Cercana a la cabeza aparece la línea de estancamiento; esta línea sigue la forma estimada de la forma de la cabeza sobre el lado superior, mientras que en la parte inferior desaparece en la base de la corriente. Es interesante destacar que el punto de estancamiento no es el punto más avanzado de la corriente como fue creído por Simpson & Britter^(1,2), sino que está ligeramente debajo y atrás de este punto, aunque siempre delante de la posición en la que el fluido denso parece tocar el piso del tanque. Por lo tanto, podemos anticipar que menos fluido ambiente es incorporado en la parte inferior de la cabeza respecto de lo que había sido estimado previamente. La ubicación del punto de estancamiento ha sido confirmada por un cuidadoso análisis de las trayectorias individuales de las partículas, y los resultados numéricos de Härtel *et al.*⁽⁴⁾.

La estructura de corrientes de gravedad fluyendo debajo de una interfase líquido-aire tiene algunas diferencias importantes respecto de la descrita anteriormente. La Fig. 5 muestra el campo de velocidad de una corriente de gravedad con $Re \approx 1300$, superpuesto al campo de vortividad. En forma análoga a las corrientes sobre piso sólido mostradas en la Fig. 1-4, las corrientes superficiales también se extienden hasta casi la mitad de la profundidad del canal. El número de Froude $F = 0.69$ es levemente mayor que el encontrado ($F = 0.65$) en las experiencias sobre piso sólido, coincidiendo con resultados previos^(1,4), aunque es levemente menor que el valor teórico para un fluido no viscoso dado por

Benjamin⁽⁵⁾. Diferentes autores han estudiado y propuesto que esta diferencia es principalmente debida a la transferencia de momento entre la corriente y el líquido ambiente, aunque en los experimentos podría haber una pequeña contribución del esfuerzo soportado por la interfase líquido-aire.

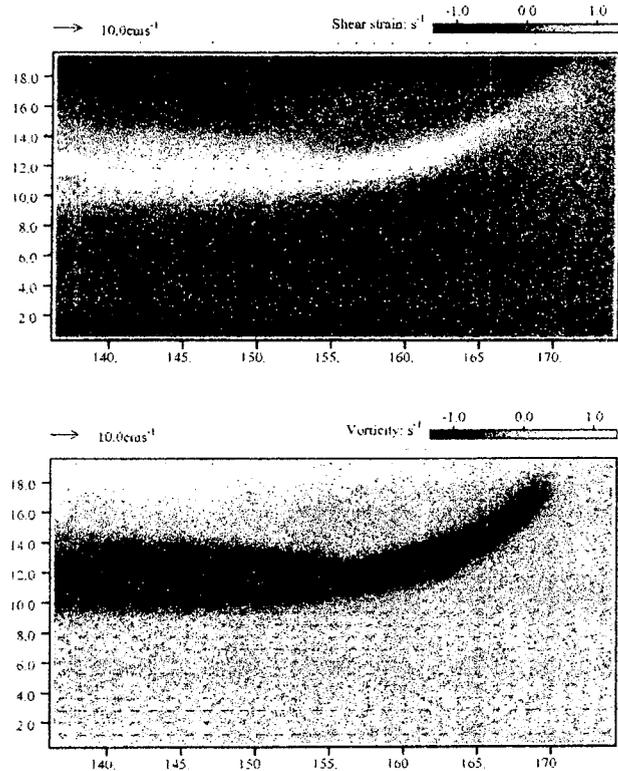


Fig. 5: Campo del flujo para una corriente gravitatoria superficial con $Re \approx 1300$. (a) Velocidad y vortividad. (b) Velocidad y esfuerzo de corte.

La forma de la cabeza de la Fig. 5 muestra un buen acuerdo con la curva de una corriente 2D sin disipación de energía predicha teóricamente por Benjamin⁽⁵⁾ con las desviaciones debido al mezclado sugeridas por las simulaciones numéricas de Härtel *et al.*⁽⁴⁾ La velocidad dentro de la cabeza es pequeña y solo hay una leve indicación de generación de vortividad en la interfase líquido-aire. La generación de vortividad está restringida a la capa inclinada de separación entre el fluido de la corriente y el fluido ambiente, siendo el fluido ambiente lejos de la cabeza esencialmente irrotacional. Esta figura señala un flujo más ordenado respecto del flujo de la Fig. 5, consistente con un menor nivel de turbulencia en la corriente. La razón del menor nivel de turbulencia es la relajación de la condición de no-deslizamiento en el contorno del flujo. La nariz elevada mostrada en las Figs. 1-5 ya no es evidente, aun cuando un aumento de la imagen en el punto más avanzado parece sugerir la presencia de una pequeña nariz en el límite de la resolución experimental. Como explicaron Simpson y Britter^(1,2,11,12), la presencia de una nariz indica que la superficie del líquido no impone una condición

estrictamente de no-deslizamiento. Así la corriente de gravedad se desplaza debajo de una pequeña capa de fluido ambiente, formando una estratificación inestable para formar hendiduras y protuberancias. Por otra parte, esto indica también que el fluido ambiente penetra en alguna cantidad dentro de la corriente.

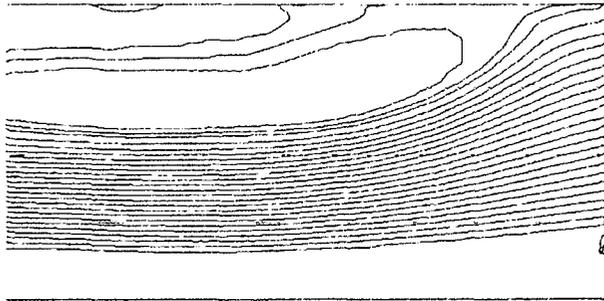


Fig. 6: Líneas de corriente para el flujo mostrado en la Fig. 5.

Las líneas de corriente (Fig. 6) muestran una gran celda de circulación débil que sugiere el camino del suministro de fluido de la corriente a la parte frontal de la cabeza, el cual es arrastrado hacia atrás de la cabeza. También hay una celda de circulación opuesta sugiriendo características de la interfase no totalmente ideales. La muy pequeña nariz elevada sugerida en la Fig. 6 implica que parte del fluido penetra en la corriente en una pequeña capa superficial de fluido, y por lo tanto debe haber un punto de estancamiento ligeramente separado de la interfase. Así algunas de las líneas de corriente deberían seguir la superficie del agua, pero son perdidas en el promedio efectuado y la línea de estancamiento interseca la interfase en el frente de la corriente. Sin embargo, una línea se separa de la superficie en el interior de la cabeza, lo cual es consistente con el hecho que la superficie soporta un esfuerzo de corte finito.

III. Conclusiones

Hemos presentado los campos de velocidad, vorticidad y esfuerzo de corte, y las líneas de corriente de la cabeza de corrientes de gravedad que fluyen estacionariamente sobre un piso sólido y debajo de la superficie de un líquido. Las corrientes de gravedad que fluyen sobre un piso rígido (condición de contorno de no-deslizamiento) muestran la mayoría de las características reportadas en los estudios previos. La estructura interna muestra la existencia de dos rodillos contrarrotantes, la trayectoria del líquido denso desde la corriente hacia el frente y las capas límites superior e inferior. También verificamos experimentalmente que el punto de estancamiento está por debajo y atrás del punto más avanzado de la corriente. Así la información obtenida de figuras como Figs. 2-4 pueden sugerir importante información para el desarrollo de modelos analíticos detallados de la

estructura de la cabeza de la corriente, y corroboran resultados de simulaciones numéricas.

Por otra parte, los resultados presentados sugieren que debe tenerse mucho cuidado cuando se modela corrientes de gravedad superficiales en experimentos de laboratorio. El líquido usado es agua común, por lo que existe una tensión superficial en la interfase que se opone al aumento de la superficie del líquido. También esperamos que algo del surfactante empleado para hacer mojables las partículas del sistema de seguimiento de partículas modifique las características de la interfase, agregando mayor complejidad aun en la respuesta de la capa superficial del líquido al esfuerzo de corte. El resultado neto es que la superficie es capaz de soportar un esfuerzo de corte finito, aunque mucho menos que el piso rígido empleado en las experiencias descritas anteriormente.

Generalmente se supone una condición de superficie libre entre el líquido y el aire, y eventualmente se adopta un valor de presión constante en la superficie del líquido en las simulaciones numéricas cuando no hay deformaciones de la superficie. En estas condiciones, todos los esfuerzos viscosos desaparecen y la transferencia de momento a través de la superficie del líquido es nula también. Nuestros resultados sugieren que la superficie de un líquido como el agua impone una condición intermedia entre la condición teórica de superficie libre y de no-deslizamiento, que ha sido subvaluada previamente. La tensión superficial también impone que una delgada capa de fluido cercano a la interfase no pueda desplazarse libremente como lo exige una condición de no-deslizamiento completa.

Referencias

- 1 - Simpson J.E. Gravity currents: In the environment and the laboratory. 2nd Ed. Cambridge University Press, Cambridge, UK (1997).
- 2 - Simpson J.E. and R.E. Britter. The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface. *J. Fluid Mech.* **94**, 477-495 (1979).
- 3 - Thomas L.P., B.M. Marino and P.F. Linden. Gravity currents over porous substrates. *J. Fluid Mech.* **366**, 239-258 (1998).
- 4 - Hartel C., E. Meiburg and F. Necker. Direct numerical simulation of lock-release gravity currents. Submitted to *J. Fluid Mech* (1999).
- 5 - Benjamin, T.B. Gravity currents and related phenomena. *J. Fluid Mech.* **31**, 209-248 (1968).
- 6 - Rottman J.W. and J.E. Simpson. Gravity currents produced by instantaneous releases of a heavy fluid in a rectangular channel. *J. Fluid Mech.* **135**, 95-110 (1983).
- 7 - Brighton, P.M.W. Similarity solutions for two-dimensional steady laminar gravity currents. *J. Fluid Mech.* **198**, 75-96 (1988).
- 8 - Gratton J. and C. Vigo. Self-similar gravity currents with variable inflow revisited: plane currents. *J. Fluid Mech.* **258**, 77-104 (1994).
- 9 - Klemp J.B., R. Rotunno and W.C. Skamarock. On the

- dynamics of gravity currents in a channel. *J. Fluid Mech.* **269**, 169-198 (1994).
- 10-Cheong, H.B. and Y.H. Han. Numerical study of two-dimensional gravity currents on a slope. *J. of Oceanography* **53**, 179-192 (1997).
- 11-Simpson J.E. Effects of the lower boundary on the head of a gravity current. *J. Fluid Mech.* **53**, 759-768 (1972).
- 12-Britter, R.E. and J.E. Simpson. Experiments on the dynamics of a gravity current head. *J. Fluid Mech.* **88**, 223-240 (1978).
- 13-Hacker J., P.F. Linden and S.B. Dalziel Mixing in a lock-release gravity currents. *Dyn. Atmos. Oceans* **24**, 183-195 (1996).
- 14-Parsons J.D. and M.H. Garcia. Similarity of gravity current fronts. *Phys. Fluids* **10**, 3209-3213 (1998).
- 15-Thomas L.P., B.M. Marino, R. Gratton and S.B. Dalziel. Procesamiento digital de imágenes para obtener los perfiles de densidad y campos de velocidad de una corriente de gravedad. VI Seminario sobre Problemas Actuales de Física de Fluidos y sus Aplicaciones. 29 de noviembre - 2 de diciembre de 1999 - Paraná, Entre Ríos (1999).